

Институт физики микроструктур РАН — филиал Федерального государственного бюджетного научного учреждения «Федеральный исследовательский центр Институт прикладной физики Российской академии наук»

На правах рукописи

Вадимов Василий Львович

**Неоднородные состояния и неравновесные явления в
сверхпроводящих структурах с нарушенной симметрией
относительно обращения времени**

01.04.07 — физика конденсированного состояния

ДИССЕРТАЦИЯ

на соискание учёной степени

кандидата физико-математических наук

Научный руководитель:

доктор физико-математических наук,

Мельников Александр Сергеевич

Нижний Новгород — 2019

Содержание

Введение	4
1 Неоднородные состояния в сверхпроводниках с нарушенной симметрией обращения времени	19
1.1 Введение	19
1.2 Модель	23
1.3 Термоиндуцированные магнитные поля	25
1.4 Механизм Киббла–Зурека в киральных сверхпроводниках . . .	30
1.4.1 Генерация киральных доменов с помощью сильного разогрева	30
1.4.2 Генерация киральных доменов продольным магнитным полем	33
1.5 Выводы	38
2 Электронная структура запиннигованных вихрей в киральных p-волновых сверхпроводниках	43
2.1 Введение	43
2.2 Модель	46
2.2.1 Уравнения Боголюбова–де Жена	46
2.2.2 Квазиклассическое приближение	47
2.2.3 Граничные условия	51
2.3 Спектр квазичастиц	51
2.3.1 Большие прицельные параметры	51
2.3.2 Малые прицельные параметры	52
2.4 Измеримые величины	57
2.4.1 Дифференциальный кондактанс	57

2.4.2 СВЧ проводимость	58
2.5 Выводы	62
3 Магнитные скирмионы в гибридных системах сверхпроводник/ферромагнетик	64
3.1 Введение	64
3.2 Модель	66
3.2.1 Теория Лондонов	66
3.2.2 Однородные F/S бислои	66
3.3 Наноструктурированные F/S бислои	69
3.4 Выводы	72
4 Моды Хиггса в гибридных системах сверхпроводник-нормальный металл	73
4.1 Введение	73
4.2 Модель	75
4.2.1 Гамильтониан БКШ	75
4.2.2 Уравнение на Гриновские функции	76
4.3 Моды Хиггса	81
4.3.1 Массивный нормальный металл	84
4.3.2 Мезоскопический нормальный металл	90
4.4 Выводы	90
Заключение	92
Приложение А	94
Список публикаций автора по теме диссертации	101
Список литературы	103

Введение

Актуальность темы исследования и степень ее разработанности

В 1911 году Камерлинг-Оннес обнаружил, что сопротивление различных металлов при достижении некоторой критической температуры (своей для каждого металла) падает до нуля, открыв, таким образом, явление сверхпроводимости [1]. Объяснение этому явлению было дано лишь в 1957 году, когда Бардин, Купер и Шриффер впервые построили микроскопическую теорию сверхпроводимости [2; 3]. Согласно этой теории, обмен виртуальными фононами между электронами вызывает эффективное электрон-электронное притяжение, которого, в силу линейности электронного спектра, оказывается достаточно для формирования связанного состояния, известного как куперовская пара [4]. В целом, коллективное электронное состояние сверхпроводника представляет собой конденсат куперовских пар и, возможно, надконденсатных частиц, представляющих собой неспаренные электроны. Основное состояние сверхпроводника отделено от возбужденных конечной щелью, поскольку для разрушения пары требуется затратить определенную энергию. В силу критерия Ландау [5] из-за наличия щели в спектре возбуждений электронная система оказывается сверхтекучей, что и объясняет нулевое сопротивление сверхпроводников.

В силу принципа Паули, волновая функция электронов в куперовской паре обязана быть антисимметричной относительно перестановки частиц. Это требование накладывает определенное условие на связь спинового и орбитального момента пары [6]. Полный спин пары может быть равен нулю (спин-синглетное спаривание), либо единице (спин-триплетное спаривание). Спин-синглетное спаривание отвечает нечетной по перестановкам спиновой волновой функции, следовательно синглетные куперовские пары

должны обладать четным орбитальным моментом. Спин–триплетная спиновая волновая функция является четной относительно перестановок частиц, поэтому триплетные куперовские пары имеют нечетный орбитальный момент. В зависимости от симметрии спаривания, сверхпроводники классифицируются по орбитальному моменту куперовских пар как s -, p -, d -волновые сверхпроводники, где буквенные обозначения аналогичны обозначениям атомных орбиталей для состояний с орбитальным моментом 0, 1, 2, и так далее. С точки зрения микроскопической теории Бардина–Купера–Шриффера (БКШ) сверхпроводимость описывается с помощью самосопряженного поля $\hat{\Delta}$, которое и определяет энергетическую щель в спектре квазичастиц. Разные типы спаривания соответствуют различной зависимости щели $\hat{\Delta}$ от импульса квазичастицы вблизи поверхности Ферми. Обычные сверхпроводники, коими являются простые металлы, являются сверхпроводниками s -типа, куперовские пары в них обладают нулевым спиновым и орбитальным моментом. Однако в различных материалах существуют сверхпроводящие состояния с другой симметрией, в частности, в литературе широко обсуждается возможность реализации d -типа спаривания в высокотемпературных сверхпроводниках (ВТСП), при котором сверхпроводящая щель имеет вид $\hat{\Delta}(\mathbf{k}) \propto k_x^2 - k_y^2$, где оси x и y соответствуют кристаллографическим осям кристалла. В общем случае $\hat{\Delta}$ является матрицей в спиновом пространстве, в случае спин-синглетного спаривания матричная структура щели фиксирована $\hat{\Delta}(\mathbf{k}) = i\hat{\sigma}_y \Delta(\mathbf{k})$. Спин–триплетные состояния описываются с помощью вектора $\mathbf{d}(\mathbf{k})$, определенного в импульсном пространстве $\hat{\Delta}(\mathbf{k}) = i\hat{\sigma}_y(\mathbf{d}, \sigma)$ [7]. Скалярная функция $\Delta(\mathbf{k})$ и вектор $\mathbf{d}(\mathbf{k})$ определяются суперпозицией четных и нечетных базисных функций неприводимого представления точечной группы симметрии кристалла [8]. В случае изотропной группы $O(3)$, этими функциями являются сферические гармоники, описывающие сверхпроводящий параметр порядка в s -, p -, d -волновых сверхпроводниках. Размерность неприводимого представления определяет число компонент параметра порядка,

необходимые для описания данного сверхпроводящего состояния: так, для описания s -волновой сверхпроводимости достаточно всего одной компоненты, а для общего d -волнового сверхпроводника таких компонент нужно пять. Однако, для описания p -волновой сверхпроводимости в изотропной среде необходим девятикомпонентный параметр порядка, поскольку куперовские пары, помимо трех орбитальных степеней свободы, обладают тремя спиновыми степенями свободы.

Такая сложная физическая картина реализуется в сверхтекучем гелии-3. Из-за отсутствия кристаллической решетки и изотропии спектра нормальных квазичастиц, сверхтекучее состояние в нем реализуется в большом многообразии фаз [9]. Однако температура сверхтекучего фазового перехода в гелии-3 крайне низка ($T_c \sim 10^{-3}$ К), что затрудняет экспериментальную работу с ним. Еще одно важное отличие сверхтекучего гелия-3 от p -волнового сверхпроводника состоит в том, что электроны, в отличие от электрически нейтральных атомов гелия-3, являются заряженными частицами, что обеспечивает эффект Мейснера — экранировку магнитного поля. Поэтому представляет интерес поиск твердотельных аналогов сверхтекучего гелия-3 — p -волновых сверхпроводников. Наиболее вероятным кандидатом на роль такого сверхпроводника является Sr_2RuO_4 [10; 11]. Данный материал является слоистым сверхпроводником с практически двумерной поверхностью Ферми, его кристаллическая структура и ARPES спектр, взятые из работ [12; 13], изображены на Рис. 1. Кристаллическая решетка Sr_2RuO_4 обладает симметрией группы D_{4h} , а его сверхпроводящее состояние предположительно соответствует двумерному представлению E_u и описывается вектором $\mathbf{d}(\mathbf{k}) \propto \mathbf{z}_0(k_x \pm ik_y)$, где вектор \mathbf{z}_0 сонаправлен оси c на Рис. 1. Орбитальный момент куперовской пары в таком состоянии имеет проекцию ± 1 на ось кристаллической анизотропии c , проекция спина на эту ось равна 0. Такое сверхпроводящее состояние носит название киральной p -волновой сверхпроводимости. Состояния с противоположным направлением момента обладают одной и

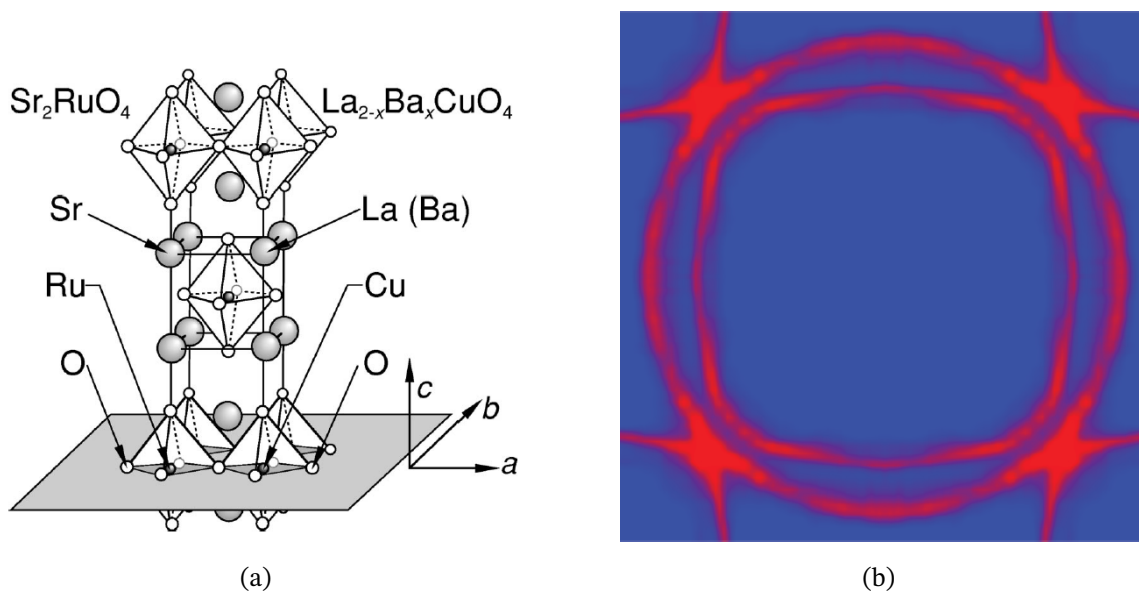


Рис. 1: (a) Кристаллическая структура Sr_2RuO_4 (b) Поверхность Ферми в Sr_2RuO_4

той же энергией, поэтому основное состояние такого сверхпроводника двукратно вырождено. Эти два состояния переходят друг в друга посредством операции обращения времени, поэтому говорят о спонтанном нарушении симметрии обращения времени в киральных p -волновых сверхпроводниках.

Первым экспериментальным наблюдением, указывавшем на необычность сверхпроводящего состояния в Sr_2RuO_4 являлась зависимость критической температуры от концентрации примесей в образце [14]. Для s -волновых сверхпроводников известна теорема Андерсона, согласно которой критическая температура сверхпроводника нечувствительна к концентрации немагнитных примесей [15]. Данная теорема оказывается неверной для сверхпроводящих состояний, в которых щель $\hat{\Delta}(\mathbf{k})$ имеет разный знак на поверхности, поскольку примеси приводят к «усреднению» щели на поверхности Ферми и понижению критической температуры. Результат другого эксперимента, связанного с измерением спиновой магнитной восприимчивости Sr_2RuO_4 с помощью ядерного магнитного резонанса (ЯМР) на атомах кислорода, свидетельствует в пользу спин-триплетного спаривания в этом соединении. В синглетном состоянии спин куперовской пары равен нулю, поэтому спино-

вая восприимчивость должна быть подавлена при температурах ниже критической. Однако ЯМР измерения показывают, что в Sr_2RuO_4 спиновая восприимчивость остается константой вплоть до нуля температур [16]. Важным экспериментальным фактом является обнаруженные с помощью метода мюонной спиновой релаксации спонтанные магнитные поля [17], свидетельствующие о спонтанном нарушении симметрии обращения времени. Другим подтверждением этого обстоятельства является ненулевой полярный эффект Керра [18; 19], знак угла Керра при этом можно контролировать с помощью охлаждения образца в ненулевом магнитном поле. Данные приведенные эксперименты свидетельствуют в пользу реализации в Sr_2RuO_4 киральной p -волновой сверхпроводимости. Однако есть экспериментальные данные, которые противоречат теоретическим выводам для кирального p -волнового сверхпроводника. Одним из наиболее ярких свидетельств наличия киральной p -волновой сверхпроводимости могли бы являться предсказанные теоретически спонтанные поверхностные токи, текущие вдоль краев образца [20; 21], однако, эти поверхностные токи не были обнаружены в эксперименте [22—25]. Одним из объяснений отсутствия поверхностных токов в Sr_2RuO_4 является их чувствительность к качеству поверхности [21; 26—28]. Также выдвигаются гипотезы о киральном, но не p -волновом характере сверхпроводимости в этом соединении [29]. В этом случае поверхностные токи обращаются в ноль для макроскопических образцов [30—32]. В связи с этим имеется необходимость в новых тестах на симметрию спаривания в Sr_2RuO_4 , которые могли бы позволить определить структуру сверхпроводящего параметра порядка без измерения свойств поверхности сверхпроводника.

Другим наглядным свидетельством киральной p -волновой сверхпроводимости могло бы быть экспериментальное обнаружение киральных доменов. Вдоль доменных стенок, как и вдоль идеальной границы, согласно простейшей однозонной модели кирального p -волнового сверхпроводника, дол-

жен течь незатухающий сверхток, который может быть обнаружен по измерению магнитного поля. Хотя доменные стенки энергетически невыгодны, они могут быть запиннингованы на дефектах в сверхпроводниках или на особенностях формы образца [33], поэтому домены, образовавшиеся при сверхпроводящем фазовом переходе могут оставаться в метастабильном состоянии и при низких температурах. Результаты измерений стационарного эффекта Джозефсона в Sr_2RuO_4 оказываются в согласии с предположением о малом числе доменов в образце [34]. Однако данные экспериментов по спиновой мюонной релаксации можно интерпретировать как свидетельство в пользу существования в образце большого числа киральных доменов размером порядка 1 мкм и меньше, в предположении что магнитные поля рассеяния полностью обусловлены доменными стенками. Экспериментальное измерение эффекта Керра в Sr_2RuO_4 дает оценку 50 мкм на латеральные размеры доменов в плоскости ab и от 0.2 мкм вдоль оси c . В связи с таким многообразием противоречивых данных, представляет интерес возможность контролируемой генерации доменов заданной концентрации. Осуществить эту возможность можно посредством механизма Киббла–Зурека — механизма генерации топологических дефектов из-за тепловых флуктуаций при неравновесных фазовых переходах второго рода из более симметричной фазы в менее симметричную [35; 36]. Данный механизм ответственен за генерацию вихрей в обычных сверхпроводниках [37] и сверхтекучем гелии-3 [38—40], а также за формирование линий и петель дисклинации в жидких кристаллах [41]. Генерация доменных стенок в киральных p -волновых сверхпроводниках возможна за счет спонтанного нарушения дискретной симметрии относительно обращения времени.

Нарушение симметрии относительно обращения времени в сверхпроводящих системах может быть не связано с особенностями спаривания в сверхпроводнике, например, достаточно привести сверхпроводник в контакт с несверхпроводящей подсистемой, обладающей нарушенной симметрией

относительно обращения времени. Среди таких гибридных систем наиболее интересными являются системы, основанные на взаимодействии сверхпроводимости и ферромагнетизма [42—44]. Это взаимодействие может осуществляться посредством прямого и обратного эффекта близости [42; 43], связанного с проникновением электронов сверхпроводника в ферромагнетик и обратно. Альтернативным механизмом является электромагнитное взаимодействие, при котором связь между ферромагнетиком и сверхпроводником обеспечена посредством магнитных полей рассеяния ферромагнетика [45—47], например, при взаимодействии сверхпроводника и магнитных точек [48—51]. Иногда эти два механизма могут действовать одновременно, тогда говорят об электромагнитном эффекте близости [52]. Особый интерес представляет собой изучение взаимодействия между сверхпроводником и ферромагнетиком в случае неоднородного распределения намагниченности в магнитной подсистеме. Примером таких неоднородных состояний могут быть топологически нетривиальные распределения намагниченности в ферромагнитных пленках, известные как скирмионы [53—55]. Скирмионы могут также рассматриваться как цилиндрические магнитные домены (ЦМД) с отличным от нуля топологическим зарядом, что определяется распределением намагниченности вдоль доменной стенки [56]. Решетки скирмионов естественным образом возникают в так называемых киральных ферромагнетиках, обладающих взаимодействием Дзялошинского–Мории [57—61]. В отсутствие этого взаимодействия скирмионы оказываются нестабильными и, в зависимости от материальных параметров ферромагнетика и его толщины, испытывают расширение или коллапс [62]. В этом случае скирмионы могут быть стабилизированы с помощью внешнего магнитного поля, а также пространственной модуляции материальных параметров ферромагнетика [63; 64] или его толщины [65; 66], помимо этого представляет собой интерес задача о стабилизации скирмиона в гибридных структурах сверхпроводник/ферромагнетик, в которых в силу эффекта Мейсснера поля рассеяния

скирмиона экранируются внутри сверхпроводника.

Для описания неравновесных явлений в сверхпроводниках, таких как генерация киральных доменов или других топологических дефектов в сверхпроводниках по механизму Киббла–Зурека, часто используется феноменологическая нестационарная теория Гинзбурга–Ландау. Однако ее применимость существенно ограничена, она может быть использована для описания флуктуационной сверхпроводимости при температурах выше критической температуры сверхпроводящего фазового перехода, в случае так называемой бесщелевой сверхпроводимости, когда сильны механизмы подавления сверхпроводимости и отсутствует щель в спектре квазичастиц, однако есть ненулевой параметр порядка и возможен отличный от нуля сверхток [67]. Такой предел может быть обеспечен, например сильным рассеянием на магнитных примесях [68] или сильным неупругим рассеянием электронов за счет электрон–фононного взаимодействия [69]. Для описания низкотемпературной бесстолкновительной динамики сверхпроводящих систем необходимо использовать микроскопические подходы, такие как нестационарная теория Боголюбова–де Жена [70] или техника Келдыша [5]. В результате решения задач о динамике сверхпроводящего параметра порядка в пределе нулевой температуры оказалось, что щель Δ обладает осцилляторным характером движения, в асимптотике больших времен имеющим вид $\Delta(t) \approx \Delta_\infty + a \cos(2\Delta_\infty t) / \sqrt{\Delta_\infty t}$, где предельное значение Δ_∞ совпадает с равновесным значением параметра порядка Δ_0 в случае слабого возмущения сверхпроводника [71; 72] и отлично от него, если сверхпроводник существенно выведен из равновесия [73—76]. Эти осцилляции абсолютной величины параметра порядка носят название мод Хиггса, по аналогии с бозоном Хиггса из физики элементарных частиц [77]. Моды Хиггса были впервые обнаружены с помощью рамановской спектроскопии в сверхпроводнике $2H - NbSe_2$, обладающем упорядочением типа волна зарядовой плотности, где они проявили себя в виде пика на частоте $2\Delta_0$ в рамановском спектре при температурах ни-

же критической температуры сверхпроводящего перехода [78; 79]. Недавний прогресс в области терагерцовой экспериментальной техники позволил напрямую пронаблюдать осцилляции сверхпроводящего параметра порядка с помощью pump-probe методики [80]. Широкополосная накачка возбуждает моду с частотой $2\Delta_0$, в то время как узкополосная накачка с хорошо определенной частотой ω вызывает осцилляции модуля параметра порядка с частотой 2ω . Поскольку сверхпроводящий параметр порядка входит в материальное соотношение для сверхпроводника между током и сверхскоростью, возбуждение мод Хиггса приводит к нелинейному отклику на частоте третьей гармоники 3ω . Амплитуда нелинейного сигнала имеет пик при частоте совпадающей с собственной частотой мод Хиггса $2\omega = 2\Delta_0$, что подтверждается экспериментом [81] и теоретическими расчетами [82]. Альтернативный метод детектирования мод Хиггса посредством измерения генерации второй гармоники недавно был предложен для токонесущих состояний в сверхпроводнике [83].

Исследование динамики сверхпроводящих систем особенно важно в контексте изучения приборов на основе гибридных структур, в которых за счет эффекта близости сверхпроводящие корреляции наводятся в материалах, не являющихся сверхпроводниками. Такие гибридные структуры представляют особый интерес в силу того, что они позволяют контролируемым образом получать сверхпроводящие состояния с свойствами, отличными от свойств первичного сверхпроводника, наводящего сверхпроводящие корреляции [84—94]. Так, сверхпроводящие корреляции, наводимые обычными *s*-волновыми сверхпроводниками в материалах с сильным зеемановским и спин-орбитальным взаимодействием, оказываются обладающими *p*-волновой симметрией [84; 92—94]. Подобные гибридные системы широко используются в приложениях, в частности для создания элементов классической [43; 95] и квантовой логики [92; 93]. Изучение динамических свойств гибридных структур может дать более глубокое понимание механизмов ра-

боты предлагаемых сверхпроводящих приборов и позволит оценить пределы их быстродействия [96—101]. Нелинейные динамические эффекты могут приводить к таким явлениям, как когерентная модификация плотности состояний под действием микроволнового излучения [102; 103].

Цель и задачи работы

Целью данной диссертации является теоретическое исследование неоднородных состояний и неравновесных процессов в сверхпроводниках с нарушенной симметрией относительно обращения времени, гибридных структурах сверхпроводник/ферромагнетик, а также изучению низкотемпературной динамики сверхпроводящих гибридных систем. Для достижения поставленной цели были решены следующие задачи:

- Исследование термоиндуцированных магнитных полей и эффекта Киббла–Зурека в киральных p -волновых сверхпроводниках.
- Изучение электронной структуры запиннированного на колумнарном дефекте вихря в киральном p -волновом сверхпроводнике.
- Исследование стабильности магнитных скирмионов в наноструктурированных бислоях сверхпроводник/ферромагнетик.
- Изучение низкотемпературной когерентной динамики сверхпроводящего параметра порядка в гибридных структурах сверхпроводник/изолятор/нормальный металл с учетом эффекта близости.

Научная новизна работы

Научная новизна работы определяется оригинальностью полученных результатов и заключается в следующем:

- показано, что в локальное подавление сверхпроводимости в киральном p -волновом сверхпроводнике посредством нагрева образца лазерным

излучением приводит к генерации сверхтекучего тока и магнитного поля. Выполнены оценки величины создаваемого магнитного поля.

- показана возможность генерации доменов в p -волновых сверхпроводниках по механизму Киббла–Зурека при осуществлении фазового перехода в сверхпроводящее состояние с нарушенной симметрией относительно обращения времени неадиабатическим образом.
- найден спектр и волновые функции квазичастиц в запиннированном на колумнарном дефекте вихре в киральном p -волновом сверхпроводнике. Продемонстрирована качественная зависимость спектра от взаимной ориентации киральности сверхпроводящего домена и завихренности вихря. Выполнено сравнение со случаем обычного s -волнового сверхпроводника. С помощью найденного спектра вычислен дифференциальный туннельный кондактанс и СВЧ проводимость.
- продемонстрирована возможность стабилизации магнитных скирмионов в гибридных структурах сверхпроводник-ферромагнетик с наноструктурированным сверхпроводящим слоем.
- Найдены частоты малых колебаний модуля сверхпроводящего параметра порядка (моды Хиггса) в гибридных структурах сверхпроводник/изолятор/нормальный металл. Показано, что в таких системах в дополнение к обычным для сверхпроводников модам Хиггса на частоте двойной сверхпроводящей щели, появляются колебания на частоте удвоенной наведенной в нормальном металле щели, а также на частоте равной сумме сверхпроводящей и наведенной щелей.

Теоретическая и практическая значимость работы

Результаты вычисления термоиндуцированных магнитных полей, демонстрация возможности генерации киральных доменов по механиз-

му Киббла–Зурека, а также вычисления локального дифференциального кондактанса и СВЧ проводимости в вихревом состоянии полезны для экспериментального обнаружения киральной сверхпроводимости p -типа в реальных соединениях, в частности, для определения симметрии спаривания в Sr_2RuO_4 .

Демонстрация возможности стабилизации скирмионов в наноструктурированных бислоях сверхпроводник/ферромагнетик представляет интерес в контексте изучения гибридных систем сверхпроводник/ферромагнетик с неоднородным распределением намагниченности.

Результаты расчета динамики сверхпроводящего параметра порядка в гибридных структурах сверхпроводник/изолятор/нормальный металл могут быть полезны для определения динамических характеристик приборов, основанных на гибридных сверхпроводящих системах.

Методология и методы исследования

В работе были использованы такие феноменологические подходы, как равновесная и нестационарная теория Гинзбурга–Ландау и теория Лондонов. Помимо этих методов, были использованы микроскопические модели, а именно уравнения Боголюбова–де Жена и неравновесная техника Келдыша. Большая часть вычислений была выполнена аналитически, с привлечением при необходимости численного счета.

Положения, выносимые на защиту

1. Локальное подавление сверхпроводимости в киральных p -волновых сверхпроводниках с помощью нагрева лазерным излучением приводит к возникновению сверхтока и магнитного поля вокруг горячего пятна.
2. При осуществлении неравновесных фазовых переходов в состояние с киральной p -волновой сверхпроводимостью возможна генерация ки-

ральных доменов по механизму Киббла–Зурека.

3. Локальный дифференциальный туннельный кондактанс кирального p -волнового сверхпроводника вблизи запиннигованного на колумнарном дефекте вихря чувствителен к направлению магнитного поля в вихре.
4. Вклад в высокочастотную холловскую проводимость от запиннигованных на колумнарных дефектах вихрей в киральных p -волновых сверхпроводниках асимметричен по направлению магнитного поля, создающего вихри.
5. Скирмион в бислое ферромагнетик/сверхпроводник может стабилизирован путем наноструктурирования сверхпроводящего слоя.
6. В гибридных структурах сверхпроводник/изолятор/нормальный металл помимо обычных мод Хиггса с частотой равной удвоенной сверхпроводящей щели имеются две дополнительные моды, с частотами равными сумме сверхпроводящей щели сверхпроводника и наведенной щели в нормальном металле и удвоенной наведенной щели.

Вклад автора в полученные результаты

Соискатель принимал активное участие в постановке задач и интерпретации результатов. Вклад автора в решение поставленных задач является определяющим.

Степень достоверности и апробация результатов

Достоверность результатов работы обеспечена выбором адекватных моделей, использованных для описания исследуемых систем.

Результаты работы докладывались на семинарах Института Физики Микроструктур РАН (Нижний Новгород), Института Теоретической Физи-

ки РАН имени Н. И. Ландау (Черноголовка), Королевского технологического института (Стокгольм, Швеция) и Университета Аалто (Хельсинки, Финляндия), а также на конференциях «Нанозифика и нанозлектроника» (2014–2019 гг., Нижний Новгород), «International workshop Localization, Interactions and Superconductivity» (2015 г., Чернооголовка), «Проблемы физики твердого тела и высоких давлений» (2015, 2019 г., Сочи), «Winter School on Quantum Condensed-matter Physics» (2017 г., Чернооголовка), «Many body quantum theory meets quantum information» (2018 г., Солнечногорск). Результаты диссертации опубликованы в 12 работах, из них 6 статей в рецензируемых журналах [A1—A6], один препринт [A7] и 5 работ в сборниках тезисов докладов и трудов конференций [A8—A12].

Структура и объем диссертации

Диссертация состоит из введения, четырех глав, заключения, приложения, списка публикаций автора и библиографии. Общий объем диссертации — 119 страниц, включая 17 рисунков. Библиография включает 147 наименований 17 страницах.

Во введении описывается состояние исследований по теме диссертации на момент её написания, обосновывается актуальность выбранной темы, раскрывается новизна и значимость работы, приводятся выносимые на защиту положения и план диссертации. В первой главе в рамках теории Гинзбурга–Ландау рассматривается задача о генерации магнитного поля вокруг локально нагретой области в киральном p -волновом сверхпроводнике, а также изучается механизм Киббла–Зурека генерации киральных доменов. Во второй главе с помощью уравнений Боголюбова–де Жена решается задача об электронной структуре вихря, запинингованного на колумнарном дефекте в киральном p -волновом сверхпроводнике. В третьей главе в рамках теории Лондонов рассматривается задача об устойчивости магнитного скирмиона в гибридных системах ферромагнетик/сверхпроводник. В четвертой главе в

рамках неравновесной техники Келдыша изучается низкотемпературная когерентная динамика сверхпроводящего параметра порядка в гибридных системах сверхпроводник/изолятор/нормальный металл. В начале каждой главы даётся более подробное описание предшествующих работ, имеющих отношение к решаемой задаче, а также детальный план главы. В заключении сформулированы основные результаты диссертации.

1 Неоднородные состояния в сверхпроводниках с нарушенной симметрией обращения времени

1.1 Введение

Локальные неоднородности в сверхпроводниках с нарушенной симметрией обращения времени могут приводить к нетривиальным эффектам, таким как появление спонтанных магнитных полей [104; 105]. Такими неоднородностями могут быть примеси, искусственные дефекты в сверхпроводнике или ограниченные области с неравновесной температурой (например, горячее пятно). В силу двукратного вырождения основного состояния из-за спонтанного нарушения обращения времени, такие сверхпроводники могут быть описаны в рамках теории Гинзбурга–Ландау с двухкомпонентным параметром порядка, компоненты которого соответствуют разным вырожденным фазам. В однородном случае только одна из компонент параметра порядка отлична от нуля, однако вблизи дефектов или каких-либо неоднородностей в силу взаимодействия между компонентами может появиться побочная компонента параметра порядка. Сосуществование двух компонент параметра порядка может приводить к появлению сверхтока, текущего вокруг неоднородности в сверхпроводнике, и, как следствие, генерации магнитного поля. В частности, в работах [104; 105] показана возможность генерации поля с помощью создания горячего пятна в многозонных $s + is$ и $s + id$ сверхпроводниках. Для появления термоиндуцированного магнитного поля в $s + id$ сверхпроводнике оказывается достаточным лишь градиента температуры, в то время как в $s + is$ сверхпроводниках генерация магнитного поля осуществима в случае если горячее пятно находится вблизи доменной стенки.

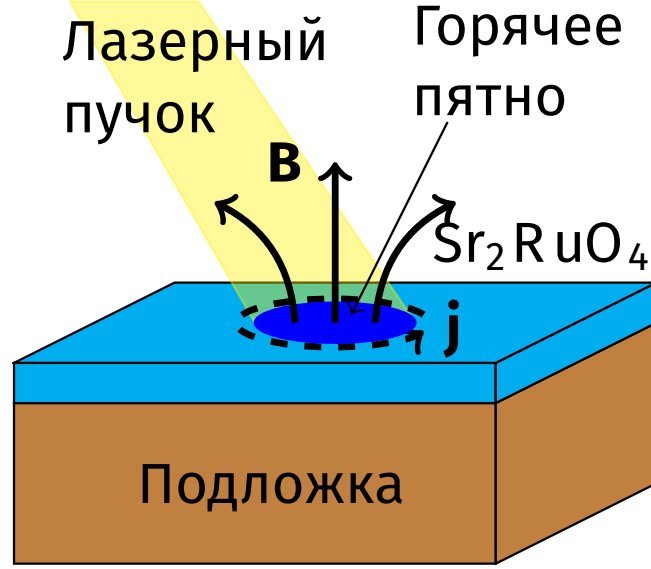


Рис. 2: Предлагаемая схема эксперимента. Лазерный пучок нагревает образец, создавая сверхпроводящий ток вокруг области с подавленной сверхпроводимостью. Магнитное поле, создаваемое током, может быть измерено с помощью датчиков Холла или СКВИД микроскопов.

Для описания эффекта генерации магнитного поля вокруг неоднородности в сверхпроводнике можно воспользоваться теорией Гинзбурга–Ландау. Функционал свободной энергии для сверхпроводника с нарушенной симметрией обращения времени в общем случае имеет следующий вид:

$$F = \int \left[a(|\Psi_1|^2 + |\Psi_2|^2) + a_J(\Psi_1^* \Psi_2 + \Psi_2^* \Psi_1) + f_{nl}(\Psi_1, \Psi_2) + K_{\alpha\beta}(D_\alpha \Psi_1)^*(D_\beta \Psi_1) + K_{\alpha\beta}^*(D_\alpha \Psi_2)^*(D_\beta \Psi_2) + K_{\alpha\beta}^{mix}(D_\alpha \Psi_1)^*(D_\beta \Psi_2) + (K_{\alpha\beta}^{mix})^*(D_\beta \Psi_2)^*(D_\alpha \Psi_1) + \frac{(\nabla \times \mathbf{A})^2}{8\pi} \right] d\mathbf{r}, \quad (1.1)$$

где Ψ_1 и Ψ_2 — компоненты параметра порядка, отвечающие двум сверхпроводящим фазам, a , a_J , $K_{\alpha\beta}$ и $K_{\alpha\beta}^{mix}$ — феноменологические константы, α и β — индексы декартовых координат x , y и z , $f_{nl}(\Psi_1, \Psi_2)$ — слагаемое в свободной энергии четвертого порядка по компонентам параметров порядка, обеспечивающее нелинейные члены в уравнениях Гинзбурга–Ландау, $\mathbf{D} = -i\nabla - (2\pi/\Phi_0)\mathbf{A}$ — ковариантная производная, \mathbf{A} — векторный потенциал

магнитного поля $\mathbf{B} = \nabla \times \mathbf{A}$, Φ_0 — квант магнитного потока. Данный функционал инвариантен относительно операции обращения времени $(\Psi_1, \Psi_2, \mathbf{A}) \rightarrow (\Psi_2^*, \Psi_1^*, -\mathbf{A})$. Точный вид феноменологических констант, а также слагаемого, содержащего члены четвертого порядка по компонентам параметра порядка f_{nl} зависит от конкретного сверхпроводника. Для демонстрации возможности появления тока из-за неоднородности компонент параметра порядка, мы предположим что их абсолютная величина порядка зависит от декартовой координаты x , например за счет неоднородности каких-либо из феноменологических параметров функционала свободной энергии. При этом фазы компонент параметра порядка мы считаем постоянными. Варьируя функционал свободной энергии (1.1) по векторному потенциалу магнитного поля \mathbf{A} , мы получим выражение для тока:

$$j_\alpha = \frac{2\pi c}{\Phi_0} \left[K_{\alpha\beta} \Psi_1^* (D_\beta \Psi_1) + K_{\alpha\beta}^* \Psi_2^* (D_\beta \Psi_2) + K_{\alpha\beta}^{mix} \Psi_1^* (D_\beta \Psi_2) + K_{\beta\alpha}^{mix} (D_\beta \Psi_1)^* \Psi_2 + c.c. \right]. \quad (1.2)$$

Предполагая, что вдали от неоднородности компоненты параметра порядка равны некоторой константе $\Psi_{1,2} \rightarrow const$ при $x \rightarrow \infty$, в силу уравнения непрерывности $\text{div } \mathbf{j} = \partial j_x / \partial x = 0$ мы автоматически получаем, что ток в направлении неоднородности равен нулю $j_x = 0$, поскольку он равен нулю на бесконечности. Однако мы можем рассмотреть вклад в ток в направлении перпендикулярном оси x , например вдоль оси y , пренебрегая при этом вкладом от векторного потенциала \mathbf{A} , что справедливо в случае слабой неоднородности или в случае сверхпроводника имеющего форму тонкой пленки:

$$j_y = \frac{2\pi c}{\Phi_0} \left\{ \text{Im } K_{yx} \left(\frac{\partial |\Psi_1|^2}{\partial x} - \frac{\partial |\Psi_2|^2}{\partial x} \right) + 2 \text{Im} [K_{yx}^{mix} e^{i(\theta_2 - \theta_1)}] |\Psi_1| \frac{\partial |\Psi_2|}{\partial x} - 2 \text{Im} [K_{xy}^{mix} e^{i(\theta_2 - \theta_1)}] |\Psi_2| \frac{\partial |\Psi_1|}{\partial x} \right\}, \quad (1.3)$$

где $\Psi_j = |\Psi_j|e^{i\theta_j}$. Первое слагаемое в реальных сверхпроводниках мало в мере T_c/E_F в силу малой электрон–дырочной асимметрии [6], поэтому основной вклад в ток определяется слагаемыми, содержащими обе компоненты параметра порядка. Этот вклад может быть отличен от нуля в общем случае, когда коэффициенты $K_{\alpha\beta}^{mix}$ являются комплексными величинами и недиагональная компонента K_{xy}^{mix} отлична от нуля. Однако если тензор $K_{\alpha\beta}^{mix}$ анизотропен, то всегда можно выбрать направление x' , такое, что в координатах $x'y'$, определяемых преобразованием

$$x = x' \cos \theta - y' \sin \theta, y = x' \sin \theta + y' \cos \theta, \quad (1.4)$$

элемент $K_{x'y'}^{mix}$ отличен от нуля. Следовательно, если компоненты параметра порядка неоднородны вдоль направления x' , то из-за градиентной связи между компонентами в направлении y' будет течь сверхток. Таким образом, спонтанный ток в окрестности неоднородностей должен появляться в сверхпроводниках с нарушенной симметрией обращения времени, которые обладают анизотропной градиентной связью между компонентами параметра порядка. В частности, генерация тока должна происходить в киральных p -волновых сверхпроводниках вокруг области с локально подавленной сверхпроводимостью, созданной, например, с помощью локального нагрева образца лазерным излучением (см. Рис. 2). Такой метод создания локальных неоднородностей параметра порядка удобен, поскольку предоставляет возможность для контролируемого изменения параметров области с подавленной сверхпроводимостью. Циркулирующий ток может быть обнаружен с использованием любых экспериментальных средств, чувствительных к локальным магнитным полям, таких как сверхпроводящие квантовые интерферометры (СКВИДы) или чувствительные датчики Холла. Также представляет интерес процесс восстановления сверхпроводящего состояния в случае, когда интенсивность лазерного излучения достаточно велика для полного разрушения

сверхпроводимости внутри горячего пятна. Из-за тепловых флуктуаций при остывании сверхпроводника с конечной скоростью может происходить рост разных компонент параметра порядка, что в конечном итоге может привести к появлению в образце киральных доменов. Такой механизм генерации топологических дефектов известен как механизм Киббла–Зурека [35; 36], в обычных сверхпроводниках и сверхтекучих жидкостях он приводит генерации вихрей [37—40].

В данной главе мы исследуем генерацию магнитных полей в киральных p -волновых сверхпроводниках, связанную с локальным подавлением сверхпроводимости из-за неоднородного разогрева лазерным импульсом [A1; A4; A6; A10]. Раздел 1.1 посвящен изучению киральных p -волновых сверхпроводников. В подразделе 1.2 обсуждается феноменологическая модель Гинзбурга–Ландау, в рамках которой выполнены все расчеты. В подразделе 1.3 произведены вычисления магнитного поля, генерируемого при локальном разогреве кирального p -волнового сверхпроводника.

В разделе 1.5 приведены выводы.

1.2 Модель

В рамках феноменологической теории Гинзбурга–Ландау киральные p -волновые сверхпроводники описываются следующим функционалом свободной энергии [6; 106]:

$$F = \int \left\{ -a (|\Psi_+|^2 + |\Psi_-|^2) + \frac{b_1}{2} (|\Psi_+|^2 + |\Psi_-|^2)^2 + b_2 |\Psi_+ \Psi_-|^2 + K_1 (|D_+ \Psi_+|^2 + |D_- \Psi_+|^2 + |D_+ \Psi_-|^2 + |D_- \Psi_-|^2) + K_2 |D_+ \Psi_- + D_- \Psi_+|^2 + K_3 [|D_+ \Psi_+|^2 + |D_- \Psi_-|^2 + (D_+ \Psi_-)^* (D_- \Psi_+) + c.c.] + \frac{(\nabla \times \mathbf{A})^2}{8\pi} \right\} d^3r, \quad (1.5)$$

где $D_{\pm} = (D_x \pm iD_y)/\sqrt{2}$, a , b_1 , b_2 , K_1 , K_2 и K_3 — феноменологические параметры. Коэффициент a зависит от температуры линейным образом $a = \alpha(T_c - T)$. Для простоты мы опускаем слагаемые, понижающие симметрию сверхпроводника до D_{4h} , ограничиваясь случаем гексагонального кристалла с точечной группой симметрии D_{6h} . Также для простоты мы полагаем что параметр порядка может меняться только в плоскости xu и пренебрегаем вариациями по оси z . В случае $b_2 > 0$ основное состояние двукратно вырождено и представляет собой домены противоположной киральности $(\Psi_+, \Psi_-) = (\sqrt{a/b_1}, 0)$ и $(\Psi_+, \Psi_-) = (0, \sqrt{a/b_1})$. Вводя безразмерные параметры порядка $\eta_{\pm} = \Psi_{\pm} \sqrt{b_1/a}$ мы можем переписать свободную энергию:

$$F = \frac{H_{cm}^2}{4\pi} \int \left\{ -(|\eta_+|^2 + |\eta_-|^2) + \frac{1}{2} (|\eta_+|^2 + |\eta_-|^2)^2 + \beta |\eta_+ \eta_-|^2 + \xi_0^2 (|\mathbf{D}\eta_+|^2 + |\mathbf{D}\eta_-|^2) + 2\xi^2 \zeta [(D_+ \eta_-)^* (D_- \eta_+) + c.c.] + \frac{(\nabla \times \mathbf{A})^2}{2H_{cm}^2} \right\} d^3r, \quad (1.6)$$

где $H_{cm} = \sqrt{4\pi a/b_1}$ — термодинамическое критическое поле, $\xi = \sqrt{(K_1 + K_2)b_1/a}$ — длина когерентности, $\zeta = K_2/(K_1 + K_2)$ и $\beta = b_2 a^2/b_1^2$. Мы полагаем, что $K_2 - K_3$ пренебрежимо в меру малости электрон-дырочной асимметрии [107]. Параметр β обязан быть положительным для того чтоб в равновесии функционал свободной энергии был минимизирован при $(\eta_+, \eta_-) = (1, 0)$ и $(\eta_+, \eta_-) = (0, 1)$. Параметр ζ не должен превышать единицу по абсолютной величине, в противном случае функционал свободной энергии не будет ограничен снизу. Без потери общности можно считать ζ положительным, поскольку переход от отрицательного ζ к положительному можно осуществить заменой $(\eta_+, \eta_-) \rightarrow (\eta_+, -\eta_-)$.

1.3 Термоиндуцированные магнитные поля

С помощью стороннего воздействия (например, разогрева лазерным импульсом) можно создать неравновесное распределение квазичастиц в ограниченной области образца. Электрон-электронное взаимодействие приводит к быстрой локальной термализации неравновесного распределения квазичастиц и такое состояние можно описывать неоднородной температурой $T(\mathbf{r})$, следовательно, от температуры зависит и коэффициент a . Мы полагаем, что такая неоднородность имеет форму «горячего пятна», такую что температура равна равновесной температуре T_0 на бесконечности $T(\mathbf{r}) \rightarrow T_0$, $r \rightarrow \infty$. Для описания такого распределения удобно ввести параметр $\tau(\mathbf{r}) = [T_c - T(\mathbf{r})]/[T_c - T_0]$ и безразмеривать компоненты параметра порядка на их равновесные значения при $T = T_0$. Функционал свободной энергии (1.6) при этом модифицируется следующим образом:

$$F = \frac{H_{cm}^2}{4\pi} \int \left\{ -\tau(|\eta_+|^2 + |\eta_-|^2) + \frac{1}{2}(|\eta_+|^2 + |\eta_-|^2)^2 + \beta|\eta_+\eta_-|^2 + \xi_0^2 (|\mathbf{D}\eta_+|^2 + |\mathbf{D}\eta_-|^2) + 2\xi^2\zeta [(D_+\eta_-)^*(D_-\eta_+) + c.c.] + \frac{(\nabla \times \mathbf{A})^2}{2H_{cm}^2} \right\} d^3r, \quad (1.7)$$

Варьируя приведенный выше функционал по η_+^* и η_-^* , можно получить уравнения на компоненты параметра порядка:

$$\xi^2 (\mathbf{D}^2\eta_+ + 2\zeta D_+^2\eta_-) - \tau\eta_+ + \eta_+|\eta_+|^2 + (1 + \beta)|\eta_-|^2\eta_+ = 0, \quad (1.8)$$

$$\xi^2 (\mathbf{D}^2\eta_- + 2\zeta D_-^2\eta_+) - \tau\eta_- + \eta_-|\eta_-|^2 + (1 + \beta)|\eta_+|^2\eta_- = 0. \quad (1.9)$$

Аналогично, варьируя функционал по векторному потенциалу магнитного поля \mathbf{A} , можно получить выражение для плотности тока:

$$\mathbf{j}_s = -\frac{c\Phi_0}{16\pi^2\lambda^2} \left\{ \eta_+^*(\mathbf{D}\eta_+) + \eta_-^*(\mathbf{D}\eta_-) + \zeta\sqrt{2}(\hat{\mathbf{x}} + i\hat{\mathbf{y}}) [\eta_-(D_-\eta_+)^* + \eta_+(D_+\eta_-)] + c.c. \right\}, \quad (1.10)$$

где $\lambda = \Phi_0/[4\sqrt{2\pi^3(K_1 + K_2)}]$ — лондоновская глубина проникновения поля. Первые слагаемые, пропорциональные $\eta_+^*(\mathbf{D}\eta_+)$ и $\eta_-^*(\mathbf{D}\eta_-)$, типичны для теории Гинзбурга–Ландау обыкновенных сверхпроводников. Последние два слагаемых содержат вклады, пропорциональные сверхтекучим скоростям в разных компонентах, а также ненулевой вклад связанный с неоднородностями абсолютных величин компонент параметра порядка. Далее мы покажем, что неоднородности доминирующей компоненты параметра порядка служат источником для побочной компоненты и что их сосуществование может привести к появлению тока.

Для определенности мы возьмем киральный домен с $\eta_+ = 1$ и $\eta_- = 0$ и рассмотрим горячее пятно, находящееся вдали от краев домена. Для иллюстрации основного результата мы предлагаем упрощенную «адиабатическую» модель, полагая температуру медленно меняющейся функцией координат $|\nabla\tau| \ll \tau/\xi$. В рамках этих предположений, можно полагать, что доминирующая компонента параметра порядка η_+ «следует» за локальной температурой, а другая компонента может быть найдена как возмущение:

$$\eta_+ \approx \sqrt{\tau} e^{i\phi}, \quad (1.11)$$

$$\eta_- \approx -\frac{2\zeta\xi^2 D_-^2 \eta_+}{\beta\tau}, \quad (1.12)$$

где ϕ — некоторая фаза. Также мы предполагаем что образец является тонкой пленкой с толщиной d много меньшей лондоновской глубины проникновения λ , а размер горячего пятна много меньше эффективной длины экра-

нировки магнитного поля $\lambda_{\text{eff}} = \lambda^2/d$. Эти упрощения позволяют нам пренебречь векторным потенциалом магнитного поля в ковариантной производной \mathbf{D} . Для простоты мы считаем распределение температуры аксиально симметричным $\tau(\mathbf{r}) = \tau(r)$. Тогда мы можем избавиться от фазы ϕ и получить следующее выражение для компонент параметра порядка:

$$\eta_+(r) = \sqrt{\tau} = f_+(r) \quad (1.13)$$

$$\eta_-(r, \varphi) = \frac{\zeta \xi^2}{\beta \tau} \left(\frac{\partial^2 \eta_+}{\partial r^2} - \frac{1}{r} \frac{\partial \eta_+}{\partial r} \right) e^{-2i\varphi} = f_-(r) e^{-2i\varphi}, \quad (1.14)$$

где r и φ — полярные координаты. Далее мы подставим эти формулы в выражение для тока (1.10) и, пренебрегая членами порядка $\eta_-^* \nabla \eta_-$, получим:

$$j_\varphi \approx -\frac{c\Phi_0\zeta}{8\pi^2\lambda^2} \left(f_+ \frac{\partial f_-}{\partial r} - f_- \frac{\partial f_+}{\partial r} + \frac{2}{r} f_+ f_- \right). \quad (1.15)$$

Плотность тока имеет только азимутальную компоненту. Этот ток создает магнитное поле, которое может быть измерено в эксперименте. Величина поля в центре пятна определяется следующим выражением:

$$B_z = -\frac{\Phi_0\zeta}{4\pi\lambda_{\text{eff}}} \int_0^\infty \frac{dr}{r} \left(f_+ \frac{\partial f_-}{\partial r} - f_- \frac{\partial f_+}{\partial r} + \frac{2}{r} f_+ f_- \right), \quad (1.16)$$

где $\lambda_{\text{eff}} = \lambda^2/d$ — эффективная длина экранировки. В дальней зоне магнитное поле определяется дипольным моментом системы токов, равным следующей величине:

$$m = -\frac{\Phi_0\zeta}{8\pi\lambda_{\text{eff}}} \int_0^\infty r^2 \left(f_+ \frac{\partial f_-}{\partial r} - f_- \frac{\partial f_+}{\partial r} + \frac{2}{r} f_+ f_- \right) dr. \quad (1.17)$$

Изложенный метод может быть применен только в том случае, когда локальная температура не превышает критическую температуру сверхпроводящего перехода. В противном случае возникает необходимость в численном реше-

нии уравнений Гинзбурга–Ландау.

Динамика локальной температуры электронной подсистемы довольно сложна, на нее влияют такие процессы как электронная и фононная теплопроводность, электрон–фононное взаимодействие и утечка неравновесных фононов в подложку образца [108]. Теплопроводностью можно пренебречь можно пренебречь, если характерные времена остальных процессов на порядки меньше характерного времени процессов теплопроводности, которое зависит от размеров области неоднородной температуры. В пренебрежении теплопроводностью мы полагаем, что локальная температура линейно зависит от локальной мощности падающего лазерного излучения, что справедливо при слабой интенсивности пучка. Предполагая гауссов профиль лазерного пучка мы имеем следующее распределение температуры:

$$T(\mathbf{r}) = T_0 + \frac{\kappa P}{2\pi\sigma^2} \exp\left(-\frac{r^2}{2\sigma^2}\right), \quad (1.18)$$

где κ — коэффициент пропорциональности между локальной мощностью и температурой. Введем параметр $\tau_0 = \kappa P / [\pi \xi^2 (T_c - T_0)]$ и получим следующие выражения для магнитного поля в центре горячего пятна и магнитного момента индуцированных токов $(T - T_0) \ll (T_c - T_0)$:

$$\eta_+ \approx 1 - \frac{\tau_0 \xi^2}{2\sigma^2} e^{-r^2/2\sigma^2} - \frac{\tau_0^2 \xi^4}{8\sigma^4} e^{-r^2/\sigma^2}, \quad (1.19)$$

$$\eta_- \approx -\frac{\zeta}{\beta} \left[\frac{\tau_0 \xi^4 r^2}{2\sigma^6} e^{-r^2/2\sigma^2} + \frac{\tau_0^2 \xi^6 r^2}{\sigma^8} e^{-r^2/\sigma^2} \right] \quad (1.20)$$

$$B_z \approx \frac{\Phi_0}{4\pi\lambda_{eff}\xi} \cdot \frac{7\xi^2\tau_0\sqrt{\pi}}{8\beta} \left(\frac{\xi}{\sigma}\right)^5, \quad (1.21)$$

$$m \approx \frac{\Phi_0 \xi^2}{8\pi\lambda_{eff}} \cdot \frac{\xi^2\tau_0^2}{2\beta} \left(\frac{\xi}{\sigma}\right)^4. \quad (1.22)$$

Магнитное поле и магнитный момент обладают степенной зависимостью от размера пучка $B_z \propto \sigma^{-5}$, $m \propto \sigma^{-4}$ и интенсивности $B_z \propto P$, $m \propto P^2$.

Зависимости магнитного поля в центре пятна и магнитного момента

системы токов от параметров пучка σ и τ_0 изображены на Рис. 3. Сравнение с численным счетом показывает, что адиабатическое приближение по крайней мере дает правильную степенную зависимость, но не способно описать систему в случае когда локальная температура приближается к критической температура сверхпроводника.

Для оценки величины магнитного поля возьмем параметры на границе применимости данной модели, а именно положим толщину пленки равной лондоновской глубине проникновения $d = \lambda$, также допустим, что температура в центре пятна равна критической, что соответствует $\tau_0 = \sigma^2/\xi^2$, тогда магнитное поле можно оценить как $B \sim H_{cm} \cdot (\xi/\sigma)^3$. С ростом температуры величина этого поля растет, поскольку $H_{cm} \propto (1 - T_0/T_c)$, а $\xi \propto 1/\sqrt{1 - T_0/T_c}$. Однако адиабатическая модель перестает работать, когда размер пятна будет порядка ξ , поэтому, полагая данные величины равными мы получим оценку на величину поля $B \sim \Phi_0/\sigma^2 \cdot (\xi/\lambda)$, что для параметров $\xi_0 = 66$ нм и $\lambda_0 = 152$ нм, соответствующих Sr_2RuO_4 [10], и размера пятна порядка 2 мкм, составляет порядка 2 Гс.

Подобная генерация магнитного поля в горячем пятне имеет место и в других сверхпроводниках с нарушенной симметрией обращения времени, таких как $s + id$ сверхпроводники [104]. Однако распределение магнитных полей в $s + id$ и киральных p сверхпроводниках качественно различается из-за различной симметрии сверхпроводящего состояния. Для аксиально симметричного распределения температуры мы обнаружили что плотность сверхтекучего тока и, следовательно, магнитное поле также обладают аксиальной симметрией (с поправкой на тетрагональные искажения, которые должны возникнуть при учете членов в функционале Гинзбурга–Ландау, понижающих симметрию до D_{4h}). Это качественно отличается от случая $s + id$ сверхпроводников, в которых распределение магнитного поля имеет явно выраженную C_2 -симметрию [104]. Таким образом, можно отличать различные сверхпроводящие состояния внутри класса сверхпроводников с нарушенной сим-

метрией обращения времени.

Другим свидетельством киральности сверхпроводника является ненулевой магнитный момент системы термически наведенных токов в сверхпроводящей пленке. Ключевым отличием между $s + id$ и $p_x + ip_y$ состоянием является то, что последнее характеризуется внутренней киральностью в импульсном пространстве, направленной вдоль оси z . Поэтому, в отличие от $s + id$ сверхпроводника общий магнитный момент наведенных токов (проинтегрированный по всему образцу) может быть отличен от нуля и зависит от киральности домена, в котором наведено горячее пятно. Следовательно, измерения магнитного момента могут помочь в обнаружение киральной p -волновой сверхпроводимости.

1.4 Механизм Киббла–Зурека в киральных сверхпроводниках

1.4.1 Генерация киральных доменов с помощью сильного разогрева

В случае сильного разогрева локальная температура может превышать критическую температуру сверхпроводящего перехода в довольно большой области внутри горячего пятна, что приводит к полному подавлению сверхпроводимости в пятне. В этом случае адиабатический подход неприменим даже для плавного профиля температуры, однако качественная картина остается такой же: из-за неоднородности компонент параметра порядка вокруг горячего пятна течет ток, создающий магнитное поле. Однако в случае короткого импульсного разогрева при остывании образца с конечной скоростью из-за тепловых флуктуаций параметра порядка могут зарождаться киральные домены согласно механизму Киббла–Зурека [35; 36]. Доменные стенки, разделяющие области с разным направлением момента куперовских пар, несут сверхток [109] который может быть детектирован с помощью измере-

ния магнитного поля. Известно что в обычных сверхпроводниках по сценарию тепловые флуктуации вблизи перехода приводят к рождению вихрь-антивихревых пар [37], которые могут быть обнаружены по конкретному распределению магнитного поля. В случае кирального p -волнового сверхпроводника распределение магнитного поля имеет качественно другое распределение, что может быть использовано для определения типа спаривания.

Используя приближение локальной температуры мы исследуем неравновесный процесс восстановления сверхпроводимости, полагая при этом что температура зависит от времени. Мы стартуем от сильно неоднородного распределения температуры, которое со временем плавно спадает к равновесному значению $T = T_0$. Мы изучаем рост киральных доменов в рамках нестационарной теории Гинзбурга–Ландау:

$$-t_{GL} \left(\frac{\partial}{\partial t} + \frac{2\pi ic}{\Phi_0} \varphi \right) \eta_+ = \chi_+(\mathbf{r}, t) - \tau(\mathbf{r}, t) \eta_+ + \eta_+ |\eta_+|^2 + \eta_+ |\eta_-|^2 (1 + \beta) + \xi^2 (\mathbf{D}^2 \eta_+ + 2\zeta D_+^2 \eta_-), \quad (1.23)$$

$$-t_{GL} \left(\frac{\partial}{\partial t} + \frac{2\pi ic}{\Phi_0} \varphi \right) \eta_- = \chi_-(\mathbf{r}, t) - \tau(\mathbf{r}, t) \eta_- + \eta_- |\eta_-|^2 + \eta_- |\eta_+|^2 (1 + \beta) + \xi^2 (\mathbf{D}^2 \eta_- + 2\zeta D_-^2 \eta_+), \quad (1.24)$$

$$\sigma_n \nabla^2 \varphi + c \operatorname{div} \frac{\delta F}{\delta \mathbf{A}} = 0, \quad (1.25)$$

$$\frac{\sigma_n}{c} \frac{\partial \mathbf{A}}{\partial t} + \frac{c}{4\pi} \nabla \times \nabla \times \mathbf{A} + \sigma_n \nabla \varphi + c \frac{\delta F}{\delta \mathbf{A}} = 0. \quad (1.26)$$

Векторный потенциал удовлетворяет калибровке Кулона $\operatorname{div} \mathbf{A} = 0$, σ_n — нормальная проводимость, $t_{GL} = \Gamma/a_0$ — время релаксации параметра порядка, Γ — константа, не зависящая от температуры. Функции χ_{\pm} представляют собой дельта-коррелированные шумовые источники

$\langle \chi_\alpha(\mathbf{r}, t) \chi_\beta(\mathbf{r}', t') \rangle = \chi^2 \delta_{\alpha\beta} \delta(\mathbf{r} - \mathbf{r}') \delta(t - t')$. Для простоты мы рассматриваем чисто двумерную задачу, что соответствует толщине пленки превышающей λ , однако достаточно тонкой чтобы считать распределение температуры вдоль оси z однородным. Вместо самосогласованного учета уравнения теплопроводности для простоты мы используем явную пространственную и временную зависимость температуры $\tau = 1 - \frac{\tau_0 \xi^2}{\sigma^2} \exp(-r^2/[2\sigma^2] - t/t_T)$, где t_T — скорость релаксации электронной температуры, определяемой, например, потоком тепла в подложку.

В случае адиабатически медленного остывания $t_T \gg t_{GL}$ при температурах ниже критической $T < T_c$ параметр порядка «следует» за мгновенной температурой и в каждый момент времени решение квазиравновесно, с точностью до слабых возмущений, вызванных тепловыми флуктуациями. В этом случае никаких доменов не образуется. Однако условие адиабатичности нарушается вблизи фазового перехода, поскольку время релаксации параметра порядка расходится при приближении к критической температуре $t_{GL} \propto (T_c - T_0)^{-1}$. В этом интервале температур сверхпроводящее состояние оказывается существенно неравновесным, при этом обе компоненты параметра порядка могут зарождаться из-за тепловых шумов. При неравновесном охлаждении зародыши сверхпроводящей фазы растут вплоть до перехода в нелинейный режим уравнения Гинзбурга–Ландау. Из-за градиентных слагаемых диффузионного типа в уравнениях Гинзбурга–Ландау на компоненты параметра порядка, характерный масштаб доменов оказывается зависящим от времени остывания образца t_T — чем меньше это время, тем меньше характерный размер образующихся доменов. В случае бесконечно большого горячего пятна в результате мы будем иметь некоторую конечную концентрацию доменов, однако для пятна конечного размера, если его радиус не превышает характерного размера домена, мы получим сверхпроводник в однородном состоянии без киральных доменов.

Результаты численного счета изображены на Рис. 4 (a,b). Специфич-

ная для p -волнового сверхпроводника картина киральных доменов появляется после восстановления равновесного температурного профиля. Токи, связанные с доменными стенками, генерируют магнитное поле с нулевым полным потоком. Распределение магнитного поля качественно отличается от случая обыкновенного сверхпроводника s типа, для которого как результат механизма Киббла–Зурека характерно образование вихрь–антивихревых пар (см. Рис. 4 (с,d)). Можно было ожидать, что генерация доменов в киральном p волновом сверхпроводнике должна сопровождаться рождением вихрь–антивихревых пар, но оказывается что большинство вихрей оказываются запиннированными на доменных стенках, где им находится энергетически более выгодно. Запиннированные вихри можно увидеть на Рис. 4(b) как максимумы магнитного поля неправильной формы. Число незапиннированных вихрей определяется силой взаимодействия вихрей и доменных стенок.

Домены разных сверхпроводящих фаз могут образовываться по механизму Киббла–Зурека в любых других сверхпроводниках, обладающих нарушенной дискретной симметрией, таких как $s + is/s + id$ сверхпроводниках. В этих случаях распределение магнитного поля после неравновесного охлаждения образца имеет качественно тот же вид, что и для p -волнового сверхпроводника, что осложняет идентификацию сверхпроводящего состояния. Однако, как было упомянуто ранее, магнитный момент системы токов должен быть равен нулю, поэтому измерения магнитного момента могут позволить различать сверхпроводящие состояния с нарушенной симметрией обращения времени.

1.4.2 Генерация киральных доменов продольным магнитным полем

Для генерации доменов по механизму Киббла–Зурека необходимо наличие фазового перехода второго рода, при котором происходит нарушение

симметрии относительно обращения времени, ответственное за двукратное вырождение основного состояния. В предыдущей части в качестве такого перехода был рассмотрен температурный переход, при этом симметрия относительно обращения времени нарушается вместе с появлением сверхпроводимости. Оказывается, что в тонкой пленке кирального p -волнового сверхпроводника, помещенного в продольное магнитное поле (см. Рис. 5(а)) возможен переход из сверхпроводящей фазы с нарушенной симметрией относительно обращения времени в другую сверхпроводящую фазу, обладающую данной симметрией. Двукратное вырождение основного состояния, связанное с нарушением симметрии относительно обращения времени $(\eta_+, \eta_-) \rightarrow (\eta_-^*, \eta_+^*)$, снимается при некотором значении поля H_{Z_2} . При этом, если в образце присутствовали домены разной киральности, то они исчезают при переходе в симметричную фазу. При обратном переходе в фазу с нарушенной симметрией относительно обращения времени из-за тепловых флуктуаций по механизму Киббла–Зурека могут зарождаться киральные домены на фоне уже хорошо развитой сверхпроводимости, если снижать поле с конечной скоростью. Для описания этого сценария мы воспользуемся теорией Гинзбурга–Ландау. Рассматривая пленку толщиной $2d \ll \xi$ (см. Рис. 5(а)), помещенную в однородное продольное магнитное поле $\mathbf{H} = Hy_0$ ($\mathbf{A} = Hzx_0$), мы полагаем, что компоненты параметра порядка однородны во всем образце [5]. Тогда, варьируя функционал (1.6) по η_+^* и η_-^* мы получим систему уравнений на компоненты параметра порядка:

$$-\eta_+ + \eta_+ |\eta_+|^2 + (1 + \beta)\eta_+ |\eta_-|^2 + \xi^2 k^2 (\eta_+ + 2\zeta\eta_-) = 0, \quad (1.27)$$

$$-\eta_- + \eta_- |\eta_-|^2 + (1 + \beta)\eta_- |\eta_+|^2 + \xi^2 k^2 (\eta_- + 2\zeta\eta_+) = 0, \quad (1.28)$$

$$(1.29)$$

где $k = \sqrt{8/3\pi Hd}/\Phi_0$. Существуют две ветви решений данных уравнений:

$$\eta_{\pm} = \pm \left[\frac{1 - k^2 \xi^2}{2} \pm \frac{1}{2} \sqrt{(1 - k^2 \xi^2)^2 - \frac{4 \zeta^2 k^4 \xi^4}{\beta^2}} \right]^{1/2}, \quad (1.30)$$

существующая в интервале полей от нуля до $H_{Z_2} = H_0 \sqrt{\beta/(\beta + 2\zeta)}$, соответствующая фазе с нарушенной симметрией обращения времени, и фаза с восстановленной симметрией

$$\eta_{\pm} = \pm \sqrt{\frac{1 + (\zeta - 1)k^2 \xi^2}{2 + \beta}}, \quad (1.31)$$

устойчивая в интервале $H_{Z_2} < H < H_{U(1)} = H_0/\sqrt{\zeta - 1}$, где $H_0 = H_{cm} \lambda \sqrt{3}/d$. Зависимость компонент параметра порядка от магнитного поля изображена на Рис. 5(b). Для описания механизма Киббла–Зурека в окрестности Z_2 перехода мы выполним поворот в пространстве компонент параметра порядка: $\eta_x = (\eta_+ + \eta_-)/\sqrt{2}$, $\eta_y = (\eta_+ - \eta_-)/(i\sqrt{2})$. Функционал Гинзбурга–Ландау, записанный в терминах этих компонент, принимает следующий вид:

$$F = \frac{H_{cm}^2}{4\pi} \int \left\{ -(|\eta_x|^2 + |\eta_y|^2) + \frac{1}{2} (|\eta_x|^2 + |\eta_y|^2)^2 + \frac{\beta}{4} |\eta_x^2 + \eta_y^2|^2 + \right. \\ \left. \xi^2 (|\mathbf{D}\eta_x|^2 + |\mathbf{D}\eta_y|^2) + \zeta \xi^2 (|D_x \eta_x + D_y \eta_y|^2 - |D_x \eta_y - D_y \eta_x|^2) + \frac{(\nabla \times \mathbf{A})^2}{2H_{cm}^2} \right\}. \quad (1.32)$$

Компонента η_x исчезает при Z_2 переходе, восстанавливающим симметрию относительно обращения времени, следовательно, мы можем перейти к эффективной однокомпонентной теории Гинзбурга–Ландау для компоненты η_x , считая компоненту η_y при этом равной ее равновесному значению в точке Z_2 перехода $\eta_y = -i\sqrt{2\zeta/(\beta + 2\zeta)}$. Подставляя это значение в функционал (1.32)

и выполняя интегрирование по оси z , мы получим:

$$F = const + \frac{2dH_{cm}^2}{4\pi} \int \left\{ \frac{(1+\zeta)}{H_0^2} [H^2 - H_{Z_2}^2] \eta_x^2 + \frac{2+\beta}{4} \eta_x^4 + \xi^2(1+\zeta) |\nabla \eta_x|^2 \right\} d^2r. \quad (1.33)$$

Здесь компонента параметра порядка η_x полагается вещественной, поскольку коэффициент перед квадратичным по $\text{Im } \eta_x$ слагаемым в функционале свободной энергии оказывается положительным, следовательно отклонение фазы η_x от 0 или π имеет флуктуационный характер. Уравнение Гинзбурга–Ландау, обеспечивающее экстремум данного функционала имеет следующий вид:

$$-\xi^2 \nabla^2 \eta_x + \frac{2+\beta}{2(1+\zeta)} \eta_x^3 + \frac{H^2 - H_{Z_2}^2}{H_0^2} \eta_x = 0. \quad (1.34)$$

Можно найти решение этого уравнения, отвечающее уединенной доменной стенке:

$$\eta_x^{wall} = \sqrt{\frac{H^2 - H_{Z_2}^2}{H_0^2} \cdot \frac{2(1+\zeta)}{2+\beta}} \tanh \left(\frac{\sqrt{H^2 - H_{Z_2}^2}}{H_0 \xi} x \right). \quad (1.35)$$

Видно, что по мере приближения поля H к полю перехода H_{Z_2} доменная стенка размывается и ее амплитуда уменьшается, поскольку домены в невырожденной фазе существовать не могут. Для описания формирования доменных стенок по сценарию Киббла–Зурека при изменении поля H с конечной скоростью, мы воспользуемся линеаризованной нестационарной моделью Гинзбурга–Ландау:

$$t_{GL} \frac{\partial \eta_x}{\partial t} = a(t) \eta_x + \xi^2 \nabla^2 \eta_x + f(\mathbf{r}, t), \quad (1.36)$$

где $a(t) = [H_{Z_2}^2 - H(t)^2]/H_0^2$, $f(\mathbf{r}, t)$ — вещественный источник шума, описывающий тепловые флуктуации $\langle f(\mathbf{r}, t) f(\mathbf{r}', t') \rangle = f^2 \delta(\mathbf{r} - \mathbf{r}') \delta(t - t')$. Для описания неравновесного фазового перехода мы полагаем что $a(t) = t/t_H$, где t_H — характерное время изменения поля. Решение этого уравнения можно найти,

выполнив преобразование Фурье по пространственным координатам:

$$\eta(\mathbf{k}, t) = \int_{-\infty}^t f(\mathbf{k}, t') \exp \left[-\frac{\xi^2 k^2}{t_{GL}}(t - t') + \frac{t^2 - t'^2}{2t_Z^2} \right] dt', \quad (1.37)$$

где $t_Z = \sqrt{t_{GL}t_H}$ — время Зурека, характеризующее скорость роста флуктуаций параметра порядка. Коррелятор Фурье образа шумового источника имеет вид $\langle f(\mathbf{k}, t)f(\mathbf{k}', t') \rangle = (2\pi)^2 f^2 \delta(\mathbf{k} + \mathbf{k}') \delta(t - t')$. Линейное приближение справедливо до тех времен, когда величина параметра порядка η_x не сравнивается с равновесным значением. Поскольку величина коэффициента перед нелинейным членом в уравнении (1.34) имеет значение порядка единицы, условие применимости линейной модели можно записать как $\eta_x^2 \ll a$. Для оценки времени перехода в нелинейный режим и размера доменов в этот момент времени мы вычислим парный коррелятор параметра порядка:

$$\langle \eta_x(\mathbf{r}, t)\eta_x(\mathbf{r}', t) \rangle = \frac{f^2}{(2\pi)^2} \int_{-\infty}^t \int \exp \left[i\mathbf{k}(\mathbf{r} - \mathbf{r}') - \frac{2\xi^2 k^2(t - t')}{t_{GL}} + \frac{t^2 - t'^2}{t_Z^2} \right] dt' d\mathbf{k}. \quad (1.38)$$

Данный интеграл можно приближенно вычислить методом перевала по времени t' . Точка максимума показателя экспоненты соответствует $t'_* = \xi^2 k^2 t_H$, соответственно, эффективный вклад в интеграл дадут только те волновые вектора, модуль которых не превышает $k < k_{max} = \sqrt{t/t_H}/\xi$:

$$\langle \eta_x(\mathbf{r}, t)\eta_x(\mathbf{r}', t) \rangle \approx \frac{f^2 t_Z \sqrt{\pi}}{(2\pi)^2} \exp \left(\frac{t^2}{t_Z^2} \right) \int_{k < k_{max}} \exp \left[i\mathbf{k}(\mathbf{r} - \mathbf{r}') - \frac{2\xi^2 k^2 t}{t_{GL}} + \frac{\xi^4 k^4 t_H}{t_{GL}} \right] d\mathbf{k}. \quad (1.39)$$

В пределе $|\mathbf{r} - \mathbf{r}'| \ll \xi\sqrt{t/t_H}$ интеграл также может быть вычислен с помощью метода перевала:

$$\langle \eta_x(\mathbf{r}, t) \eta_x(\mathbf{r}', t) \rangle \approx \frac{f^2 t_{GL}}{8\sqrt{\pi} \xi^2 t} \exp \left[-\frac{(\mathbf{r} - \mathbf{r}')^2 t_{GL}}{8\xi^2 t} + \frac{t^2}{t_Z^2} \right]. \quad (1.40)$$

Основной вклад во временную зависимость коррелятора на больших временах дает растущая экспонента $\exp(t^2/t_Z^2)$, следовательно, линейное приближение справедливо на временах порядка $t \sim t_Z$. Формация киральных доменов начнется уже на нелинейной стадии, однако характерный размер домена можно оценить через пространственный масштаб корреляционной функции, который при $t = t_Z$ равен длине Зурека $l_Z = \xi^4 \sqrt{t_H/t_{GL}}$. Концентрация доменов зависит от характерного времени изменения магнитного поля t_H , чем быстрее изменяется поле, тем больше ожидаемая концентрация киральных доменов.

1.5 Выводы

Основным результатом данной главы является предложенный метод детектирования киральной сверхпроводимости в реальных материалах с помощью создания локальных неоднородностей параметра порядка лазерным импульсом, а также изучение генерации киральных доменов посредством механизма Киббла–Зурека. В случае слабого разогрева ($T < T_c$) сверхпроводника лазерным импульсом, из-за подавления основной компоненты параметра порядка появляется ненулевая побочная компонента и их сосуществование обеспечивает сверхток, текущий вокруг созданного лазером горячего пятна. В рамках модели Гинзбурга–Ландау вычислена зависимость магнитного поля в центре пятна и магнитного момента от мощности и размера пятна фокусировки лазерного излучения. В случае же сильного разогрева, когда локальная температура превышает критическую температуру сверхпроводящего фа-

зового перехода, сверхпроводимость внутри пятна подавляется полностью, однако, при остывании из-за тепловых флуктуаций могут образовываться домены противоположной киральности по механизму Киббла–Зурека. Однако для генерации доменов с помощью сценария Киббла–Зурека можно использовать фазовый переход, при котором происходит нарушение симметрии обращения времени на фоне развитой сверхпроводимости. Такой переход имеет место в тонких пленках киральных p -волновых сверхпроводников, помещенных в продольное магнитное поле. С помощью этого перехода также показана возможность генерации доменов и сделана оценка концентрации доменов в зависимости от скорости изменения магнитного поля.

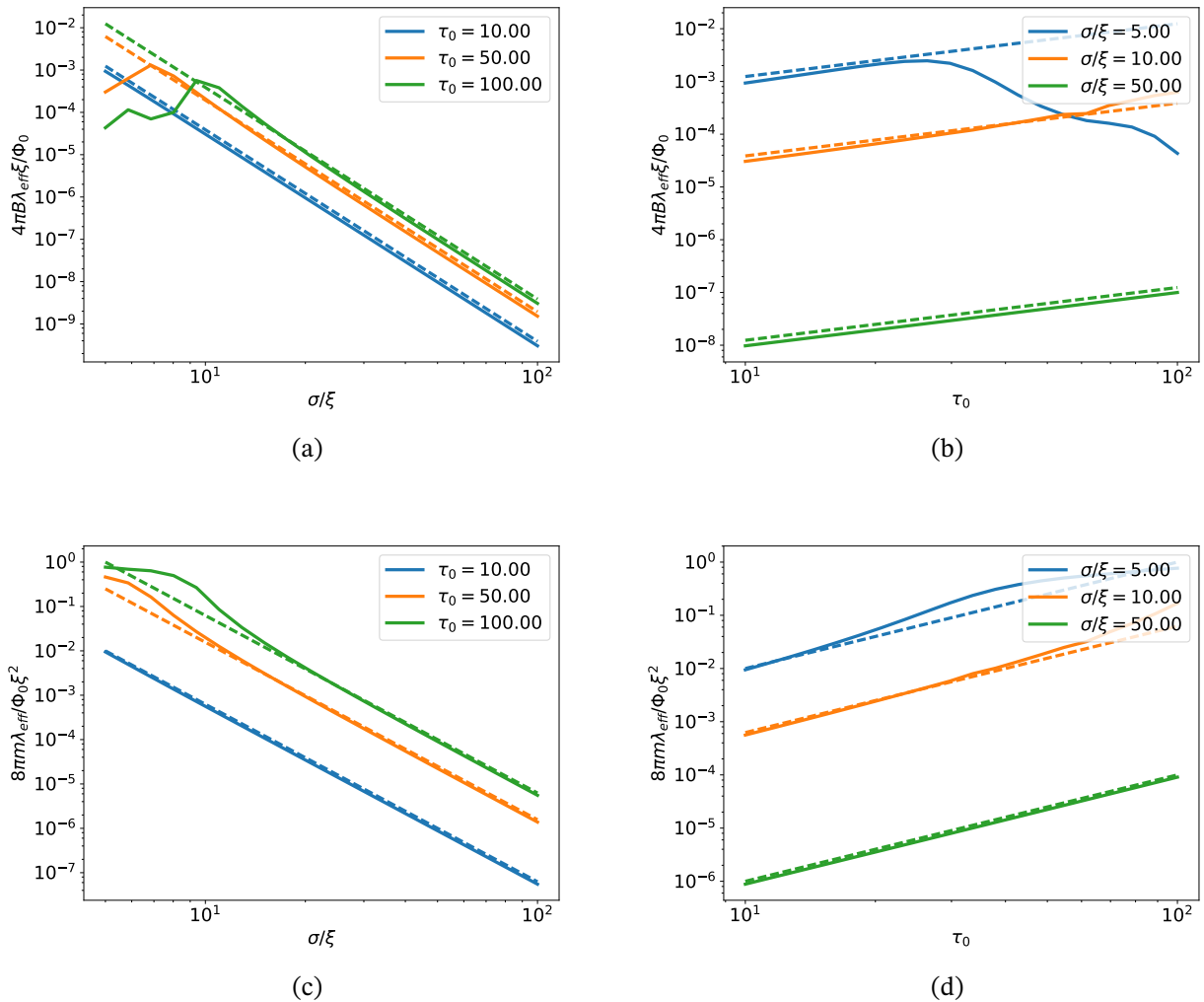


Рис. 3: Магнитное поле в центре горячего пятна (a), (b) и магнитный момент (c), (d) в зависимости от размера лазерного пучка (a), (c) и его интенсивности (b), (d). Сплошные линии соответствуют результату численного счета, пунктиром обозначены зависимости, полученные в рамках адиабатического приближения. Феноменологические параметры $\beta = 1$ и $\zeta = 0.5$, мейсснеровская экранировка не была учтена.

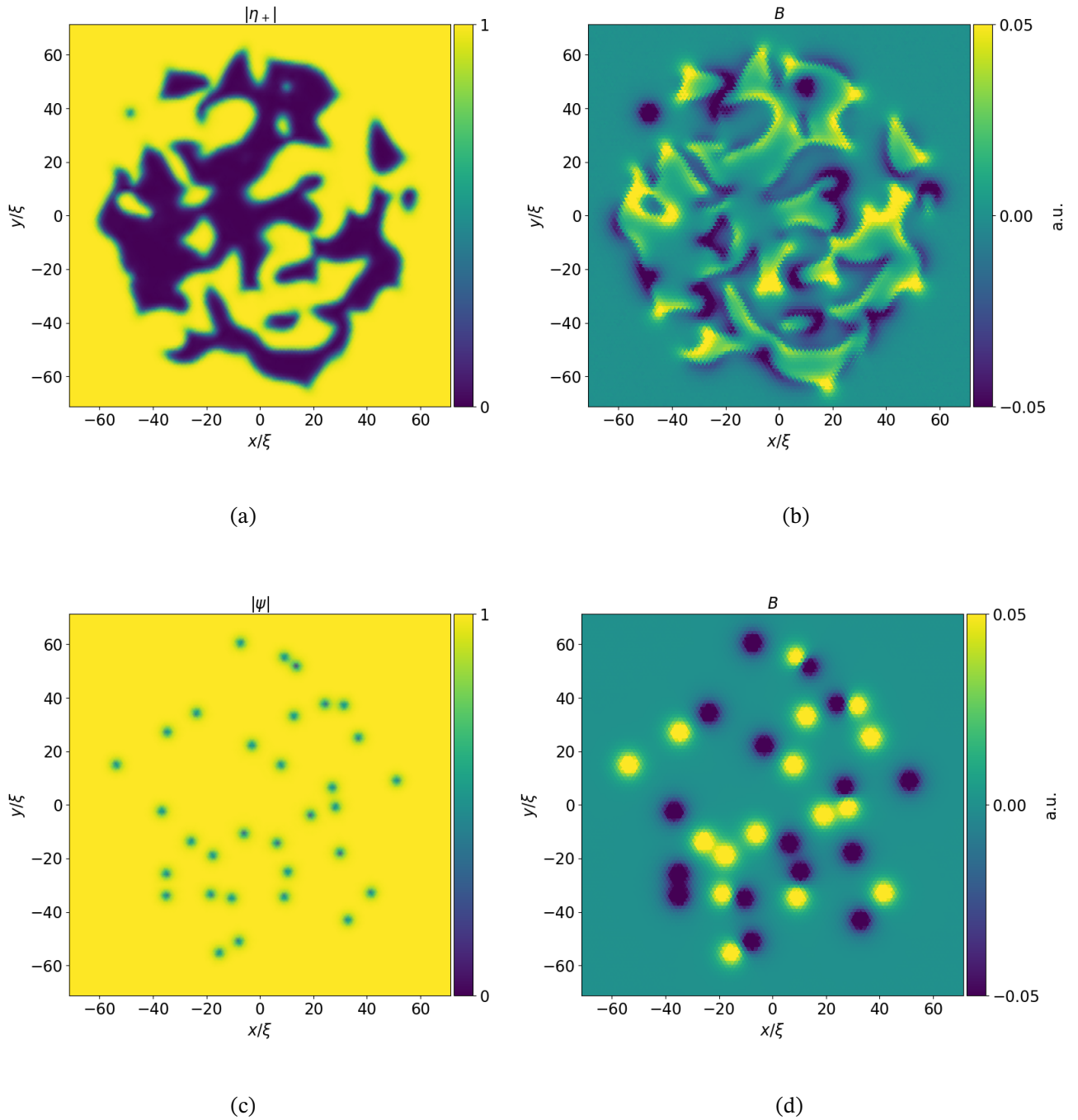


Рис. 4: Генерация топологических дефектов по механизму Киббла–Зурека в p -волновом сверхпроводнике (a,b) и s -волновом сверхпроводнике, описываемом однокомпонентной моделью Гинзбурга–Ландау. (a,c) Абсолютные значения параметра порядка. На панели (a) изображена лишь компонента η_+ (другая компонента η_- доминирует там, где η_+ подавлена). (b,d) Распределение магнитного поля внутри образца после охлаждения. Ожидаемое распределение магнитного поля снаружи образца должно быть более размытым.

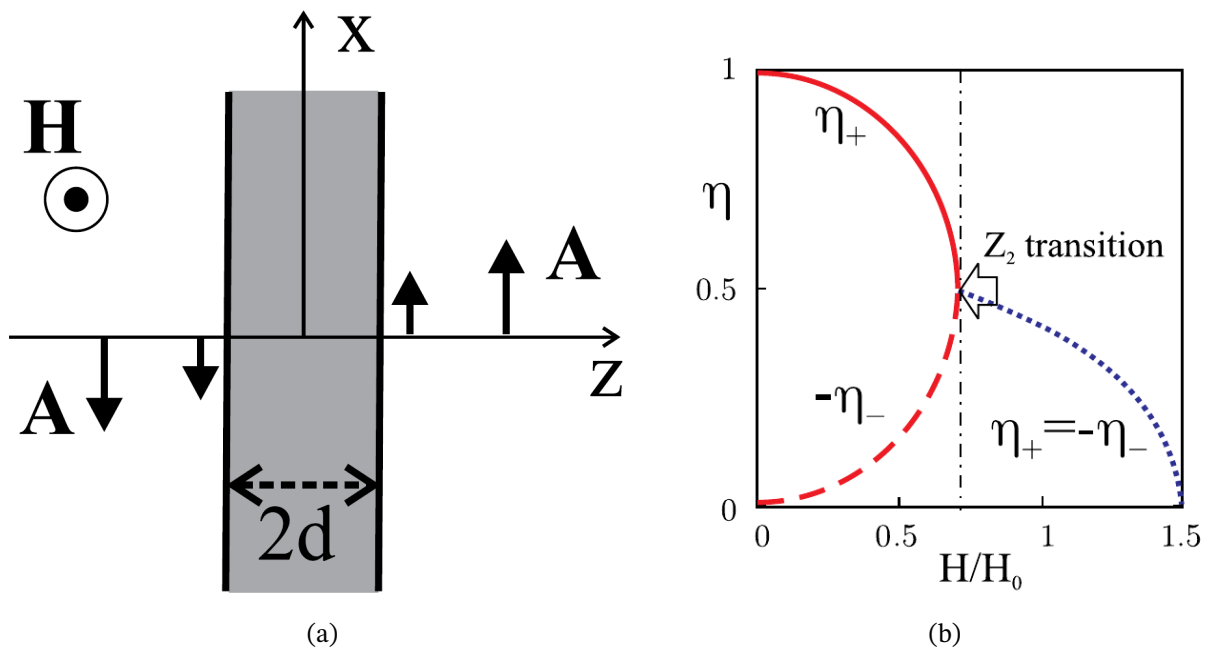


Рис. 5: (а) Пленка кирального p -волнового сверхпроводника толщиной $2d$ помещена в продольное магнитное поле $\mathbf{H} = H\mathbf{y}_0$. (б) Зависимость компонент параметра порядка от магнитного поля. $H_0 = H_{cm}\lambda\sqrt{3}/d$

2 Электронная структура запиннигованных вихрей в киральных p -волновых сверхпроводниках

2.1 Введение

В добавление к указанным в предыдущей главе методам обнаружения необычной сверхпроводимости, для идентификации сверхпроводящих состояний с нетривиальной симметрией спаривания можно изучать свойства вихревого состояния. Взаимодействие между завихренностью в координатном пространстве, связанной со сверхтекучей скоростью конденсата, и собственной киральностью куперовских пар приводит к модификации подщелевых уровней внутри коров вихрей [110; 111]. Однако, ключевое отличие между спектром квазичастиц в вихре в необычном сверхпроводнике от стандартного решения Кароли–де Жена–Матрикона (КдЖМ) лежит за пределами квазиклассического подхода и выражается в изменении правила квантования подщелевых уровней и величины минищели в спектре квазичастиц. Так, в киральных p -волновых сверхпроводниках минищель оказывается полностью подавленной и получающаяся нулевая мода является крайне устойчивой к возмущениям, связанным, например, с рассеянием на примесях [110]. Межуровневое расстояние в спектре КдЖМ крайне мало и составляет величину порядка Δ_0^2/E_F , где Δ_0 — амплитуда сверхпроводящей щели и E_F — энергия Ферми. Поэтому обнаружение дискретных уровней требует высокого разрешения по энергии, недоступного для современных методик сканирующей туннельной спектроскопии.

Альтернативный способ детектирования киральной сверхпроводимо-

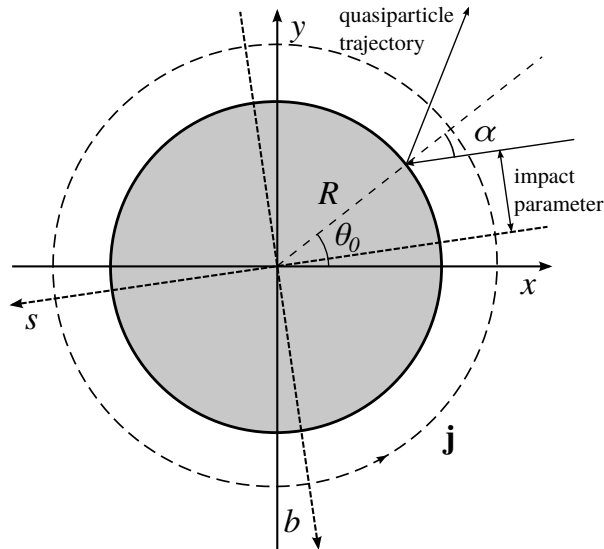


Рис. 6: Зеркальное отражение квазичастицы от поверхности дефекта. Здесь s и b — координаты вдоль и перпендикулярно классической траектории.

сти может быть основан на изучении особенностей электронной структуры вихрей, запиннированных на колумнарных дефектах, параллельных приложенному магнитному полю. Такие дефекты могут быть созданы искусственно с помощью облучения образцов протонами [112] или тяжелыми ионами [113]. При этом мы предполагаем, что получаемые таким образом дефекты представляют собой протяженные цилиндрические диэлектрические включения, окруженные сверхпроводником. Спектр квазичастиц в вихрях, запиннированных на таких колумнарных дефектах в обычных s -волновых сверхпроводниках был изучен ранее в работах [114] и [115]. Было показано, что наличие дефекта приводит к существенному увеличению минищели до величины порядка Δ_0 . Можно ожидать, что в нетривиальных сверхпроводниках спектр подщелевых состояний в запиннированных вихрях окажется еще более сложным из-за присутствия связанных состояний вблизи дефекта даже в отсутствие вихрей [20; 21; 116; 117]. Эти краевые моды должны взаимодействовать с связанными состояниями в вихре, таким образом, существенно изменяя спектр. Гибридизация этих квазичастичных мод была ранее изучена для частного случая изолированного вихря в центре мезоскопического

сверхпроводящего диска [118] и было показано, что спектры квазичастиц в вихрях противоположной ориентации качественно отличаются из-за взаимодействия между внутренней киральностью p -волнового сверхпроводника и завихренностью в координатном пространстве, создаваемой вихрем.

Помимо фундаментального значения, задача о спектре квазичастиц в запиннингованном вихре в сверхпроводнике с анизотропной щелью важна для понимания природы диссипации в таких соединениях. Пиннинг влияет на движение вихрей и, таким образом, существенно изменяет транспортные свойства сверхпроводника в режиме течения магнитного потока. Микроскопическое рассмотрение пиннинга вихрей необходимо либо в случае температур много ниже критической температуры сверхпроводящего перехода, либо в случае мелких дефектов, размер которых меньше длины когерентности ξ [119—122]. Противоположный предел, соответствующий температурам близким к критической температуре сверхпроводящего перехода и крупным дефектам может быть хорошо описан в рамках феноменологических подходов [123—127].

В данной главе мы рассматриваем индивидуальный запиннингованный вихрь и изучаем модификацию распределения локальной плотности состояний и микроволнового отклика на внешнее излучение. Данные величины вычислены на основании спектра квазичастиц в запиннингованном вихре. Полагая, что колумнарный дефект имеет вид изолирующего цилиндра радиусом $R < \xi$ (см. Рис 6), мы исследуем трансформацию аномальных энергетических ветвей спектра, связанную с отражением на поверхности дефекта. Результаты главы опубликованы в работах [A2; A3; A9]. Раздел 2.2 посвящен описанию микроскопической модели, использованной для решения задачи, в частности, в подразделе 2.2.1 приводятся уравнения Боголюбова–де Жена на спектр квазичастиц, в подразделах 2.2.2 и 2.2.3 обсуждаются квазиклассическое приближение и граничные условия на квазиклассические волновые функции на дефекте. Далее, в разделе 2.3 приводится решение задачи

о спектре квазичастиц в запиннигованном вихре в киральном p -волновом сверхпроводнике. В подразделах 2.4.1 и 2.4.2 обсуждаются экспериментально наблюдаемые величины, такие как локальный дифференциальный кондактанс и СВЧ проводимость. В разделе 2.5 приведены выводы.

2.2 Модель

2.2.1 Уравнения Боголюбова–де Жена

Мы полагаем, что колумнарный дефект представляет собой цилиндрический изолятор, магнитное поле направлено вдоль оси цилиндра z , вихрь соосен цилиндру. Таким образом, система инвариантна относительно вращений вокруг оси z и сдвигам вдоль этой оси. Для простоты мы ограничимся чисто двумерным случаем и будем рассматривать движение квазичастиц в плоскости (x, y) . Спектр квазичастиц может быть найден из решения уравнения Боголюбова–де Жена (БДЖ), записанного для двухкомпонентной волновой функции квазичастицы $\psi = (u, v)^T$:

$$-\frac{\hbar^2}{2m}(\nabla^2 + k_F^2)\tau_3\psi + (\hat{\Delta}(\mathbf{r})\tau_+ + h.c.)\psi = \epsilon\psi, \quad (2.1)$$

где $\tau_{\pm} = (\tau_1 \pm i\tau_2)/2$, τ_1 , τ_2 and τ_3 — матрицы Паули в пространстве Намбу, $\hbar k_F$ — импульс Ферми, $\hat{\Delta}$ — оператор сверхпроводящей щели. Считая, что образец является сверхпроводником существенно второго рода с большой глубиной проникновения магнитного поля $\lambda \gg \xi$, мы пренебрегаем влиянием векторного потенциала магнитного поля $A_{\theta} \approx Br/2$, поскольку его вклад в сверхтекучую скорость $A/\Phi_0 \propto r/\lambda^2$ мал по сравнению с градиентом фазы параметра порядка $\propto 1/r$ [70]. Здесь r и θ — полярные координаты, а Φ_0 — квант магнитного потока. Мы полагаем, что квазичастицы не проникают в дефект и

накладываем нулевые граничные условия на его поверхности:

$$\psi(R, \theta) = 0. \quad (2.2)$$

Из-за киральной p -волновой симметрии сверхпроводящего параметра порядка оператор сверхпроводящей щели является нелокальным (в отличие от щели в сверхпроводниках s -типа) В неоднородном случае оператор щели имеет следующую форму:

$$\hat{\Delta} = \frac{\Delta_0}{2k_F} (\{\eta_+(\mathbf{r}), -i\partial_+\} + \{\eta_-(\mathbf{r}), -i\partial_-\}) , \quad (2.3)$$

где Δ_0 — амплитуда щели, $\eta_{\pm}(\mathbf{r})$ — компоненты параметра порядка, описывающие куперовские пары с противоположными проекциями углового момента на ось z , $\{a, b\} = ab + ba$ — антикоммутатор, $\partial_{\pm} = \partial/\partial x \pm i\partial/\partial y$.

2.2.2 Квазиклассическое приближение

Характерный масштаб изменения сверхпроводящей щели — длина когерентности ξ — обычно на порядки превышает атомный масштаб k_F^{-1} . Это обстоятельство позволяет решить систему (2.1) с помощью квазиклассического приближения. Следуя подходу, изложенному в [67; 114] мы перейдем в импульсное представление:

$$\psi(\mathbf{r}) = \int \frac{d^2k}{(2\pi)^2} e^{i\mathbf{k}\mathbf{r}} \psi(\mathbf{k}), \quad (2.4)$$

где $\mathbf{k} = k(\cos \theta_k, \sin \theta_k) = k\mathbf{k}_0$. Единичный вектор \mathbf{k}_0 , зависящий от угла θ_k , определяет направление траектории в плоскости (x, y) . Мы полагаем, что низкоэнергетические решения (2.1) соответствуют значениям импульса близким к фермиевскому $\hbar k_F$: $k = k_F + q$ ($q \ll k_F$). Используя преобразование

Фурье

$$\psi(\mathbf{k}) = \frac{1}{k_F} \int_{-\infty}^{+\infty} ds e^{i(k_F - k)s} g(s, \theta_k) \quad (2.5)$$

можно выразить волновую функцию $\psi(\mathbf{r})$ в координатном представлении через $g(s, \theta_k)$:

$$\psi(r, \theta) = \int_0^{2\pi} e^{ik_F r \cos(\theta_k - \theta)} g[r \cos(\theta_k - \theta), \theta_k] \frac{d\theta_k}{2\pi}. \quad (2.6)$$

Для получения квазиклассического уравнения вдоль траектории квазичастицы, мы введем угловой эйконал $S(\theta_k)$:

$$g(s, \theta_k) = e^{iS(\theta_k)} \bar{\psi}(s, \theta_k). \quad (2.7)$$

Здесь мы полагаем $\bar{\psi}$ медленно меняющейся функцией θ_k . Квазичастицы, движущиеся вдоль траекторий, характеризуются орбитальным моментом μ :

$$\mu = -k_F b = \frac{\partial S}{\partial \theta_k}. \quad (2.8)$$

Здесь мы вводим прицельный параметр b , который вместе с θ_k определяет классическую траекторию. Угловой момент μ и, следовательно, b сохраняются в силу аксиальной симметрии задачи. Подставляя (2.6) и (2.7) в уравнение (2.1) можно получить уравнение на $\bar{\psi}$ на классической траектории (см Рис. 6):

$$-i\hbar v_F \tau_3 \frac{\partial \bar{\psi}}{\partial s} + (\tau_+ \bar{\Delta}(\mathbf{r}, \theta_k) + h.c.) \bar{\psi} = \epsilon \bar{\psi}, \quad (2.9)$$

где $mv_F = \hbar k_F$, $\bar{\Delta}$ — квазиклассический вид оператора щели, s — координата вдоль классической траектории. Переход от координат (s, b) (см Рис. 6) к обычным декартовым координатам (x, y) осуществляется следующим обра-

ЗОМ:

$$x = s \cos \theta_k - b \sin \theta_k, \quad y = s \sin \theta_k + b \cos \theta_k. \quad (2.10)$$

Квазиклассическая форма оператора $\hat{\Delta}$ без учета слагаемых порядка $(k_F \xi)^{-1}$ имеет следующий вид:

$$\bar{\Delta}(\mathbf{r}, \theta_k) = \Delta_0 (\eta_+(\mathbf{r})e^{i\theta_k} + \eta_-(\mathbf{r})e^{-i\theta_k}). \quad (2.11)$$

Уравнение (2.9), таким образом, приобретает следующую форму:

$$-i\xi\tau_3 \frac{\partial \bar{\psi}}{\partial s} + (D(\mathbf{r}, \theta_k)\tau_+ + h.c.)\bar{\psi} = \varepsilon\bar{\psi}, \quad (2.12)$$

где $\xi = \hbar v_F / \Delta_0$ — длина когерентности, $D(\mathbf{r}, \theta_k) = \eta_+(\mathbf{r}) \exp(i\theta_k) + \eta_-(\mathbf{r}) \exp(-i\theta_k)$, $\varepsilon = \epsilon / \Delta_0$.

Аксиально симметричные вихревые решения описываются следующим распределением компонент параметра порядка: [128]:

$$\eta_{\pm}(\mathbf{r}) = f_{\pm}^{(m)}(r)e^{i(m \mp 1)\theta}, \quad (2.13)$$

где m — суммарная завихренность в координатном и импульсном пространствах. Одна из функций f_{\pm} стремится к единице при больших $r \gg \xi$, в то время как другая стремится к нулю вдали от центра вихря. Магнитный поток, переносимый вихрем, определяется завихренностью доминирующей компоненты параметра порядка в координатном пространстве, следовательно, поток равен $m + 1$ квантам потока для вихря в домене η_- и $m - 1$ кванту для вихря в η_+ домене. Используя (2.10) и (2.13) мы находим профиль параметра порядка на классической траектории:

$$D_b(s, \theta_k) = e^{im\theta_k} \sum f_{\pm}^{(m)}(\sqrt{s^2 + b^2}) \left(\frac{s + ib}{\sqrt{s^2 + b^2}} \right)^{m \mp 1}. \quad (2.14)$$

Мы можем избавиться от зависимости от θ_k , введя новую функцию:

$$\bar{\psi} = e^{i(m\tau_3/2)\theta_k}\tilde{\psi} \quad (2.15)$$

и уравнение (2.12) становится следующим:

$$-i\xi\tau_3\frac{\partial\tilde{\psi}}{\partial s} + (\tilde{D}_b(s)\tau_+ + h.c.)\tilde{\psi} = \varepsilon\tilde{\psi} \quad (2.16)$$

где $\tilde{D}_b(s) = \exp(-im\theta_k)D_b(s, \theta_k)$. Для определенности мы рассматриваем η_+ домен, таким образом $m = 2$ and $m = 0$ соответствуют двум разным ориентациям одноквантовых вихрей, которые мы будем называть N_+ и N_- вихрями, соответственно.

Настоящая квазичастичная волновая функция $\psi(k, \theta_k)$ обязана быть однозначной функцией θ_k . Это требование накладывает следующее правило квантования: значение $\mu + m/2$ должно быть целочисленным. Поскольку m является целым для одноквантового вихря, угловой момент μ также является целым числом [110]. Это значит, что дефект не меняет правила квантования и не сдвигает нулевой уровень.

Мы не рассматриваем задачу на компоненты параметра порядка η_+ и η_- самосогласованно, вместо этого мы используем явный модельный радиальный профиль параметра порядка. Такое упрощение обосновано тем, что основной вклад в энергию квазичастиц происходит из-за разности фаз параметра порядка на концах классических траекторий и доплеровского сдвига вызванного сверхтекучей скоростью. Качественное поведение спектральной ветки слабо зависит от конкретной формы модуля параметра порядка, поэтому для простоты мы используем следующий вид функций f_+ и f_- , отражающий подавление параметра порядка вблизи дефекта [20; 21]:

$$f_+ = \tanh\left(\frac{r-R}{\xi}\right), \quad f_- = 0, \quad (2.17)$$

2.2.3 Граничные условия

Для нахождения спектра необходимо переписать граничные условия (2.2) в терминах квазиклассических волновых функций. Используя выражения (2.6) и (2.15) мы получаем:

$$\int_0^{2\pi} e^{ik_F R \cos \alpha + i\mu\alpha} e^{im\tau_3\alpha/2} \tilde{\psi}(R \cos \alpha) d\theta_k = 0 \quad (2.18)$$

Предполагая, что аргумент первой экспоненты быстро меняющаяся величина, мы можем использовать метод стационарной фазы для вычисления интеграла. Точки стационарной фазы определяются уравнением $\sin \alpha = \mu/k_F R = -b/R$. Это уравнение не имеет решений, если абсолютная величина прицельного параметра превышает радиус дефекта. Это значит, что интеграл (2.18) пренебрежимо мал, классическая траектория проходит в стороне от дефекта, следовательно, никакие граничные условия на таких траекториях не нужны. В противном случае $|b| < R$ есть две стационарные точки $\alpha_1 = -\arcsin(b/R)$ и $\alpha_2 = \pi - \alpha_1$, соответствующие падающей и отраженной классическим траекториям. Сумма вкладов от этих двух траекторий дает следующее граничное условие:

$$e^{i\varphi_0} \tilde{\psi}(s_0) = e^{-i\varphi_0} \tilde{\psi}(-s_0), \quad (2.19)$$

где $s_0 = \sqrt{R^2 - b^2}$ и $\varphi_0 = k_F s_0 + (\mu + m\tau_3/2)(\alpha_1 - \alpha_2)/2 + \pi/4$.

2.3 Спектр квазичастиц

2.3.1 Большие прицельные параметры

В случае больших прицельных параметров $|b| > R$ траектории проходят в стороне от дефекта и квазичастицы не испытывают отражения, следовательно, спектр должен быть подобен стандартному решению Кароли-де

Жена–Матрикона [129]. Мы найдем волновые функции и спектр, рассматривая мнимую часть \tilde{D} как возмущение [130]. Пренебрегая соответствующей частью в уравнении (2.16), мы получаем:

$$-i\xi\tau_3\frac{\partial\tilde{\psi}}{\partial s} + \tau_1\operatorname{Re}\tilde{D}_b(s)\tilde{\psi} = \varepsilon\tilde{\psi}. \quad (2.20)$$

Это уравнение имеет следующее решение, соответствующее нулевой энергии:

$$\tilde{\psi}_b = \frac{1}{\sqrt{2I_b}} \begin{pmatrix} i \\ 1 \end{pmatrix} e^{-K_b(s)}, \quad (2.21)$$

где

$$K_b(s) = \frac{1}{\xi} \int_0^s \operatorname{Re}\tilde{D}_b(s') ds', \quad I_b = \int_{-\infty}^{+\infty} e^{-2K_b(s)} ds.$$

В первом порядке теории возмущений мы получаем следующее выражение для энергии этого состояния:

$$\varepsilon_b = \frac{1}{I_b} \int_{-\infty}^{+\infty} \operatorname{Im}\tilde{D}_b(s) e^{-2K_b(s)} ds. \quad (2.22)$$

2.3.2 Малые прицельные параметры

В противном случае $|b| < R$ квазичастицы отражаются от поверхности цилиндра и это отражение приводит к изменению спектра. Необходимо учесть граничные условия (2.19), поэтому мы вводим новую функцию:

$$\Psi(s) = \begin{cases} e^{+i\varphi_0}\tilde{\psi}(s), & s > 0 \\ e^{-i\varphi_0}\tilde{\psi}(s), & s < 0 \end{cases}. \quad (2.23)$$

В силу граничных условий (2.19) $\Psi(s_0) = \Psi(-s_0)$. Новая функция удовлетворяет следующим уравнениям:

$$-i\xi\tau_3\frac{\partial\Psi}{\partial s} + (\tau_+G_b(s) + h.c.)\Psi = \varepsilon\Psi, \quad (2.24)$$

где $G_b(s) = e^{i\phi\text{sign}s}\tilde{D}_b(s)$, $\phi = m(\alpha_1 - \alpha_2)/2$. Уравнение (2.24) подобно квазиклассическому уравнению, описывающему джозефсоновский контакт, поскольку параметр порядка выходит на константу при $s \rightarrow \pm\infty$. В случае ступенчатой формы параметра порядка вдоль классической траектории, мы получаем [131]:

$$\varepsilon = \chi \cos(\phi + \pi/2) = -\chi \sin \phi, \quad (2.25)$$

где $\chi = \text{sign}(\cos \phi)$. В рамках этого предположения энергия квазичастицы зависит только от разности фаз на концах траектории. Дополнительная разность фаз π происходит из симметрии параметра порядка $G_b(s) = -G_b^*(-s)$.

Это приближенное решение может быть уточнено если мы учтем доплеровский сдвиг энергии квазичастиц связанный с сверхтекучей скоростью конденсата, текущего вокруг вихря. Этот вклад оказывается особенно важным для N_- вихря, поскольку выражение (2.25) дает тождественный ноль $\varepsilon = 0$ для всех прицельных параметров и, таким образом, не дает никакой информации о спектральной ветви. Мы можем применить такую же теорию возмущений, что была использована в предыдущем разделе для нахождения более точного решения. Сперва мы пренебрегаем мнимой частью G и находим волновую функцию, соответствующую нулевой энергии $\varepsilon = 0$:

$$\Psi_b(s) = \frac{1}{\sqrt{2I_b}} \begin{pmatrix} i\chi \\ 1 \end{pmatrix} e^{-K_b(s)}, \quad s > s_0, \quad (2.26)$$

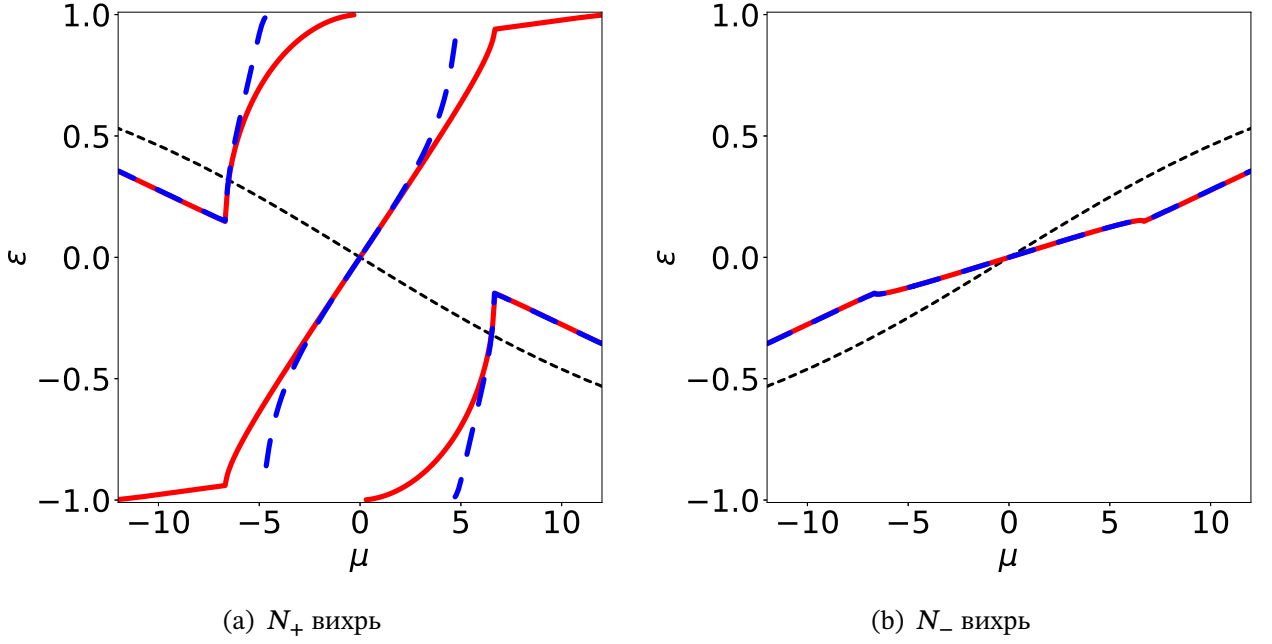


Рис. 7: Квазичастичный спектр для двух типов вихрей, полученный из решения квазиклассических уравнений (2.16). Численное решение обозначено красными сплошными линиями, синие пунктирные линии соответствуют результату пертурбативного подхода. Черная пунктирная линия соответствует ветви КдЖМ. Радиус дефекта $R = 0.4\xi$, $(k_F\xi)^{-1} = 0.06$, $\mu = -k_F b$.

где

$$K_b(s) = \frac{\chi}{\xi} \int_{s_0}^s \operatorname{Re} G_b(s') ds', \quad I_b(s) = 2 \int_{s_0}^{+\infty} e^{-2K_b(s)} ds.$$

Решение $\Psi(s)$ является четной функцией, $\Psi_b(s) = \Psi_b(-s)$. Это локализованное решение может быть использовано как нулевое приближение для волновой функции. В первом порядке теории возмущений мы находим спектр:

$$\varepsilon_b = \frac{2\chi}{I_b} \int_{s_0}^{+\infty} \operatorname{Im} G_b(s) e^{-2K_b(s)} ds. \quad (2.27)$$

Поведение подщелевых спектральных ветвей, найденных с помощью пертурбативного подхода, изображено на Рис. 7(a) и (b) для N_+ и N_- вихрей, соответственно. Для проверки приближенного решения мы также решили квазиклассические уравнения (2.16) численно. Результаты численного счета, изоб-

раженные на 7 находятся в хорошем согласии с аналитическим ответом, полученным в рамках теории возмущений, за исключением области энергий, близких к сверхпроводящей щели Δ_0 . Это расхождение связано с выходом за границы применимости пертурбативного метода из-за расходимости радиуса локализации волновой функции (2.26) при $\mu = \pm k_F R / \sqrt{2}$. В этих точках аналитическое решение, изображенное синими пунктирными линиями на Рис. 7(a) испытывает скачок. Особенности при $\mu = \pm k_F R$ являются артефактом квазиклассического подхода. При учете эффектов, связанных с конечностью фермиевской длины волны, эти особенности размываются на масштабе $\mu \sim 1$.

Спектр квазичастиц в N_- вихря качественно похож на решение КдЖМ (см Рис. 7(b)). В этом вихре завихренность параметра порядка в координатном пространстве компенсируется его киральностью в импульсном пространстве и разница фаз на концах любой траектории равна π . Все отличия связаны с изменением профиля параметра порядка вдоль траекторий, испытывающих отражение от дефекта, которое, как было упомянуто ранее, слабо влияет на спектр квазичастиц.

Напротив, ненулевая разница фаз на концах траекторий в случае N_+ вихря приводит к существенному изменению спектра даже для малых прицельных параметров (см. Рис. 7(a)). Как результат, подщелевой спектр состоит из трех веток. В рамках пертурбативного подхода эти ветви проявляются как разрывы при $b = \pm R / \sqrt{2}$, вблизи которых теория возмущений не применима. Эти разрывы видны даже в упрощенной подели (2.25) где χ меняет знак в точках $b = \pm R / \sqrt{2}$.

Две ветки спектра преобразуются в решения подобные ветвям КдЖМ при больших прицельных параметрах $|b| > R$ и приближаются к сверхпроводящей щели при малых b . Подобные спектральные ветви были найдены ранее в спектре запиннигованного вихря в обычном s -волновом сверхпроводнике [114]. В дополнение к этим ветвям имеется практически линейная

ветвь, проходящая через ноль, наклон которой обратный относительно наклона решения КдЖМ. Мы предполагаем, что эта ветвь соответствует крайевым состояниям, имеющимся на поверхности необычных сверхпроводников даже в отсутствие вихрей. Спектр поверхностных состояний может быть легко найден с помощью решения уравнений (2.24) с $D = \exp(i\theta_k)$, что соответствует однородному киральному домену. Выполняя те же, рассуждения, что и для вихря, можно найти:

$$\varepsilon_b = \begin{cases} -\frac{b}{R}, & |b| < R \\ -\text{sign } b, & |b| > R \end{cases}. \quad (2.28)$$

Эта спектральная ветвь очень похожа на аномальную ветвь в спектре N_+ вихря, изображенную на Fig. 7(a), поэтому мы можем считать эти две спектральные ветви соответствующими друг другу. Спектр квазичастиц в N_- вихре не содержит ветви, соответствующей крайевым модам, следовательно N_- вихрь подавляет крайевые состояния вокруг не очень больших дефектов $R \lesssim \xi$. В обратном случае $R \gg \xi$ можно ожидать что спектры квазичастиц для обоих вихрей будут совпадать со спектром крайевых мод, поскольку доплеровский сдвиг, связанный со сверхскоростью будет спадать как $1/R$ и основной вклад в энергию квазичастиц будет давать собственная киральность сверхпроводника.

Спектр квазичастиц чувствителен к характеру отражения квазичастиц от поверхности дефекта. Мы показали что в случае цилиндрического дефекта с $k_F R \gg 1$ отражение является зеркальным. Полагая дефект гладким на атомном масштабе, можно ожидать, что рассеяние останется зеркальным для произвольной формы колумнарного дефекта. Однако для дефекта с шероховатой поверхностью отражение перестает быть зеркальным. Отклонения от зеркальности отражения может связать траектории с различными прицельными параметрами и, таким образом, привести к уширению спектральных

ветвей.

2.4 Измеримые величины

2.4.1 Дифференциальный кондактанс

В качестве следующего шага мы вычислим локальную плотность состояний, которая может быть измерена с помощью методов сканирующей туннельной спектроскопии (СТС). Измеряемой величиной в эксперименте является локальный дифференциальный кондактанс:

$$\frac{dI/dV}{(dI/dV)_N} = \int_{-\infty}^{+\infty} \frac{N(\mathbf{r}, \epsilon)}{N_0} \frac{\partial f(\epsilon - eV)}{\partial V} d\epsilon, \quad (2.29)$$

где V — напряжение, $(dI/dV)_N$ — кондактанс контакта в нормальном состоянии, N — локальная плотность состояний в сверхпроводнике, N_0 — локальная плотность состояний в нормальном металле и $f(\epsilon) = [1 + \exp(\epsilon/T)]^{-1}$ — функция распределения Ферми–Дирака. В рамках квазиклассического подхода плотность состояний можно вычислить следующим образом:

$$N(\mathbf{r}, \epsilon) = \frac{1}{2\pi} \int k_F |u_b(\mathbf{r})|^2 \delta(\epsilon - \epsilon_b) db. \quad (2.30)$$

Подставляя (2.30) в (2.29) мы получаем:

$$\frac{dI/dV}{(dI/dV)_N} = k_F \int_{-\infty}^{+\infty} \frac{|u_b(\mathbf{r})|^2}{N_0} \frac{\partial f(\epsilon_b - eV)}{\partial V} db. \quad (2.31)$$

Локальная плотность состояний и дифференциальный кондактанс выражаются через электронную волновую функцию $u_b(\mathbf{r})$, соответствующую энергии ϵ_b . Мы используем выражения (2.6), (2.7) и (2.15) чтобы выразить $u_b(r)$ через известные квазиклассические волновые функции. В случае $k_F r \gg$

1 электронная волновая функция может быть вычислена с помощью метода стационарной фазы. В этом пределе квазичастичная волновая функция определяется квазиклассическими функциями на двух траекториях, проходящих через точку (r, θ) :

$$u_b(r, \theta) = \frac{e^{i\mu\theta + im\theta/2}}{\sqrt{2\pi i k_F r}} \sum_{j=1,2} e^{i\varphi_j} \frac{\tilde{\psi}_{u,b}(r \cos \beta_j)}{\sqrt{\cos \beta_j}}, \quad (2.32)$$

где $\varphi_j = k_F \cos \beta_j + i(\mu + m/2)\beta_j$, $\beta_1 = -\arcsin b/R$, $\beta_2 = \pi - \beta_1$. Пренебрегая осциллирующей на атомном масштабе частью и накладывая условия нормировки, мы получаем:

$$|u_b(r)|^2 = \frac{\exp\left[-2K_b\left(\sqrt{r^2 - b^2}\right)\right]}{\pi I_b \sqrt{r^2 - b^2}} \quad (2.33)$$

Локальный кондактанс изображен на Рис. 8 для разных типов вихрей. Профиль кондактанса для N_- вихря (Рис. 8(b)) показывает типичное для решения КдЖМ поведение при $r > R$ [132]. Однако это утверждение не верно для N_+ вихря, для которого большой наклон инвертированной аномальной ветви приводит к существенному изменению в картине плотности состояний (Рис. 8(a)) при низких напряжениях вблизи дефекта. Распределение локального кондактанса напоминает случай запиннированного вихря в s -волновом сверхпроводнике [114].

2.4.2 СВЧ проводимость

Электронная структура вихрей помимо плотности состояний влияет на транспортные характеристики сверхпроводников в вихревой фазе. Так, наклон аномальной ветви спектра КдЖМ определяет холловскую проводимость сверхпроводника в режиме течения магнитного потока под действием транспортного тока [133]. Исследование транспортных свойств сверхпро-

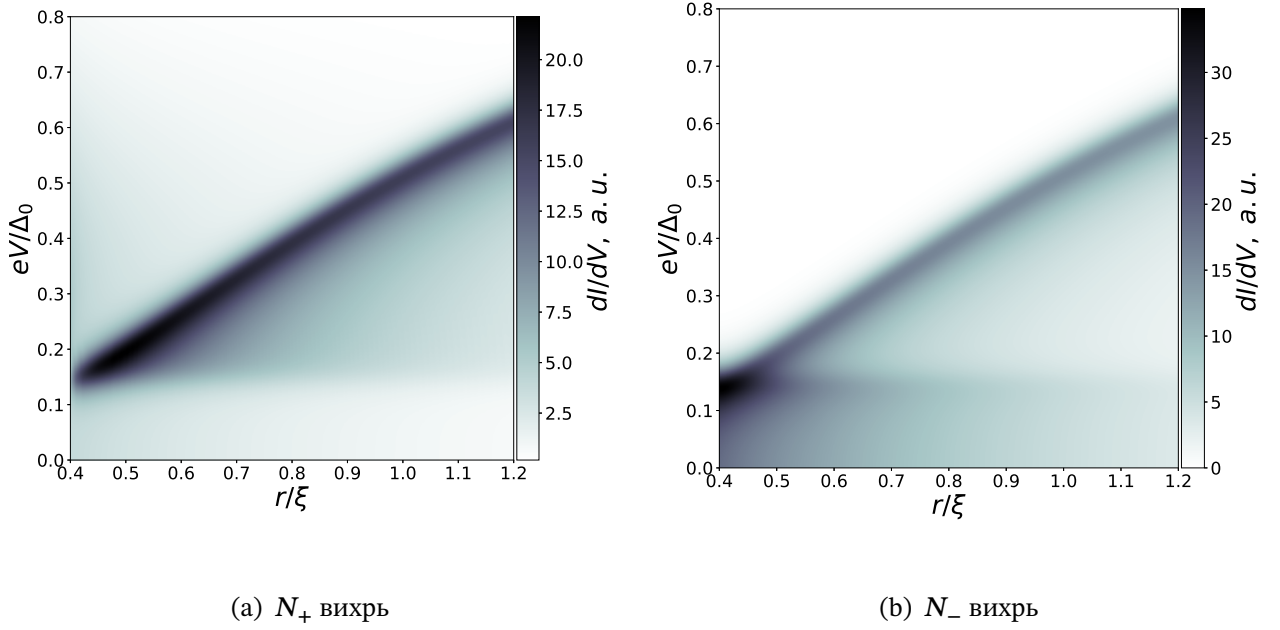


Рис. 8: Локальный дифференциальный кондактанс как функция напряжения и расстояния от оси вихря для двух типов вихрей. Параметры: $R = 0.4\xi$, $T = 0.02\Delta_0$.

водника в случае, когда вихри запиннингованы на колумнарных дефектах осложняется необходимостью описания процесса депиннинга [122]. Этой проблемы можно избежать, если рассматривать отклик сверхпроводника на внешнее высокочастотное поле, достаточно слабое, чтобы не смещать вихри с центров пиннинга. Для описания взаимодействия локализованных в коре вихря квазичастиц воспользуемся полуклассической моделью, изложенной в [67; 133]. В рамках этой модели взаимодействие квазичастиц с высокочастотным полем может быть описано следующим гамильтонианом:

$$H(\mu, \theta) = \epsilon(\mu) + \hbar \mathbf{k}_F \mathbf{v}_s, \quad (2.34)$$

где $\epsilon(\mu)$ — энергия, соответствующая аномальной спектральной ветви андреевских состояний в коре вихря и $\mathbf{v}_s = -e/(mc)\mathbf{A}$ — сверхскорость, связанная с внешним электромагнитным полем. Рассматривая циркулярно поляризо-

ванное поле \mathbf{v}_s с частотой Ω , мы получим следующий гамильтониан:

$$H(\mu, \theta) = \epsilon(\mu) - \frac{2e\hbar k_F}{mc} \operatorname{Re} (A_{\pm} e^{\pm i\theta - i\Omega t}), \quad (2.35)$$

где знаки «+» или «-» обозначают ориентацию циркулярной поляризации, а A_{\pm} — комплексные амплитуды, так что векторный потенциал имеет вид $\mathbf{A} = \operatorname{Re} (e^{-i\Omega t} A_{\pm} (\mathbf{x}_0 \pm i\mathbf{y}_0))$. Чтобы найти проводимость, нужно решить уравнение Больцмана для функции распределения квазичастиц $f(\theta, \mu, t)$ [133]:

$$\frac{\partial f}{\partial t} + \frac{1}{\hbar} \left(\frac{\partial H}{\partial \mu} \frac{\partial f}{\partial \theta} - \frac{\partial H}{\partial \theta} \frac{\partial f}{\partial \mu} \right) = -\nu (f - f_0), \quad (2.36)$$

где $f_0(\mu)$ — равновесная функция распределения и ν — скорость релаксации квазичастиц. Это уравнения можно решить с помощью теории возмущений, так что полная функция распределения представлена в виде суммы $f = f_0 + f_1$, где f_1 поправка первого порядка по теории возмущений:

$$f_1(\theta, \mu, t) = 2 \operatorname{Re} \frac{\mp i e k_F E_{\pm}}{m\Omega (\Omega \mp \omega - i\nu)} \frac{\partial f_0}{\partial \mu} e^{\pm i\theta - i\Omega t}. \quad (2.37)$$

Здесь $\hbar\omega = \partial\epsilon/\partial\mu$ и $E_{\pm} = i\Omega/cA_{\pm}$ — комплексная амплитуда электрического поля. В пределе нуля температур плотность тока равна:

$$j_{\pm} = \frac{e^2 k_F}{2m\Omega (i\Omega \mp i\omega_0 + \nu)} E_{\pm}, \quad (2.38)$$

где $\hbar\omega_0 = \partial\epsilon/\partial\mu|_{\mu=0}$. Используя уравнение (2.38) можно легко найти омическую и холловскую проводимости:

$$\sigma_O = \frac{e^2 k_F}{2m\Omega} \frac{\nu + i\Omega}{(\nu + i\Omega)^2 + \omega_0^2} \quad (2.39)$$

$$\sigma_H = -\frac{e^2 k_F}{2m\Omega} \frac{\omega_0}{(\nu + i\Omega)^2 + \omega_0^2} \quad (2.40)$$

Таким образом, знак и величина холловской проводимости существенно зависит от наклона аномальной спектральной ветви на уровне Ферми. Конечно, приведенная картина справедлива для относительно низких частот $\Omega < \Delta_0 R / \xi$, т.е. в случае, когда СВЧ излучение не способно приводить к резонансным переходам между уровнями ветви КдЖМ.

Холловская проводимость может быть найдена экспериментально, в частности, с помощью измерения полярного эффекта Керра [18]. Для проверки изложенных выше результатов мы предлагаем измерять зависимость угла Керра поворота поляризации отраженной волны от внешнего магнитного поля, параллельного оси z . Общий угол Керра определяется тремя вкладками, которые соответствуют квазичастичным переходам между уровнями энергии в свободных вихрях, колумнарных дефектах и запиннигованных на дефектах вихрях, соответственно. В случае нулевого магнитного поля угол Керра определяется только плотностью дефектов. Внешнее магнитное поле создаст N_+ или N_- вихри, в зависимости от ориентации поля, которые могут быть запиннигованы на колумнарных дефектах. Точное количество запиннигованных вихрей зависит от геометрии образца и распределения дефектов. Для простоты мы предполагаем, что свободные вихри появляются только после того как закончатся дефекты свободные от вихрей. Такое распределение вихрей может быть реализовано в эксперименте в условиях охлаждения образца в магнитном поле.

Сперва мы рассмотрим случай N_+ вихрей в образце. Пока поле достаточно низкое, такое что все вихри запиннигованы, угол Керра остается постоянным, поскольку наклон аномальной ветки в спектре запиннигованного вихря практически совпадает с наклоном спектральной ветви краевых мод. С увеличением магнитного поля в образец проникают свободные вихри, что приводит к уменьшению угла Керра, поскольку вклад свободных и пиннигованных вихрей в холловскую проводимость имеет разный знак. В конце концов, при достаточно сильных полях знак угла Керра может поменяться.

Поведение угла Керра существенно поменяется если мы сменим направление магнитного поля на противоположное. Слабое магнитное поле приводит к появлению запиннигованных N_- вихрей, чей вклад в холловскую проводимость имеет такой же знак, что и вклад свободных дефектов, но имеет меньшую величину. Таким образом, угол Керра должен уменьшаться с ростом поля, пока вихри не займут все дефекты в образце. Дальнейшее увеличение поля приводит к появлению свободных вихрей и увеличению угла Керра, следовательно, его зависимость от магнитного поля оказывается немонотонной. Такое нетривиальное поведение угла Керра от магнитного поля в условии охлаждения образца в поле могло бы быть полезным в контексте обнаружения киральной p -волновой сверхпроводимости в реальных материалах.

2.5 Выводы

В данной главе был вычислен спектр квазичастиц для вихревых линий, запиннигованных колумнарным дефектом в киральном сверхпроводнике p -типа. Показано, что спектр существенно зависит от взаимной ориентации магнитного поля и собственной киральностью куперовских пар. Если завихренность вихрей, продуцированных магнитным полем, противоположна внутреннему угловому моменту куперовских пар, то спектр квазичастиц запиннигованных вихрей слабо меняется в присутствии дефектов. В случае совпадающих завихренностей спектр вихрей на дефектах существенно отличается от спектра свободных вихрей: аномальная ветвь при малых прицельных параметрах меняет свой наклон, что приводит к изменениям в картине локальной плотности состояний и изменению частотной зависимости омической и холловской проводимостей в СВЧ диапазоне. Экспериментальное измерение этих величин, т.е. СТС измерения и измерения полярного эффекта Керра может быть использовано для определения типа спаривания в

Sr_2RuO_4 .

3 Магнитные скирмионы в гибридных системах сверхпроводник/ферромагнетик

3.1 Введение

На данный момент, изучение структур ферромагнетик/сверхпроводник (F/S) с неоднородным распределением намагниченности является одним из актуальных направлений в тематике сверхпроводящих гибридных систем. В довольно небольшом количестве работ изучается взаимодействие вихревых и скирмионных состояний в F/S системах со взаимодействием Дзялошинского–Мории [134—137] или влияние магнитных скирмионов на электронную структуру сверхпроводника [138—142]. В данной главе мы обсуждаем влияние мейсснеровской экранировки на энергию магнитного скирмиона и его устойчивость. Под скирмионом в данной главе мы подразумеваем цилиндрический магнитный домен (ЦМД) в ферромагнитной пленке с анизотропией типа «легкая ось», обладающий отличным от нуля топологическим зарядом, что определяется распределением намагниченности в доменной стенке [56]. В отсутствие взаимодействия Дзялошинского–Мории магнитные домены (в том числе и скирмионы) в магнитных пленках в нулевом внешнем магнитном поле являются неустойчивыми. В зависимости от начального радиуса, скирмион либо коллапсирует (если $R < R_c$) или расширяется, превращаясь в конечном итоге в лабиринтную структуру (если $R > R_c$). Значение критического радиуса R_c соответствует неустойчивому равновесию и зависит от материальных параметров и толщины ферромагнитной пленки. Этот критический радиус стремится к бесконечности в случае если толщина ферромагнитной пленки

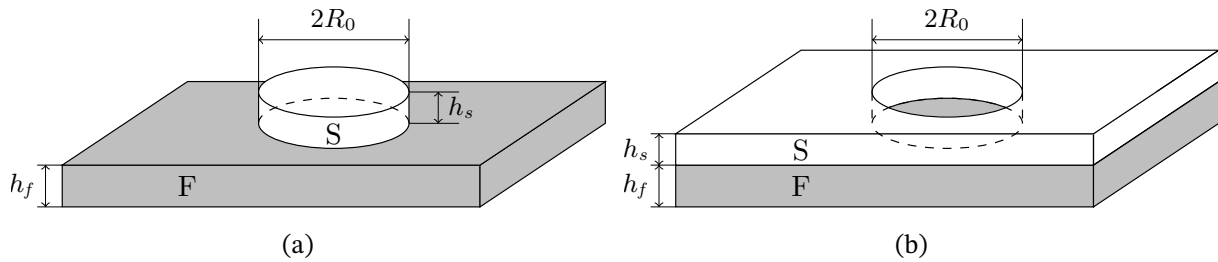


Рис. 9: F/S система (a) со сверхпроводящей точкой (b) со сверхпроводящей антиточкой.

h_f меньше чем некоторая критическая толщина h_c . Типичное значение h_c составляет порядка 5–10 нм для пленок из ферромагнитных металлов. Согласно этой классификации, мы будем считать магнитные пленки «тонкими» ($h_f < h_c$), если магнитный домен в таких пленках испытывает коллапс и «толстыми» в обратном случае ($h_f > h_c$).

Магнитостатическая энергия доменной стенки в ферромагнетике, покрытом сверхпроводником должна увеличиваться в силу мейсснеровской экранировки. Край сверхпроводника играет роль барьера для доменной стенки. Так, сверхпроводящая точка в центре магнитного домена может предотвратить его коллапс в случае «тонкой» пленки. Аналогично, сверхпроводящая антиточка (отверстие в сверхпроводящем слое, см Рис. 9(b)) может удерживать магнитный скирмион и предотвратить его расширение в случае «толстой» ферромагнитной пленки.

Данная глава устроена следующим образом: в подразделах 3.2.1 и 3.2.2 приведены модель Лондонов, используемая для вычислений и рассмотрена задача о магнитном скирмионе в предельном случае бесконечно тонкого F/S бислоя. Далее, в разделе 3.3 приведены результаты численного расчета энергии магнитных скирмионов в F/S структурах со сверхпроводящими точками/антиточками. В разделе 3.4 приведены выводы. Результаты данной главы опубликованы в работах [A5; A12].

3.2 Модель

3.2.1 Теория Лондонов

Мы рассмотрим F/S систему, изображенную на Рис. 9 со сверхпроводящей точкой/антиточкой, помещенной на ферромагнитную пленку с анизотропией «легкая ось». Толщины ферромагнитного и сверхпроводящего слоев равны h_f и h_s , соответственно, радиус точки/антиточки равен R_0 . Энергия данной F/S системы определяется как сумма обменной энергии в ферромагнитной пленке и магнитостатической энергии полей рассеяния:

$$E = E_{ex} + \frac{1}{8\pi} \int [(\nabla \times \mathbf{A})^2 + \Lambda^{-2}(\mathbf{r})\mathbf{A}^2 - 8\pi\mathbf{M} \cdot \nabla \times \mathbf{A}] d\mathbf{r}, \quad (3.1)$$

где E_{ex} — обменная энергия, \mathbf{A} — векторный потенциал магнитного поля, Λ равно Лондоновской глубине проникновения λ внутри сверхпроводника и \mathbf{M} — намагниченность ферромагнитной пленки. Мы рассматриваем строго магнитостатическую задачу, полагая заданную явную форму намагниченности \mathbf{M} без учета самосогласованного распределения намагниченности \mathbf{M} внутри ферромагнетика и пренебрегая подавлением сверхпроводящего параметра полями рассеяния. Мы считаем, что скирмион имеет топологический заряд равный единице и является ЦМД радиусом R , поэтому мы пренебрегаем полями рассеяния, связанными со сложной текстурой намагниченности внутри доменной стенки [62] и полагаем $\mathbf{M}(r) = M_s \text{sgn}(r - R)\mathbf{z}_0$ внутри ферромагнитной пленки и $E_{ex} = 2\pi R h_f \sigma$, где $\sigma = 4\sqrt{AK}$ поверхностная энергия доменной стенки, а M_s , A и K — намагниченность насыщения, обменный коэффициент и коэффициент анизотропии, соответственно.

3.2.2 Однородные F/S бислои

Для демонстрации возможности стабилизации скирмиона в наноструктурированной F/S системе мы вычислим его энергию в однородной F/S струк-

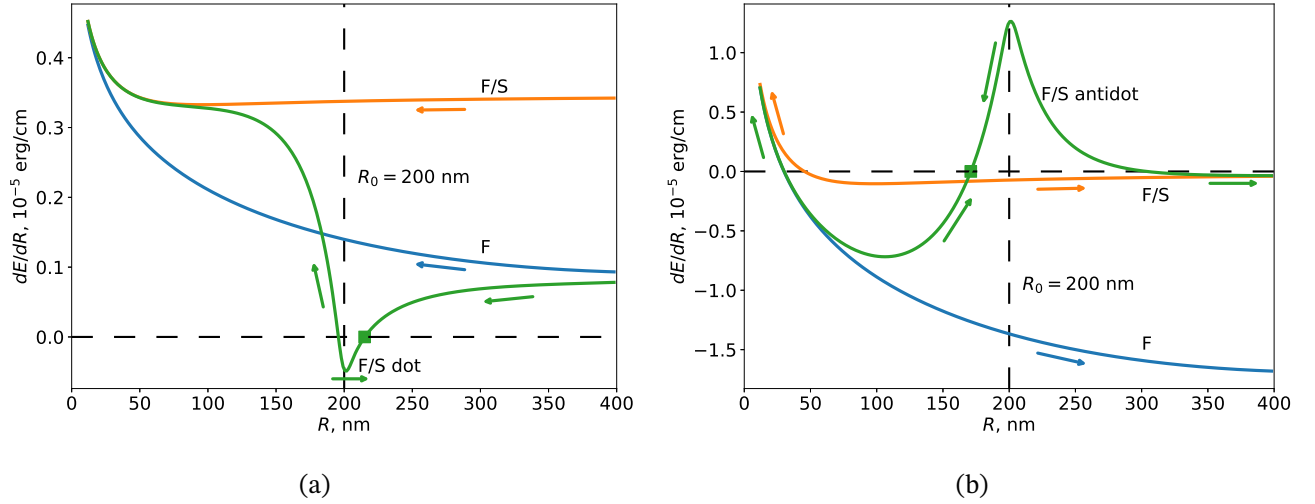


Рис. 10: Зависимость dE/dR от радиуса скирмиона R в F/S системах. При вычислении были использованы следующие параметры: $\lambda = 45$ нм, $R_0 = 200$ нм, $h_s = 100$ нм, (a) $h_f = 1.5$ нм, (b) $h_f = 5$ нм. Производные dE/dR для ферромагнитной пленки, однородного F/S бислоя и F/S (a) точки (b) антиточки изображены синими, оранжевыми и зелеными линиями, соответственно. Локальные минимумы свободной энергии, соответствующие метастабильным состояниям скирмиона, отмечены квадратами. Направления изменения радиуса ЦМД при релаксации к устойчивому состоянию равновесия обозначены стрелками.

туре и в голой ферромагнитной пленке. Мы покажем, что однородная сверхпроводящая пленка не может стабилизировать скирмион, однако асимптотическая зависимость магнитостатической энергии от радиуса скирмиона в голой и покрытой сверхпроводником ферромагнитных пленках оказывается разной, что дает возможность стабилизации. Для простоты мы пренебрежем толщинами пленки, полагая $M_z(\mathbf{r}) = M_s h_f \delta(z) \text{sgn}(r - R)$ и $\Lambda = \lambda_{eff}^{-1} \delta(z)$, где $\lambda_{eff}^{-1} = h_s \lambda^{-2}$. Уравнение магнитостатики на магнитное поле векторный потенциал магнитного поля имеет следующий вид:

$$\nabla \times \nabla \times \mathbf{A} + \lambda_{eff}^{-1} \delta(z) \mathbf{A} = 4\pi \nabla \times \mathbf{M} \quad (3.2)$$

Следуя подходу, изложенному в [15], мы выполним преобразование Фурье и получим следующее интегральное уравнение:

$$\mathbf{k}^2 \mathbf{A}(\mathbf{k}) + \frac{1}{2\pi\lambda_{\text{eff}}} \int \mathbf{A}(\mathbf{k}) dk_z = 4\pi i \mathbf{k} \times \mathbf{M}(\mathbf{k}). \quad (3.3)$$

Поделив все уравнение на \mathbf{k}^2 и выполнив интегрирование по \mathbf{k}_z , мы получим:

$$\int \mathbf{A}(\mathbf{k}) dk_z = \frac{2\lambda_{\text{eff}}k_{\perp}}{1 + 2\lambda_{\text{eff}}k_{\perp}} \int \frac{4\pi i \mathbf{k} \times \mathbf{M}(\mathbf{k})}{k_{\perp}^2 + k_z^2} dk_z, \quad (3.4)$$

где $k_{\perp} = \sqrt{k_x^2 + k_y^2}$. Фурье образ намагниченности ферромагнитной пленки имеет следующий вид:

$$\mathbf{M}(\mathbf{k}) = M_s h_f \mathbf{z}_0 \left[(2\pi)^2 \delta(\mathbf{k}_{\perp}) - \frac{4\pi R J_1(k_{\perp} R)}{k_{\perp}} \right], \quad (3.5)$$

где $\mathbf{k}_{\perp} = k_x \mathbf{x}_0 + k_y \mathbf{y}_0$, $J_1(x)$ — первая функция Бесселя. Подставив Фурье образ намагниченности в выражение (3.3), мы получим:

$$\int \mathbf{A}(\mathbf{k}) dk_z = -\frac{32\pi^3 i \lambda_{\text{eff}} M_s h_f R J_1(k_{\perp} R)}{1 + 2\lambda_{\text{eff}}k_{\perp}} \cdot \frac{\mathbf{k}_{\perp} \times \mathbf{z}_0}{k_{\perp}}. \quad (3.6)$$

Таким образом, зная векторный потенциал магнитного поля, можно вычислить магнитостатическую энергию полей рассеяния:

$$\begin{aligned} E_m^{(fs)} &= \frac{1}{8\pi} \int [(\nabla \times \mathbf{A})^2 + \Lambda^{-2}(\mathbf{r}) \mathbf{A}^2 - 8\pi \mathbf{M} \cdot \nabla \times \mathbf{A}] d\mathbf{r} = -\frac{1}{2} \int \mathbf{A} \nabla \times \mathbf{M} d\mathbf{r} = \\ &= -\frac{i}{2(2\pi)^3} \int \mathbf{A}(-\mathbf{k}) \mathbf{k} \times \mathbf{M}(\mathbf{k}) d\mathbf{k} = -16\pi^2 M_s^2 R^2 h_f^2 \lambda_{\text{eff}} \int_0^{+\infty} \frac{J_1^2(kR) k dk}{1 + 2k\lambda_{\text{eff}}} \approx \\ &= -8\pi M_s^2 h_f^2 R \ln \left(\frac{2k_{\text{max}} R \lambda_{\text{eff}}}{2\lambda_{\text{eff}} + R} \right). \quad (3.7) \end{aligned}$$

Из-за пренебрежения конечными толщинами пленок и толщиной ферромагнитной доменной стенки выражение для энергии расходится логариф-

мически, поэтому интеграл в выражении (3.7) обрезается на длине волны $k_{max} \sim \min(h_s^{-1}, h_f^{-1}, \sqrt{K/A})$. Таким образом, финальное выражение для магнитостатической энергии полей рассеяния (3.7) справедливо с логарифмической точностью. Выражение для энергии ЦМД в голой ферромагнитной пленке можно получить, формально устремив λ_{eff} в бесконечность:

$$E_m^{(f)} \approx -8\pi M_s^2 h_f^2 R \ln(k_{max} R) . \quad (3.8)$$

Видно, что магнитостатическая энергия полей рассеяния приводит к расширению ЦМД. Положительной обменной энергии доменной стенки $E_{ex}^{(f)}$ оказывается недостаточно для стабилизации скирмиона, поскольку обменная энергия пропорциональна радиусу ЦМД, а магнитостатическая энергия пропорциональна $R \ln R$. В случае покрытого сверхпроводником ферромагнетика зависимость магнитостатической энергии ЦМД от радиуса также линейна, в зависимости от параметров скирмион будет либо расширяться, либо коллапсировать.

3.3 Наноструктурированные F/S бислои

Как показано выше, в силу эффекта Мейсснера энергия ЦМД в F/S бислое выше, чем в непокрытой ферромагнитной пленке. Это обстоятельство открывает возможность для стабилизации скирмиона с помощью искусственного наноструктурирования сверхпроводящего слоя. Если радиус скирмиона сильно отличается (много больше или много меньше) радиуса сверхпроводящей точки/антиточки, то края сверхпроводника не влияют на поля рассеяния. Это значит, что энергия скирмиона в F/S системе со сверхпроводящей точкой (антиточкой) совпадает с энергией скирмиона в голой ферромагнитной пленке в случае $R \gg R_0$ ($R \ll R_0$ в случае сверхпроводящей антиточки) и совпадает с энергией скирмиона в однородном F/S бислое при $R \ll R_0$

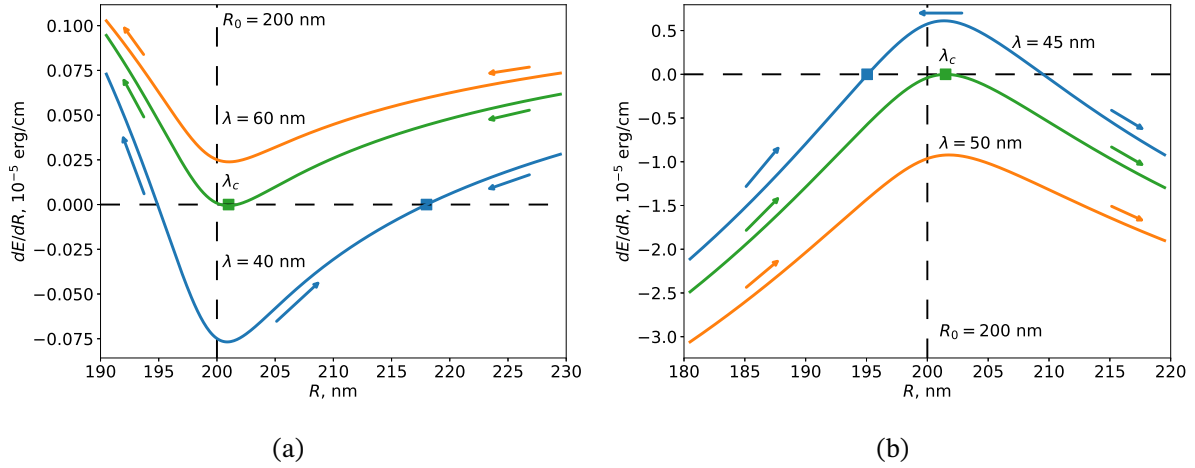


Рис. 11: Зависимость производной dE/dR от радиуса скирмиона R в случае F/S (a) точки (b) антиточки для разных глубин проникновения λ . Для вычисления использовались следующие параметры: $h_s = 100$ нм, (a) $h_f = 1.5$ нм (b) $h_f = 10$ нм. Локальные минимумы свободной энергии, соответствующие метастабильным состояниям скирмиона, обозначены квадратиками. Критическая глубина проникновения λ_c , при которой скирмион может быть стабилизирован, равна (a) $\lambda_c \approx 53.4$ нм (b) $\lambda_c \approx 48.6$ нм. Направления изменения радиуса ЦМД при релаксации к устойчивому состоянию равновесия обозначены стрелками.

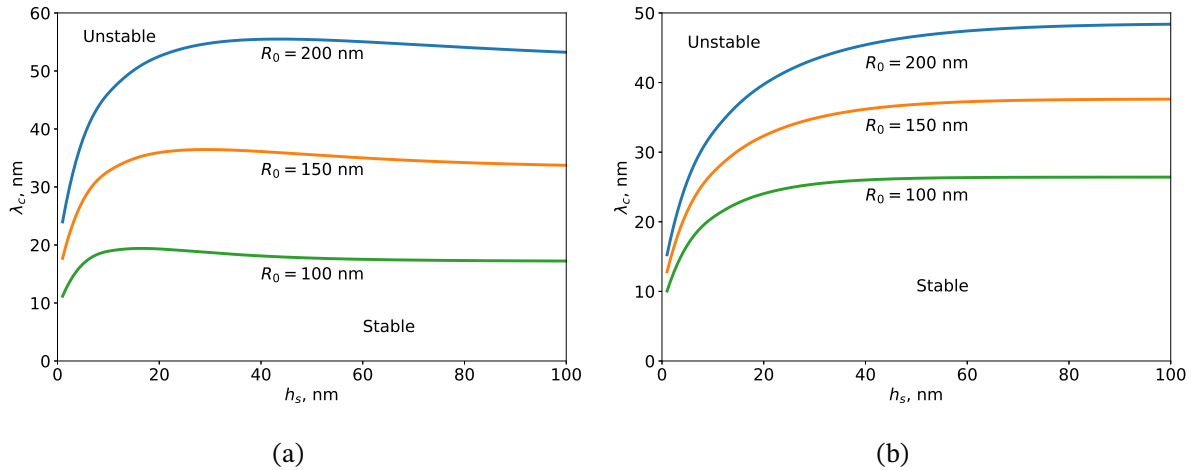


Рис. 12: Диаграмма устойчивости скирмиона для различных радиусов (a) точки (b) антиточки. Толщина ферромагнитной пленки равна (a) $h_f = 1.5$ нм (b) $h_f = 10$ нм.

($R \gg R_0$ в случае антиточки). Таким образом, край сверхпроводника играет роль потенциального барьера для доменной стенки и сверхпроводящая точка или антиточка может формировать потенциальную яму для скирми-

она. Для проверки этого утверждения задача магнитостатики была решена численно. Глубина потенциальной ямы для скирмиона зависит от экранирующих свойств сверхпроводника, более сильных для сверхпроводников с меньшей глубиной проникновения магнитного поля. В силу этого обстоятельства в численном счете толщина сверхпроводящего слоя была взята сравнимой с лондоновской глубиной проникновения λ . Дальнейшее увеличение толщины не влияет на форму потенциала для скирмиона из-за мейсснеровской экранировки магнитного поля. В качестве параметров ферромагнетика были выбраны типичные значения для магнитных материалов с анизотропией «легкая ось» $M_s = 9.5 \cdot 10^5$ А/м, $K = 8 \cdot 10^5$ Дж/м³, $A = 5 \cdot 10^{-12}$ Дж/м. Для лучших экранирующих свойств необходимо использовать сверхпроводники с маленькими значениями глубин проникновения, такие как чистый Nb ($\lambda \approx 41$ нм) или Pb ($\lambda \approx 39$ нм) [15]. Конечно, в реальном эксперименте примеси в пленках могут существенно сократить длину свободного пробега и увеличить глубину проникновения (см. работы [143—145]). Минимальный радиус стабильного ЦМД растет с увеличением глубины проникновения, так что только сравнительно большие скирмионы могут быть стабилизированы при использовании грязных сверхпроводников.

Результат численного счета показан на Рис. 10. На рисунке изображены производные энергии скирмиона E по его радиусу в случае (а) тонкой и (б) толстой ферромагнитной пленке. Устойчивое состояние скирмиона, соответствующее $dE/dR = 0$ и $d^2E/dR^2 > 0$ обозначено квадратом. Таким образом, с помощью наноструктурированного сверхпроводящего слоя можно стабилизировать скирмион размером близким к радиусу точки/антиточки.

Зависимость потенциала скирмиона от лондоновской глубины проникновения показана на Рис. 11. Существует критическая глубина проникновения λ_c при которой состояние равновесия скирмиона является безразличным ($dE/dR = 0$, $d^2E/dR^2 = 0$). В случае $\lambda < \lambda_c$ (сильная экранировка) существует устойчивое состояние скирмиона, в противном случае $\lambda > \lambda_c$ (слабая

экранировка) стабилизация невозможна. Критическая глубина λ_c зависит от геометрии образца и свойств ферромагнетика. Зависимость λ_c от толщины сверхпроводника изображена на Рис 12.

В рассмотренной модели мы полностью пренебрегаем действием полей рассеяния на абсолютную величину сверхпроводящего параметра порядка (плотность куперовских пар). До тех пор пока поля рассеяния не превышают поля входа вихрей в сверхпроводник, эффект магнитного поля будет проявляться в эффективном изменении радиуса точки/антиточки из-за локального подавления сверхпроводимости вблизи края ЦМД. Это может приводить к уменьшению критической глубины проникновения λ_c , то есть для создания ловушки для скирмиона будет необходим сверхпроводник с более сильными экранирующими свойствами. В случае сильных полей рассеяния в сверхпроводнике могут зародиться вихри и предлагаемый механизм стабилизации скирмиона будет разрушен.

3.4 Выводы

Центральным результатом данной главы является демонстрация возможности создания устойчивого скирмиона в F/S бислое с помощью наноструктурирования сверхпроводящего слоя. Мейсснеровская экранировка полей рассеяния способствует стабилизации ЦМД с радиусом близким к радиусу точки/антиточки. Стабилизация имеет место, если лондоновская глубина проникновения λ не превышает критической величины λ_c . Радиус скирмиона может быть достаточно малым (до 150 нм), что позволяет получать относительно большую плотность скирмионов в реальных экспериментальных системах.

4 Моды Хиггса в гибридных системах сверхпроводник-нормальный металл

4.1 Введение

Данная глава посвящена теоретическому изучению свойств мод Хиггса для простейшей гибридной системы, состоящей из сверхпроводника и нормального металла, разделенных туннельным изолирующим барьером (SIN система). Моды Хиггса в сверхпроводниках могут быть интерпретированы как когерентный процесс расщепления и восстановления куперовских пар. Разница энергий между основным состоянием без квазичастиц и возбужденным состоянием с парой квазичастиц составляет $2\Delta_0$, поскольку каждая квазичастица имеет энергию Δ_0 . Данная энергия и определяет частоту осцилляций когерентной суперпозиции основного и возбужденного состояний. С помощью этого простого качественного рассуждения можно предположить что частоты мод Хиггса определяются квазичастичным спектром системы. В SIN структуре сверхпроводящие корреляции, проникающие в нормальный металл, приводят к появлению наведенной жесткой щели Δ_i в спектре квазичастиц всей системы [146]. Величина наведенной щели Δ_i зависит от прозрачности барьера и толщины нормальной подсистемы. Три моды Хиггса, отвечающие трем возможным процессам расщепления и восстановления куперовских пар, изображены на Рис. 13. Как и в изолированном сверхпроводнике, пара может когерентно расщепиться в два электрона, находящихся в сверхпроводнике, Рис. 13(а). Энергия неспаренных электронов $2\Delta_0$ определяет частоту этого процесса. В присутствии нормального металла когерентное расщепление пар может сопровождаться туннелированием одного или

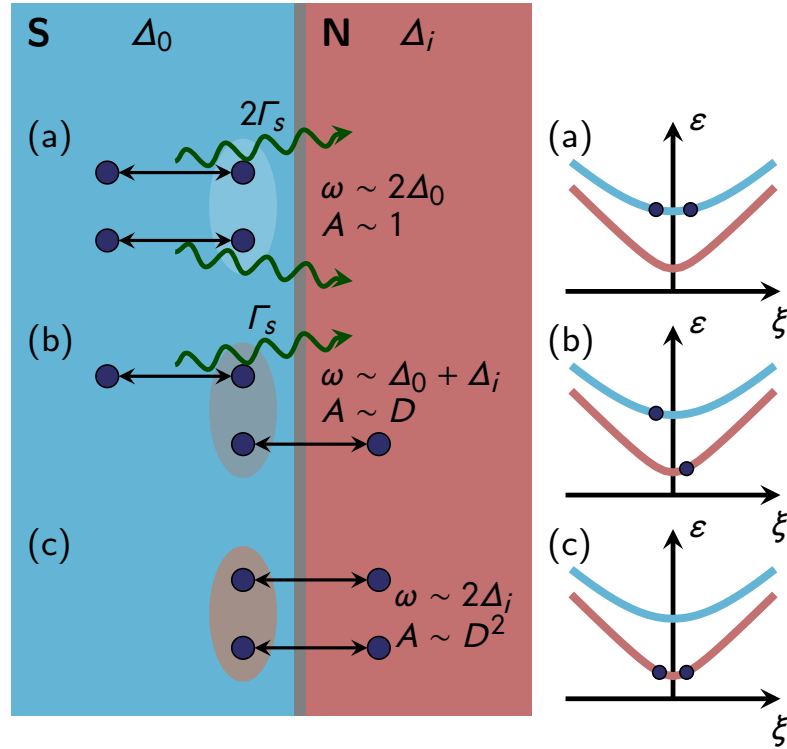


Рис. 13: Схематическая иллюстрация трех сценариев расщепления куперовских пар в SIN систем, которые дают моды Хиггса с различными частотами, скоростями затухания и амплитудами.

двух электронов в нормальный металл, см. Рис. 13(b) и (c), соответственно. Минимальная энергия для каждого электрона, туннелирующего в нормальный металл, равна Δ_i , соответственно частоты мод Хиггса, отвечающих данным процессам, равны $\Delta_0 + \Delta_i$ и $2\Delta_i$, для случая $n_e = 1$ и 2 электронов, туннелирующих в нормальный металл. В силу малой прозрачности барьера T , амплитуды этих мод должны быть пропорциональны фактору T^{n_e} . Помимо этого, в первых двух процессах, когерентная суперпозиция может быть разрушена некогерентным туннелированием каждого электрона, находящегося в сверхпроводнике, поскольку жесткая щель в спектре всей системы Δ_i ниже, чем энергия квазичастиц в сверхпроводнике Δ_0 (см. зеленые волнистые линии на Рис. 13). Этот эффект приводит к экспоненциальному затуханию мод Хиггса со скоростью Γ_s для каждого неспаренного электрона в сверхпроводнике. Величина Γ_s известна как скорость туннелирования из сверхпроводника в нормальный металл и она определяет обратное время жизни электрона

в сверхпроводнике. В общей сложности, согласно качественным представлениям о модах Хиггса в SIN системах, можно ожидать следующую асимптотику осцилляций сверхпроводящей щели:

$$\delta\Delta = \frac{\cos(2\Delta_0 t)}{\sqrt{\Delta_0 t}} e^{-2\Gamma_s t} + T \frac{\cos[(\Delta_0 + \Delta_i)t]}{\sqrt{\Delta_0 t}^p} e^{-\Gamma_s t} + T^2 \frac{\cos(2\Delta_i t)}{\sqrt{\Delta_0 t}^q}, \quad (4.1)$$

где p и q — неизвестные показатели.

Остальная часть главы устроена следующим образом: в подразделах 4.2.1 и 4.2.2 обсуждаются гамильтониан БКШ для SIN системы и техника Келдыша, используемая для решения задачи. Далее, в разделе 4.3 обсуждаются моды Хиггса в пределе массивной (подраздел 4.3.1) и мезоскопической (подраздел 4.3.2) нормальной подсистемы. В последнем разделе главы 4.4 приведены выводы. Результаты главы опубликованы в работах [A7; A11].

4.2 Модель

4.2.1 Гамильтониан БКШ

Рассмотрим систему из сверхпроводника и нормального металла, приведенных в туннельный контакт через тонкую изолирующую прослойку. Предполагая, что толщина сверхпроводника меньше длины когерентности, можно считать параметр порядка Δ однородным по сверхпроводнику. В туннельном приближении гамильтониан системы имеет следующий вид:

$$\hat{H} = \sum_{k\sigma} \xi_k^s \hat{a}_{k\sigma}^\dagger \hat{a}_{k\sigma} + \sum_k (\Delta \hat{a}_{k\uparrow}^\dagger \hat{a}_{\bar{k}\downarrow}^\dagger + \Delta^* \hat{a}_{\bar{k}\downarrow} \hat{a}_{k\uparrow}) + \sum_{l\sigma} \xi_l^n \hat{b}_{l\sigma}^\dagger \hat{b}_{l\sigma} + \sum_{kl\sigma} (\gamma_{kl} \hat{a}_{k\sigma}^\dagger \hat{b}_{l\sigma} + \gamma_{kl}^* \hat{b}_{l\sigma}^\dagger \hat{a}_{k\sigma}), \quad (4.2)$$

где $\hat{a}_{k\sigma}$ и $\hat{a}_{k\sigma}^\dagger$ — операторы уничтожения и рождения электронов с проекцией спина σ в k -ой моде сверхпроводника, индекс \bar{k} обозначает моду, получен-

ную из моды k операцией обращения времени. Операторы $\hat{b}_{l\sigma}$ и $\hat{b}_{l\sigma}^\dagger$ — аналогичные операторы для мод в нормальном металле. Последнее слагаемое описывает туннелирование между нормальным металлом и сверхпроводником. Мы считаем, что при туннелировании продольный импульс электрона не сохраняется, что соответствует диффузному интерфейсу между сверхпроводником и нормальным металлом. Матричные элементы туннелирования γ_{kl} мы считаем нормально распределенными случайными величинами с коррелятором $\overline{\gamma_{kl}\gamma_{k'l'}} = \gamma^2 \delta_{kk'} \delta_{ll'}$, квадрат амплитуды матричного элемента туннелирования пропорционален $S/(V_n V_s)$, где S — площадь туннельного контакта, V_s и V_n — объемы сверхпроводящей и нормальной подсистем, соответственно. Сверхпроводящий параметр порядка определяется следующим уравнением самосогласования:

$$\Delta = \frac{\lambda}{V_s} \sum_k \langle \hat{a}_{k\uparrow} \hat{a}_{\bar{k}\downarrow} \rangle, \quad (4.3)$$

где λ — константа взаимодействия, а $\langle \dots \rangle$ обозначает усреднение по квантовомеханическому состоянию системы. Мы исследуем динамику системы, описываемой гамильтонианом (4.2) в рамках неравновесной техники Келдыша, изложенной ниже.

4.2.2 Уравнение на Гриновские функции

Для определения Гриновских функций мы введем псевдоспинорные операторы Намбу следующим образом [147]:

$$\hat{A}_k = \begin{pmatrix} \hat{a}_{k\uparrow} \\ \hat{a}_{\bar{k}\downarrow}^\dagger \end{pmatrix}, \quad \hat{B}_l = \begin{pmatrix} \hat{b}_{l\uparrow} \\ \hat{b}_{l\downarrow}^\dagger \end{pmatrix}. \quad (4.4)$$

Далее, следуя [70], мы определяем запаздывающую, опережающую и Келдышевскую функцию Грина для сверхпроводника:

$$\check{G}_{kk'}^{ss(R)}(t, t') = -i\Theta(t - t') \langle \hat{A}_k(t) \hat{A}_{k'}^\dagger(t') + \hat{A}_{k'}^{\dagger T}(t') \hat{A}_k^T(t) \rangle, \quad (4.5)$$

$$\check{G}_{kk'}^{ss(A)}(t, t') = i\Theta(t' - t) \langle \hat{A}_k(t) \hat{A}_{k'}^\dagger(t') + \hat{A}_{k'}^{\dagger T}(t') \hat{A}_k^T(t) \rangle, \quad (4.6)$$

$$\check{G}_{kk'}^{ss(K)}(t, t') = -i \langle \hat{A}_k(t) \hat{A}_{k'}^\dagger(t') - \hat{A}_{k'}^{\dagger T}(t') \hat{A}_k^T(t) \rangle. \quad (4.7)$$

Аналогичным образом определяются Гриновская функция нормального металла $\check{G}_{ll'}^{nn(RAK)}$ и две туннельные функции Грина $\check{G}_{lk}^{ns(RAK)}$ и $\check{G}_{kl}^{sn(RAK)}$ с помощью замены операторов \hat{A}_k на операторы \hat{B}_l . Из определенных Гриновских функций, являющихся матрицами 2×2 , действующими в пространстве Намбу, можно составить матричные 4×4 функции Грина следующим образом:

$$\check{G}_{kk'}^{\alpha\beta}(t, t') = \begin{pmatrix} \check{G}_{kk'}^{\alpha\beta(R)}(t, t') & \check{G}_{kk'}^{\alpha\beta(K)}(t, t') \\ 0 & \check{G}_{kk'}^{\alpha\beta(A)}(t, t') \end{pmatrix}, \quad (4.8)$$

где индексы α и β принимают значения s и n . Матричные гриновские функции удовлетворяют следующим уравнениям:

$$i \frac{\partial}{\partial t} \check{G}_{kk'}^{ss} - \check{H}_k^s \check{G}_{kk'}^{ss} - \sum_l \gamma_{kl} \check{\tau}_3 \check{G}_{lk'}^{ns} = \delta(t - t') \delta_{kk'}, \quad (4.9)$$

$$i \frac{\partial}{\partial t} \check{G}_{lk}^{ns} - \check{H}_l^n \check{G}_{lk}^{ns} - \sum_{k'} \gamma_{k'l}^* \check{\tau}_3 \check{G}_{k'k}^{ss} = 0, \quad (4.10)$$

$$i \frac{\partial}{\partial t} \check{G}_{ll'}^{nn} - \check{H}_n^s \check{G}_{ll'}^{nn} - \sum_k \gamma_{kl}^* \check{\tau}_3 \check{G}_{kl'}^{sn} = \delta(t - t') \delta_{ll'}, \quad (4.11)$$

$$i \frac{\partial}{\partial t} \check{G}_{kl}^{sn} - \check{H}_k^s \check{G}_{kl}^{sn} - \sum_{l'} \gamma_{kl'} \check{\tau}_3 \check{G}_{l'l}^{nn} = 0, \quad (4.12)$$

где

$$\check{H}_k^s = \begin{pmatrix} \check{H}_k^s & 0 \\ 0 & \check{H}_k^s \end{pmatrix}, \quad \check{H}_k^s = \begin{pmatrix} \xi_k^s & \Delta \\ \Delta^* & -\xi_k^s \end{pmatrix}, \quad (4.13)$$

$$\check{H}_l^n = \begin{pmatrix} \check{H}_l^n & 0 \\ 0 & \check{H}_l^n \end{pmatrix}, \quad \check{H}_l^n = \begin{pmatrix} \xi_l^n & 0 \\ 0 & -\xi_l^n \end{pmatrix}, \quad (4.14)$$

$$\check{\tau}_3 = \begin{pmatrix} \check{\tau}_3 & 0 \\ 0 & \check{\tau}_3 \end{pmatrix}, \quad \check{\tau}_3 = \begin{pmatrix} 1 & 0 \\ 0 & -1 \end{pmatrix}. \quad (4.15)$$

Уравнение самосогласования имеет следующий вид:

$$\Delta(t) = \frac{i\lambda}{4V} \sum_k \text{Tr} \left[(\check{\tau}_1 + i\check{\tau}_2) \check{G}_{kk}^{ss(K)}(t, t) \right], \quad (4.16)$$

где

$$\check{\tau}_1 = \begin{pmatrix} 0 & 1 \\ 1 & 0 \end{pmatrix}, \quad \check{\tau}_2 = \begin{pmatrix} 0 & -i \\ i & 0 \end{pmatrix}. \quad (4.17)$$

Используя функции Грина изолированных сверхпроводника \check{G}_k^s и нормального металла \check{G}_l^n можно решить уравнения на туннельные гриновские функции:

$$\check{G}_{lk}^{ns} = \sum_{k'} \gamma_{k'l}^* \check{G}_l^n \check{\tau}_3 * \check{G}_{k'k}^{ss}, \quad (4.18)$$

$$\check{G}_{kl}^{sn} = \sum_{l'} \gamma_{kl'} \check{G}_k^s \check{\tau}_3 * \check{G}_{l'l}^{nn}, \quad (4.19)$$

где оператор $*$ обозначает свертку по времени:

$$(X * Y)(t, t') = \int X(t, t'') Y(t'', t') dt'', \quad (4.20)$$

а гриновские функции \check{G}_k^s и \check{G}_l^n удовлетворяют следующим уравнениям:

$$i \frac{\partial}{\partial t} \check{G}_k^s - \check{H}_k^s \check{G}_k^s = \delta(t - t'), \quad (4.21)$$

$$i \frac{\partial}{\partial t} \check{G}_l^n - \check{H}_l^n \check{G}_l^n = \delta(t - t'). \quad (4.22)$$

Таким образом, можно написать два независимых уравнения на функции Грина в сверхпроводнике и в нормальном металле.

$$i \frac{\partial}{\partial t} \check{G}_{kk'}^{ss} - \check{H}_k^s \check{G}_{kk'}^{ss} - \sum_{k''} \check{\Sigma}_{kk''}^s * \check{G}_{k''k'}^{ss} = \delta(t - t') \delta_{kk'} , \quad (4.23)$$

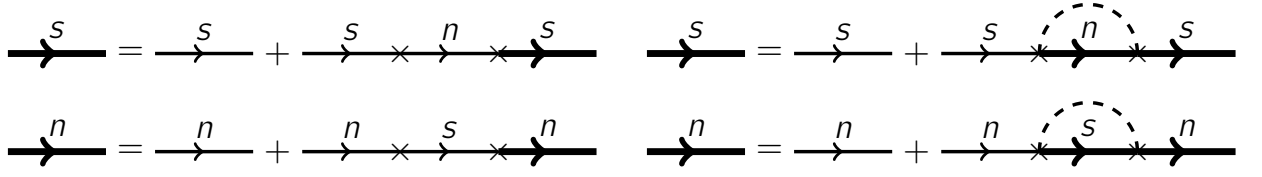
$$i \frac{\partial}{\partial t} \check{G}_{ll'}^{nn} - \check{H}_l^n \check{G}_{ll'}^{nn} - \sum_{l''} \check{\Sigma}_{ll''}^n * \check{G}_{l''l'}^{nn} = \delta(t - t') \delta_{ll'} , \quad (4.24)$$

где собственно-энергетические части сверхпроводника $\Sigma_{kk''}^s$ и нормального металла $\Sigma_{ll''}^n$ равны:

$$\check{\Sigma}_{kk''}^s = \sum_l \gamma_{kl} \gamma_{k''l}^* \check{\tau}_3 \check{G}_l^n \check{\tau}_3 , \quad (4.25)$$

$$\check{\Sigma}_{ll''}^n = \sum_k \gamma_{kl}^* \gamma_{kl''} \check{\tau}_3 \check{G}_k^s \check{\tau}_3 . \quad (4.26)$$

Графическое представление данных уравнений приведено на Рис. 14(a). Использование этих уравнений затруднено в силу наличия в них случайных туннельных матричных элементов γ_{kl} , поэтому необходимо выполнить усреднение по данным случайным величинам. Среднее от произведения большого числа матричных элементов может быть выражено через парные корреляторы матричных элементов согласно теореме Вика для нормально распределенных случайных величин. Поэтому усредненные функции Грина могут быть представлены в виде суммы диаграмм, в каждая из которых содержит $2N$ туннельных матричных элементов, все матричные элементы разбиты на пары всеми возможными способами, а каждая пара матричных элементов из разбиения заменяется на коррелятор. Мы пренебрегаем вкладом от диаграмм, содержащих пересекающиеся корреляторы, ограничившись лишь учетом диаграмм, содержащих последовательные и вложенные корреляторы. Такое приближение известно как самосогласованное Борновское приближение, графически изображенное на Рис. 14(b). Усредненные функции Грина и собственно-энергетические части оказываются диагональными в представ-



(a) Точное диаграммное уравнение для неусредненных функций Грина

(b) Самосогласованное Борновское приближение для усредненных функций Грина

Рис. 14: Диаграммы для гриновских функций в сверхпроводнике и нормальном металле. Символ \times обозначает туннелирование, пунктирная линия обозначает коррелятор между двумя матричными элементами.

лении нормальных мод сверхпроводника и нормального металла. Диаграммы, представленные на Рис. 14(b) соответствуют следующим уравнениям:

$$i \frac{\partial \check{G}_k^s}{\partial t} - \check{H}_k^s \check{G}_k^s - \check{\Sigma}^s * \check{G}_k^s = \delta(t - t'), \quad (4.27)$$

$$i \frac{\partial \check{G}_l^n}{\partial t} - \check{H}_l^n \check{G}_l^n - \check{\Sigma}^n * \check{G}_l^n = \delta(t - t'), \quad (4.28)$$

где собственно-энергетические части имеют вид:

$$\check{\Sigma}^s = \gamma^2 \sum_l \check{t}_3 \check{G}_l^n \check{t}_3, \quad (4.29)$$

$$\check{\Sigma}^n = \gamma^2 \sum_k \check{t}_3 \check{G}_k^s \check{t}_3. \quad (4.30)$$

В приближении широкой зоны, справедливом в том случае, когда уровень Ферми сверхпроводника и нормального металла находится вдали от особенностей Ван-Хова в плотности состояний, сумма по нормальным модам может быть заменена интегралом по нормальным энергиям $\sum_k \rightarrow \nu_s V_s \int d\xi_k^s$ ($\sum_l \rightarrow \nu_n V_n \int d\xi_l^n$). Таким образом, собственно-энергетические части определяются следующими выражениями:

$$\check{\Sigma}^s = \frac{\Gamma_s}{\pi} \int \check{\tau}_3 \check{G}_l^n \check{\tau}_3 d\xi_l^n, \quad (4.31)$$

$$\check{\Sigma}^n = \frac{\Gamma_n}{\pi} \int \check{\tau}_3 \check{G}_k^s \check{\tau}_3 d\xi_k^s. \quad (4.32)$$

Здесь мы ввели скорости туннелирования из сверхпроводника $\Gamma_s = \pi\gamma^2\nu_n V_n$ и из нормального металла $\Gamma_n = \pi\gamma^2\nu_s V_s$, ν_s и ν_n — нормальные плотности состояний электронов на уровне Ферми в сверхпроводнике и нормальном металле, соответственно. Данные величины определяют обратные времена жизни электрона в соответствующих подсистемах. Скорость туннелирования из сверхпроводника Γ_s зависит от прозрачности барьера, объема сверхпроводника (чем массивнее сверхпроводник — тем ниже скорость туннелирования) и плотности состояний на уровне Ферми в нормальном металле.

4.3 Моды Хиггса

Данный раздел посвящен изучению динамики сверхпроводящего параметра порядка $\Delta(t)$ в окрестности равновесия. Мы полагаем, что в равновесии сформирован параметр порядка Δ_0 , без потери общности его можно считать вещественным. Динамика описывается малым отклонением модуля и фазы параметра порядка от равновесного значения:

$$\Delta(t) = \Delta_0 + \delta\Delta(t) + i\Delta_0\delta\theta(t). \quad (4.33)$$

Далее мы введем линейные по $\delta\Delta(t)$ и $\delta\theta(t)$ поправки к функциям Грина и собственно-энергетическим частям:

$$\check{G}_k^s = \check{G}_{0k}^s + \delta\check{G}_k^s, \quad \check{G}_k^n = \check{G}_{0l}^n + \delta\check{G}_l^n, \quad (4.34)$$

$$\check{\Sigma}^{s/n} = \check{\Sigma}_0^{s/n} + \delta\check{\Sigma}^{s/n}, \quad (4.35)$$

где \check{G}_{0k}^s , \check{G}_{0l}^n и $\check{\Sigma}_0^{s/n}$ — равновесные функции Грина и собственно-энергетические части сверхпроводника и нормального металла. Линеаризуя уравнения (4.28) и (4.32), можно получить уравнения на возмущения функций Грина и собственно-энергетических частей:

$$i\frac{\partial}{\partial t}\delta\check{G}_k^s - H_{0k}^s\delta G_k^s - \Sigma^s * \delta\check{G}_k^s - \delta\Sigma^s * \check{G}_{0k}^s = \delta H^s G_{0k}^s \quad (4.36)$$

$$i\frac{\partial}{\partial t}\delta\check{G}_l^n - H_l^n\delta G_l^n - \Sigma^n * \delta\check{G}_l^n - \delta\Sigma^n * \check{G}_{0l}^n = 0 \quad (4.37)$$

$$\delta\check{\Sigma}^s = \frac{\Gamma_s}{\pi} \int \check{\tau}_3 \delta\check{G}_l^n \check{\tau}_3 d\xi_l^n, \quad (4.38)$$

$$\delta\check{\Sigma}^n = \frac{\Gamma_n}{\pi} \int \check{\tau}_3 \delta\check{G}_k^s \check{\tau}_3 d\xi_k^s. \quad (4.39)$$

Здесь возмущение одномодового гамильтониана сверхпроводника определяется возмущением сверхпроводящего параметра порядка $\delta\check{H}^s = \delta\Delta\check{\tau}_1 - i\Delta_0\delta\theta\check{\tau}_2$. Решение уравнения на поправку к функциям Грина можно легко найти в Фурье представлении:

$$\delta\check{G}_k^s(\omega, \omega') = \check{G}_{0k}^s(\omega) [\delta\check{H}^s(\omega - \omega') + \delta\Sigma^s(\omega, \omega')] \check{G}_{0k}^s(\omega'), \quad (4.40)$$

$$\delta\check{G}_l^n(\omega, \omega') = \check{G}_{0l}^n(\omega)\delta\Sigma^n(\omega, \omega')\check{G}_{0l}^n(\omega'), \quad (4.41)$$

где преобразование Фурье от функций Грина определено следующим образом:

$$\delta\check{G}(t, t') = \frac{1}{(2\pi)^2} \int \delta\check{G}(\omega, \omega') e^{-i\omega t + i\omega' t'} d\omega d\omega', \quad (4.42)$$

$$\check{G}_0(t - t') = \frac{1}{2\pi} \int \check{G}_0(\omega) e^{-i\omega(t-t')} d\omega. \quad (4.43)$$

Вводя квазиклассическую функцию Грина сверхпроводника $\delta\check{g}^s = \int \delta\check{G}_k^s d\xi_k^s$, мы можем написать на нее алгебраическое уравнение:

$$\begin{aligned} \delta\check{g}(\omega, \omega') = & \int \check{G}_{0k}^s(\omega) \delta\check{H}_k(\omega - \omega') \check{G}_{0k}^s(\omega') d\xi_k^s + \\ & + \frac{\Gamma_n \Gamma_s}{\pi^2} \int \check{G}_{0k}^s(\omega) \check{\tau}_3 \check{G}_{0l}^n(\omega) \check{\tau}_3 \delta\check{g}(\omega, \omega') \check{\tau}_3 \check{G}_{0l}^n(\omega') \check{\tau}_3 \check{G}_{0k}^s(\omega') d\xi_k^s d\xi_l^n. \end{aligned} \quad (4.44)$$

Данное уравнение можно представить в виде системы 12 линейных уравнений на 12 ненулевых компонент матричной функции Грина $\check{g}(\omega, \omega')$ (запаздывающая, опережающая и Келдышевская, каждая из которых является матрицей 2×2). Каждый интеграл может быть вычислен аналитически поскольку равновесные функции Грина являются рациональными функциями энергий нормальных мод ξ_k^s и ξ_l^n . Решение может быть записано в следующем виде:

$$\delta\check{g}(\omega, \omega') = \check{A}_\Delta(\omega, \omega') \delta\Delta(\omega - \omega') + \Delta_0 \check{A}_\theta(\omega, \omega') \delta\theta(\omega - \omega'). \quad (4.45)$$

Далее, используя условие самосогласования (4.16), мы получаем

$$\delta\Delta(\omega) = \frac{i\lambda\nu_s}{8\pi} \int \text{Tr} \check{\tau}_1 \delta\check{g}^{(K)}(\omega' + \omega, \omega') d\omega', \quad (4.46)$$

$$\delta\theta(\omega) = \frac{i\lambda\nu_s}{8\pi\Delta_0} \int \text{Tr} \check{\tau}_2 \delta\check{g}^{(K)}(\omega' + \omega, \omega') d\omega'. \quad (4.47)$$

В общем случае уравнения на собственные моды имеют следующий вид:

$$\delta\Delta(\omega) = K_\Delta(\omega) \delta\Delta(\omega) + K'(\omega) \Delta_0 \delta\theta(\omega), \quad (4.48)$$

$$\delta\theta(\omega) = K''(\omega) \frac{\delta\Delta(\omega)}{\Delta_0} + K_\theta(\omega) \delta\theta(\omega), \quad (4.49)$$

где ядра K_Δ , K_θ , K' и K'' определяются следующим образом:

$$K_\Delta(\omega) = \frac{i\lambda v_s}{8\pi} \int \text{Tr} \check{\tau}_1 \check{A}_\Delta^{(K)}(\omega' + \omega, \omega') d\omega', \quad (4.50)$$

$$K'(\omega) = \frac{i\lambda v_s}{8\pi} \int \text{Tr} \check{\tau}_1 \check{A}_\theta^{(K)}(\omega' + \omega, \omega') d\omega', \quad (4.51)$$

$$K''(\omega) = \frac{i\lambda v_s}{8\pi} \int \text{Tr} \check{\tau}_2 \check{A}_\Delta^{(K)}(\omega' + \omega, \omega') d\omega', \quad (4.52)$$

$$K_\theta(\omega) = \frac{i\lambda v_s}{8\pi} \int \text{Tr} \check{\tau}_2 \check{A}_\theta^{(K)}(\omega' + \omega, \omega') d\omega'. \quad (4.53)$$

В случае, когда сверхпроводник и нормальный металл обладают электрон–дырочной симметрией, что справедливо если уровень Ферми лежит вдали особенностей Ван Хофа плотности состояний, недиагональные компоненты ядра K' и K'' равны нулю. В реальных материалах эти величины должны быть подавлены в силу малости Δ_0/E_F . Таким образом, динамику модуля и фазы параметра порядка можно рассматривать независимо. Частоты мод Хиггса определяются сингулярными точками величины $[1 - K_\Delta(\omega)]^{-1}$. Особенности функции $[1 - K_\theta(\omega)]^{-1}$ дают спектр мод Андерсона–Боголюбова, на которые, в свою очередь, существенно влияет учет зарядовых эффектов, опущенных в данной модели. Далее мы исследуем свойства мод Хиггса в SIN структурах в зависимости от скоростей туннелирования Γ_s и Γ_n .

4.3.1 Массивный нормальный металл

Для начала мы рассмотрим случай $\Gamma_n = 0$, что формально соответствует бесконечному нормальному металлу $V_n \rightarrow \infty$. Однако в реальных SIN структурах сверхпроводящие корреляции затухают на масштабе наведенной длины когерентности ξ_i от интерфейса, поэтому чтобы пользоваться приближением однородного металла необходимо чтобы толщина нормального слоя не превышала данную величину. При этом требование $\Gamma_n = 0$ соответствует пренебрежимо малой наведенной щели в нормальном слое $\Delta_i = 0$. В этом случае

оказывается возможным вычислить ядро K_Δ аналитически в пределе нулевой температуры. С учетом конечного Γ_s мы найдем равновесные функции Грина и собственно-энергетические части:

$$\check{\Sigma}^{s(R/A)}(\omega) = \pm i\Gamma_s \quad (4.54)$$

$$\check{\Sigma}^{s(K)}(\omega) = -2i\Gamma_s \text{sign } \omega, \quad (4.55)$$

$$\check{G}_{0k}^{s(R/A)} = (\omega \pm i\Gamma_s - \check{H}_{0k}^s)^{-1}, \quad (4.56)$$

$$\check{G}_{0k}^{s(K)} = [\check{G}_{0k}^{s(R)} - \check{G}_{0k}^{s(A)}] \text{sign } \omega. \quad (4.57)$$

Собственно-энергетические части оказываются константами $\delta\check{\Sigma}^{sn} = 0$ поэтому решения уравнения (4.39) имеют следующий вид:

$$\delta\check{G}_k^s(\omega, \omega') = \check{G}_{0k}^s(\omega)\delta\check{H}^s(\omega - \omega')\check{G}_{0k}^s(\omega'). \quad (4.58)$$

С помощью уравнения самосогласования (4.16) можно получить выражение для ядра мод Хиггса:

$$K_\Delta(\omega) = \frac{i\lambda\nu_s}{8\pi} \iint \text{Tr} \left[\check{\tau}_1 \check{G}_{0k}^{s(R)}(\omega + \omega') \check{\tau}_1 \check{G}_{0k}^{s(K)}(\omega') + \check{\tau}_1 \check{G}_{0k}^{s(K)}(\omega' + \omega) \check{\tau}_1 \check{G}_{0k}^{s(A)}(\omega') \right] d\omega' d\xi_k^s. \quad (4.59)$$

Из-за приближения широкой зоны с постоянной нормальной плотностью состояний данный интеграл расходится логарифмически, однако его можно регуляризовать, воспользовавшись уравнением самосогласования:

$$1 = \frac{i\lambda\nu_s}{8\pi\Delta_0} \iint \text{Tr} \left[\check{\tau}_1 \check{G}_k^{s(K)}(\omega) \right] d\omega d\xi_k^s. \quad (4.60)$$

Интеграл в уравнении самосогласования имеет такую же логарифмическую расходимость, следовательно можно вычислить разность этих величин. В результате долгих вычислений (см. Приложение А) можно получить следующую

щий ответ для ядра $K_\Delta(\omega)$:

$$\begin{aligned} \frac{1 - K_\Delta(\omega)}{\lambda\nu_s} = & i \frac{\sqrt{4\Delta_0^2 - (\omega + 2i\Gamma_s)^2}}{2\omega + 4i\Gamma_s} \cdot \\ & \ln \left[\frac{2\Delta_0^2 - (\omega + 2i\Gamma_s)(\omega + i\Gamma_s) + \sqrt{4\Delta_0^2 - (\omega + 2i\Gamma_s)^2} \sqrt{\Delta_0^2 - (\omega + i\Gamma_s)^2}}{2\Delta_0^2 - i\Gamma_s(\omega + 2i\Gamma_s) + \sqrt{4\Delta_0^2 - (\omega + 2i\Gamma_s)^2} \sqrt{\Gamma_s^2 + \Delta_0^2}} \right] + \\ & i \frac{\sqrt{4\Delta_0^2 - \omega^2}}{2\omega} \ln \left[\frac{2\Delta_0^2 + i\Gamma_s\omega + \sqrt{\Gamma_s^2 + \Delta_0^2} \sqrt{4\Delta_0^2 - \omega^2}}{2\Delta_0^2 - \omega(\omega + i\Gamma_s) + \sqrt{4\Delta_0^2 - \omega^2} \sqrt{\Delta_0^2 - (\omega + i\Gamma_s)^2}} \cdot \right. \\ & \left. \frac{\omega + i\sqrt{4\Delta_0^2 - \omega^2}}{-\omega + i\sqrt{4\Delta_0^2 - \omega^2}} \right]. \quad (4.61) \end{aligned}$$

Данное ядро имеет четыре точки ветвления при $\omega = \pm 2\Delta_0 - 2i\Gamma_s$ и $\omega = \pm \Delta_0 - i\Gamma$ (см. Рис. 16). Как будет показано далее, эти точки ветвления соответствуют частотам мод Хиггса в случае слабого туннелирования $\Gamma_s \ll \Delta_0$. В противоположном случае $\Gamma_s \gg \Delta_0$ ядро можно разложить в окрестности низких частот:

$$\frac{1 - K_\Delta}{\lambda\nu_s} = -i \frac{\omega}{2\Gamma_s} + \frac{\Delta_0^2}{2\Gamma_s^2}. \quad (4.62)$$

Пользуясь этим разложением, мы получаем что функция $[1 - K_\Delta(\omega)]^{-1}$ имеет полюсную особенность при $\omega = -i\Delta_0^2/\Gamma_s$, соответствующую чисто релаксационной динамике параметра порядка:

$$\delta\Delta = \delta\Delta_0 \exp\left(-\frac{\Delta_0^2}{\Gamma_s} t\right). \quad (4.63)$$

Случай слабой туннельной связи $\Gamma_s \ll \Delta_0$ наиболее интересен в плане динамики сверхпроводящего параметра порядка. Для нахождения временной зависимости $\delta\Delta(t)$ мы введем обобщенную силу $f(\omega)$, действующую на

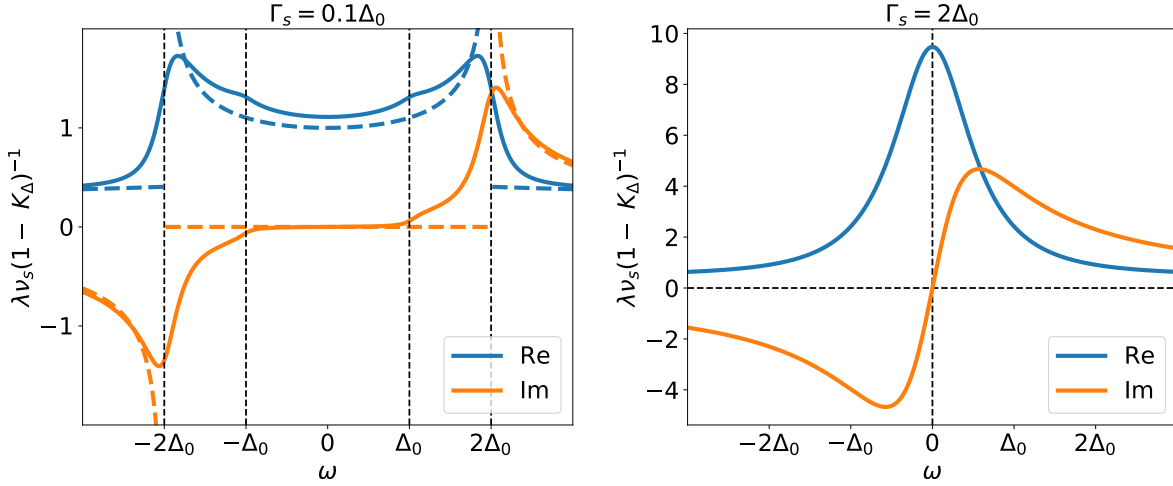


Рис. 15: Графики величины $[1 - K_{\Delta}(\omega)]^{-1}$ для (а) $\Gamma_s = 0.1\Delta_0$ и (б) $\Gamma_s = 2\Delta_0$. Пунктирные линии на панели (а) соответствуют изолированному сверхпроводнику $\Gamma_s = 0$.

возмущение модуля параметра порядка:

$$\delta\Delta(\omega) = K_{\Delta}(\omega)\delta\Delta(\omega) + f(\omega). \quad (4.64)$$

Используя преобразование Фурье, легко найти временную зависимость параметра порядка:

$$\delta\Delta(t) = \frac{1}{2\pi} \int \frac{f(\omega)e^{-i\omega t}}{1 - K_{\Delta}(\omega)} d\omega. \quad (4.65)$$

Данный интеграл можно замкнуть так, как показано на Рис. 16. Тогда интеграл по замкнутому контуру будет определяться вкладом от полюсов функции $f(\omega)$ в нижней полуплоскости.

$$\frac{1}{2\pi} \oint_c \frac{f(\omega)e^{-i\omega t}}{1 - K_{\Delta}(\omega)} d\omega = -i \sum_j \frac{e^{-i\omega_j t} \text{res}_{\omega_j} f(\omega)}{1 - K_{\Delta}(\omega_j)}, \quad (4.66)$$

Таким образом, $\delta\Delta(t)$ определяется двумя вкладками, один из которых происходит от полюсов внешней силы $f(\omega)$, а второй — интегралом вдоль берегов

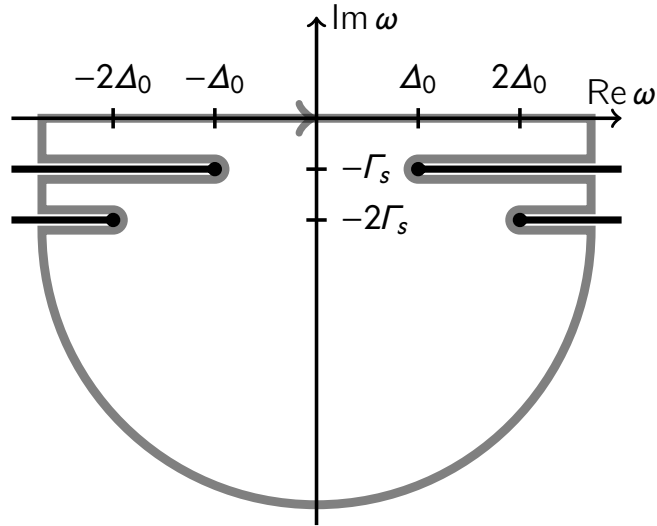


Рис. 16: Область аналитичности ядра K_{11} . Четыре черные точки обозначают точки ветвления при частотах $\omega = \pm\Delta_0 - i\Gamma_s$ и $\omega = \pm 2\Delta_0 - 2i\Gamma_s$, жирные черные линии обозначают разрезы. Жирная серая линия показывает контур интегрирования в выражении (4.66).

разрезов:

$$\begin{aligned}
 \delta\Delta(t) = & -i \sum_j \frac{e^{-i\omega_j t} \operatorname{res}_{\omega_j} f(\omega)}{1 - K_\Delta(\omega_j)} - \\
 & \frac{1}{2\pi} \left\{ \int_{\Delta_0 - i\Gamma_s}^{+\infty - i\Gamma_s} \left[\frac{f(\omega)e^{-i\omega t}}{1 - K_\Delta(\omega - i0)} - \frac{f(\omega)e^{-i\omega t}}{1 - K_\Delta(\omega + i0)} \right] d\omega + \right. \\
 & + \int_{2\Delta_0 - 2i\Gamma_s}^{+\infty - 2i\Gamma_s} \left[\frac{f(\omega)e^{-i\omega t}}{1 - K_\Delta(\omega - i0)} - \frac{f(\omega)e^{-i\omega t}}{1 - K_\Delta(\omega + i0)} \right] d\omega + \\
 & + \int_{-\infty - 2i\Gamma_s}^{-2\Delta_0 - 2i\Gamma_s} \left[\frac{f(\omega)e^{-i\omega t}}{1 - K_\Delta(\omega - i0)} - \frac{f(\omega)e^{-i\omega t}}{1 - K_\Delta(\omega + i0)} \right] d\omega + \\
 & \left. + \int_{-\infty - i\Gamma_s}^{-\Delta_0 - i\Gamma_s} \left[\frac{f(\omega)e^{-i\omega t}}{1 - K_\Delta(\omega - i0)} - \frac{f(\omega)e^{-i\omega t}}{1 - K_\Delta(\omega + i0)} \right] d\omega \right\}. \quad (4.67)
 \end{aligned}$$

Основной вклад в интегралы вдоль берегов разреза дают окрестности точек ветвления, поэтому, раскладывая ядро в окрестности этих точек и полагая

что $f(\omega)$ регулярна в окрестности точек ветвления ядра K_Δ , можно приближенно вычислить эти интегралы:

$$\omega = \Delta_0 - i\Gamma_s + \Omega : \quad \frac{1 - K_{11}}{\lambda\nu_s} \approx \frac{\pi}{2\sqrt{3}} - \frac{2i\Gamma_s\sqrt{2\Omega}}{\Delta_0^{3/2}}, \quad (4.68)$$

$$\omega = -\Delta_0 - i\Gamma_s - \Omega : \quad \frac{1 - K_{11}}{\lambda\nu_s} \approx \frac{\pi}{2\sqrt{3}} + \frac{2i\Gamma_s\sqrt{2\Omega}}{\Delta_0^{3/2}}, \quad (4.69)$$

$$\omega = 2\Delta_0 - 2i\Gamma_s + \Omega : \quad \frac{1 - K_{11}}{\lambda\nu_s} \approx \pi(1 + i)\sqrt{\frac{\Gamma_s}{\Delta_0}} - \frac{i\pi}{2}\sqrt{\frac{\Omega}{\Delta_0}}, \quad (4.70)$$

$$\omega = -2\Delta_0 - 2i\Gamma_s - \Omega : \quad \frac{1 - K_{11}}{\lambda\nu_s} \approx \pi(1 - i)\sqrt{\frac{\Gamma_s}{\Delta_0}} + \frac{i\pi}{2}\sqrt{\frac{\Omega}{\Delta_0}}. \quad (4.71)$$

Используя эти разложения и заменяя $f(\omega)$ на значение функции f в точке ветвления, мы получаем следующее асимптотическое выражение для осцилляций сверхпроводящего параметра порядка в пределе $\Delta_0^{-1} \ll t \ll \Gamma_s^{-1}$:

$$\begin{aligned} \delta\Delta(t) \approx & -i \sum_j \frac{e^{-i\omega_j t} \text{res}_{\omega_j} f(\omega)}{1 - K_\Delta(\omega_j)} + \\ & + \frac{1}{2\pi\lambda\nu_s} \left\{ \frac{12\sqrt{2}\Gamma_s e^{-\Gamma_s t} \left[f(\Delta_0) e^{-i\Delta_0 t - i\frac{\pi}{4}} + f(-\Delta_0) e^{i\Delta_0 t + i\frac{\pi}{4}} \right]}{(\pi\Delta_0 t)^{3/2}} + \right. \\ & \left. + \frac{2\sqrt{\Delta_0} e^{-2\Gamma_s t} \left[f(2\Delta_0) e^{-2i\Delta_0 t + i\frac{\pi}{4}} + f(-2\Delta_0) e^{2i\Delta_0 t - i\frac{\pi}{4}} \right]}{(\pi t)^{1/2}} \right\} \quad (4.72) \end{aligned}$$

Первое слагаемое описывает вынужденные колебания параметра порядка под действием вынуждающей силы $f(\omega)$. Последние слагаемые отвечают собственным модам системы. Близость сверхпроводника с массивным нормальным металлом приводит к экспоненциальному затуханию моды Хиггса на частоте $2\Delta_0$ и появлению дополнительной, также затухающей, моды Хиггса с частотой Δ_0 . Низкочастотная мода с частотой $2\Delta_i$ отсутствует в

данной модели, поскольку в силу $\Gamma_n = 0$ в нормальной подсистеме отсутствует наведенная щель.

4.3.2 Мезоскопический нормальный металл

В случае ненулевой скорости туннелирования из нормального металла Γ_n спектр мод Хиггса полностью соответствует Рис. 13. Аналитическое вычисление ядра $K_\Delta(\omega)$ затруднено из-за сингулярности равновесных функций Грина нормального металла в условиях эффекта близости [146], поэтому ядро было найдено с помощью численных методов. Результат вычислений показан на Рис. 17. Наведенная щель оказывается равной $\Delta_i \approx 0.2\Delta_0$ для параметров $\Gamma_s = 0.1\Delta_0$ и $\Gamma_n = 0.3\Delta_0$, с которыми был выполнен счет. На Рис. 17 четко видны уширенные особенности около частот $\omega \approx \pm 2\Delta_0$ и $\omega \approx \pm\Delta_0 + \Delta_i$, особенность на частоте $\omega = \pm 2\Delta_i$ видна только при сильном увеличении. Эта особенность при чисто вещественной частоте соответствует низкочастотной моде Хиггса, не имеющей экспоненциального затухания. Из этого следует, что именно эта мода дает основной вклад в асимптотику параметра порядка при больших временах, однако ее амплитуда на промежуточных временах $\Delta_0^{-1} \ll t \ll \Gamma_s^{-1}, \Gamma_n^{-1}$ на порядки ниже амплитуд других мод в силу низкой прозрачности туннельного барьера.

4.4 Выводы

Главным результатом данной главы является теоретическое предсказание новых мод Хиггса в гибридных системах сверхпроводник/изолятор/нормальный металл. Показано, что частоты хиггсовских мод в такой системе определяются через энергии квазичастиц в системе: так, частота каждой из мод Хиггса может быть представлена в виде суммы двух квазичастичных энергий. Данные моды могут быть исследованы экспериментально с помощью pump-probe техники, использованной в работе [80],

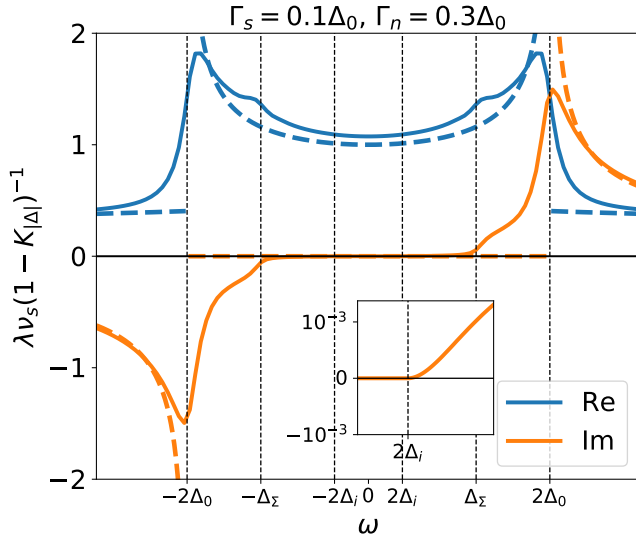


Рис. 17: Вещественная и мнимая части $[1 - K_{\Delta}(\omega)]^{-1}$ в случае конечных скоростей туннелирования Γ_s и Γ_n . Вставка показывает особенность ядра при частоте $2\Delta_i$, которую невозможно увидеть на крупном масштабе.

в которой была измерена зависимость параметра порядка от времени $\Delta(t)$. Фурье спектр параметра порядка должен иметь пики на частотах, соответствующих собственным модам Хиггса. Таким образом, появление особенности на частоте $\Delta_0 + \Delta_i$ может быть интерпретировано как обнаружение новой моды Хиггса в такой гибридной структуре. Другим возможным способом изучения мод Хиггса является экспериментальное измерение резонансной генерации отклика на частоте третьей гармоники [81; 82]. Электромагнитная волна с частотой Ω возбуждает моду Хиггса на частоте 2Ω . Амплитуда нелинейного отклика на частоте 3Ω должна зависеть от амплитуды возбуждения моды Хиггса. Следовательно, можно ожидать появления уширенных резонансов на амплитудно-частотной характеристике сигнала на третьей гармонике в случае, если частота 2Ω близка к частоте какой-либо хиггсовской моды. Однако, поскольку излучение с частотой Ω выше щели в спектре системы $2\Delta_i$ нагревает образец путем возбуждения большого числа неравновесных квазичастиц, резонанс с модой Хиггса на частоте $\Delta_i + \Delta_0$ может быть обнаружен только если наведенная щель достаточно велика $\Delta_i > \Delta_0/3$.

Заключение

В представленной работе были исследованы неравновесные явления и неоднородные состояния в сверхпроводниках и сверхпроводящих структурах с нарушенной симметрией относительно обращения времени. Получены следующие основные результаты:

- В рамках модели Гинзбурга–Ландау изучен механизм генерации магнитных полей в из-за неоднородного нагрева кирального p -волнового сверхпроводника. Выполнена оценка на величину возникающего магнитного поля. Данный эффект может быть обнаружен экспериментально с помощью измерения локального магнитного поля вблизи области с подавленной сверхпроводимостью, что может быть полезно для экспериментального обнаружения киральной p -волновой сверхпроводимости в реальных соединениях.
- С помощью нестационарной теории Гинзбурга–Ландау исследован механизм Киббла–Зурека генерации киральных доменов в p -волновых сверхпроводниках. Рассмотрен случай фазового перехода по температуре и перехода, вызванного продольным магнитным полем в тонкой пленке сверхпроводника. Полученные результаты интересны в контексте обнаружения киральной p -волновой сверхпроводимости в реальных материалах.
- В рамках микроскопической модели Боголюбова–де Жена найден спектр квазичастиц в вихре, запиннингованном на протяженном одномерном дефекте в p -волновом сверхпроводнике. Продемонстрирована качественная зависимость спектра от взаимной ориентации киральности сверхпроводящего домена и завихренности вихря, проведено срав-

нение со случаем обычного s -волнового сверхпроводника. Спектр квазичастиц в таких системах может быть экспериментально исследован с помощью техники сканирующей туннельной спектроскопии, также обсуждается влияние электронной структуры запиннированных вихрей на СВЧ проводимость. Полученные результаты могут быть использованы в качестве теста на киральную p -волновую сверхпроводимость.

- В рамках модели Лондонов продемонстрирована возможность стабилизации магнитных скирмионов в гибридных структурах ферромагнетик/сверхпроводник с наноструктурированным сверхпроводящим слоем. Результат представляет интерес в контексте изучения гибридных систем ферромагнетик/сверхпроводник с неоднородным распределением намагниченности.
- С помощью неравновесной техники Келдыша исследованы колебания сверхпроводящего параметра порядка (моды Хиггса) в гибридных структурах сверхпроводник/изолятор/нормальный металл. Показано, что в таких системах в дополнение к обычным для сверхпроводников модам Хиггса на частоте удвоенной сверхпроводящей щели, появляются колебания на частотах, равным сумме сверхпроводящей и наведенной щелей и также удвоенной наведенной щели.

Автор глубоко признателен своему научному руководителю А. С. Мельникову за активное участие в работе, терпение и постоянную поддержку. Кроме того, автор желает выразить благодарность коллегам В. В. Курину, М. А. Силаеву, И. М. Хаймовичу, Д. Ю. Водолазову, С. В. Шарову, И. А. Шерешевскому, А. В. Самохвалову, М. В. Сапожникову за помощь и поддержку при подготовке настоящей диссертации.

Приложение А

Вывод формулы (4.61)

Запаздывающая, опережающая и келдышевская равновесные функции Грина сверхпроводника в контакте с нормальным металлом могут быть представлены в следующем виде:

$$\check{G}_{0k}^{s(R/A)} = \frac{\omega + \check{H}_k^s}{(\omega \pm i\Gamma_s)^2 - (\varepsilon_k^s)^2} = \frac{\check{P}_k^+}{\omega \pm i\Gamma_s - \varepsilon_k^s} + \frac{\check{P}_k^-}{\omega \pm i\Gamma_s + \varepsilon_k^s}, \quad (\text{A.1})$$

$$\check{G}_{0k}^{s(K)} = \left(\frac{\check{P}_k^+}{\omega + i\Gamma_s - \varepsilon_k^s} - \frac{\check{P}_k^+}{\omega - i\Gamma_s - \varepsilon_k^s} + \frac{\check{P}_k^-}{\omega + i\Gamma_s + \varepsilon_k^s} - \frac{\check{P}_k^-}{\omega - i\Gamma_s + \varepsilon_k^s} \right) \text{sign } \omega, \quad (\text{A.2})$$

где

$$\varepsilon_k^s = \sqrt{(\xi_k^s)^2 + \Delta_0^2 \check{P}_k^\pm} = \frac{\varepsilon_k \pm \check{H}_k}{2\varepsilon_k}. \quad (\text{A.3})$$

$$(\text{A.4})$$

Используя эти выражения, можно вычислить интеграл по частоте ω' в выражении (4.59):

$$\begin{aligned}
K_{\Delta} = \frac{i\lambda\nu_s}{2\pi} \int \frac{1}{(\varepsilon_k^s)^2} & \left[\ln \left(1 + \frac{\omega}{i\Gamma_s - \varepsilon_k^s} \right) \left(\frac{\Delta_0^2}{\omega} - \frac{(\xi_k^s)^2}{\omega - 2\varepsilon_k^s + 2i\Gamma_s} \right) + \right. \\
& \ln \left(1 + \frac{\omega - 2\varepsilon_k^s}{\varepsilon_k^s + i\Gamma_s} \right) \left(\frac{(\xi_k^s)^2}{\omega - 2\varepsilon_k^s} - \frac{\Delta_0^2}{\omega + 2i\Gamma_s} \right) + \\
& \ln \left(1 + \frac{\omega + 2\varepsilon_k^s}{i\Gamma_s - \varepsilon_k^s} \right) \left(\frac{(\xi_k^s)^2}{\omega + 2\varepsilon_k^s} - \frac{\Delta_0^2}{\omega + 2i\Gamma_s} \right) + \\
& \left. \ln \left(1 + \frac{\omega}{i\Gamma_s + \varepsilon_k^s} \right) \left(\frac{\Delta_0^2}{\omega} - \frac{(\xi_k^s)^2}{\omega + 2\varepsilon_k^s + 2i\Gamma_s} \right) \right] d\xi_k^s. \quad (\text{A.5})
\end{aligned}$$

Данный интеграл может быть вычислен с помощью следующей замены:

$$\xi_k^s = \frac{\Delta_0}{2} \left(x - \frac{1}{x} \right), \quad (\text{A.6})$$

$$d\xi_k^s = \frac{\Delta_0}{2x} dx \left(x + \frac{1}{x} \right). \quad (\text{A.7})$$

При этом, поскольку два из четырех слагаемых в подынтегральном выражении в (A.5) могут быть получены из других двух заменой ε_k^s на $-\varepsilon_k^s$, интеграл по x нужно брать по всей вещественной оси:

$$\begin{aligned}
K_{\Delta} = \frac{i\lambda\nu_s}{\pi} \int_{-\infty}^{+\infty} \frac{x^2}{\Delta_0(x^2 + 1)} & \left\{ \ln \left[\frac{-\Delta_0(x^2 + 1) + 2x(\omega + i\eta)}{-\Delta_0(x^2 + 1) + 2i\eta x} \right] \right. \\
& \left[\frac{\Delta_0^2}{\omega} - \frac{\Delta_0^2(x^2 - 1)^2}{4x[(\omega + 2i\eta)x - \Delta_0(x^2 + 1)]} \right] + \\
& \ln \left[\frac{-\Delta_0(x^2 + 1) + 2x(\omega + i\eta)}{\Delta_0(x^2 + 1) + 2i\eta x} \right] \cdot \\
& \left. \left[-\frac{\Delta_0^2}{\omega + 2i\eta} + \frac{\Delta_0^2(x^2 - 1)^2}{4x[\omega x - \Delta_0(x^2 + 1)]} \right] \right\} dx. \quad (\text{A.8})
\end{aligned}$$

Вводя обозначения $\bar{\omega} = \omega/\Delta_0$ и $\bar{\Gamma}_s = \Gamma_s/\Delta_0$, мы получим:

$$K_\Delta = \frac{i\lambda\nu_s}{\pi} \int_{-\infty}^{+\infty} \frac{dx}{x^2+1} \left\{ \ln \left[\frac{x^2 - 2(\bar{\omega} + i\bar{\Gamma}_s)x + 1}{x^2 - 2i\bar{\Gamma}_s x + 1} \right] \right. \\ \left. \left[\frac{1}{\bar{\omega}} + \frac{1}{4x} + \frac{x[(\bar{\omega} + 2i\bar{\Gamma}_s)^2 - 4]}{4[x^2 - (\bar{\omega} + 2i\bar{\Gamma}_s)x + 1]} + \frac{x + \bar{\omega} + 2i\bar{\Gamma}_s}{4} \right] - \right. \\ \left. \ln \left[\frac{x^2 - 2(\bar{\omega} + i\bar{\Gamma}_s)x + 1}{-x^2 - 2i\bar{\Gamma}_s x - 1} \right] \left[\frac{1}{\bar{\omega} + 2i\bar{\Gamma}_s} + \frac{1}{4x} + \frac{x(\bar{\omega}^2 - 4)}{4(x^2 - \bar{\omega}x + 1)} + \frac{x + \bar{\omega}}{4} \right] \right\}. \quad (\text{A.9})$$

Данный интеграл расходится на бесконечности логарифмическим образом. Для его регуляризации необходимо вычесть из него уравнение самосогласования 4.60. В пределе нулевой температуры это уравнение имеет следующий вид:

$$1 = \frac{\lambda\nu_s}{\pi} \int_{-\infty}^{+\infty} \frac{\tan^{-1} \frac{\sqrt{\xi^2 + \Delta_0^2}}{\Gamma_s}}{\sqrt{\xi^2 + \Delta_0^2}} d\xi = \\ \frac{i\lambda\nu_s}{\pi} \int_{-\infty}^{+\infty} \frac{dx}{4x} \left[\ln \frac{x^2 - 2(\bar{\omega} + i\bar{\Gamma}_s)x + 1}{x^2 - 2i\bar{\Gamma}_s x + 1} - \ln \frac{x^2 - 2(\bar{\omega} + i\bar{\Gamma}_s)x + 1}{-x^2 - 2i\bar{\Gamma}_s x - 1} \right], \quad (\text{A.10})$$

таким образом, мы имеем:

$$K_\Delta - 1 = \frac{i\lambda\nu_s}{\pi} \int_{-\infty}^{+\infty} \frac{dx}{x^2+1} \left\{ \ln \left[\frac{x^2 - 2(\bar{\omega} + i\bar{\Gamma}_s)x + 1}{x^2 - 2i\bar{\Gamma}_s x + 1} \right] \right. \\ \left. \left[\frac{1}{\bar{\omega}} + \frac{x[(\bar{\omega} + 2i\bar{\Gamma}_s)^2 - 4]}{4[x^2 - (\bar{\omega} + 2i\bar{\Gamma}_s)x + 1]} + \frac{\bar{\omega} + 2i\bar{\Gamma}_s}{4} \right] - \right. \\ \left. \ln \left[\frac{x^2 - 2(\bar{\omega} + i\bar{\Gamma}_s)x + 1}{-x^2 - 2i\bar{\Gamma}_s x - 1} \right] \left[\frac{1}{\bar{\omega} + 2i\bar{\Gamma}_s} + \frac{x(\bar{\omega}^2 - 4)}{4(x^2 - \bar{\omega}x + 1)} + \frac{\bar{\omega}}{4} \right] \right\}. \quad (\text{A.11})$$

Далее, этот интеграл может быть вычислен следующим образом:

$$\begin{aligned} & \ln \frac{x^2 - 2(\bar{\omega} + i\bar{\Gamma}_s)x + 1}{x^2 - 2i\bar{\Gamma}_s x + 1} = \\ & \ln \left[x - \left(\bar{\omega} + i\bar{\Gamma}_s + i\sqrt{1 - (\bar{\omega} + i\bar{\Gamma}_s)^2} \right) \right] + \ln \left[x - \left(\bar{\omega} + i\bar{\Gamma}_s - i\sqrt{1 - (\bar{\omega} + i\bar{\Gamma}_s)^2} \right) \right] - \\ & \ln \left[x - \left(i\bar{\Gamma}_s + i\sqrt{\bar{\Gamma}_s^2 + 1} \right) \right] - \ln \left[x - \left(i\bar{\Gamma}_s - i\sqrt{\bar{\Gamma}_s^2 + 1} \right) \right], \quad (\text{A.12}) \end{aligned}$$

$$\begin{aligned} & \ln \frac{x^2 - 2(\bar{\omega} + i\bar{\Gamma}_s)x + 1}{-x^2 - 2i\bar{\Gamma}_s x - 1} = \\ & \ln \left[x - \left(\bar{\omega} + i\bar{\Gamma}_s + i\sqrt{1 - (\bar{\omega} + i\bar{\Gamma}_s)^2} \right) \right] + \ln \left[x - \left(\bar{\omega} + i\bar{\Gamma}_s - i\sqrt{1 - (\bar{\omega} + i\bar{\Gamma}_s)^2} \right) \right] - \\ & \ln \left[x - \left(-i\bar{\Gamma}_s + i\sqrt{\bar{\Gamma}_s^2 + 1} \right) \right] - \ln \left[x - \left(-i\bar{\Gamma}_s - i\sqrt{\bar{\Gamma}_s^2 + 1} \right) \right] + i\pi \operatorname{sign} x, \quad (\text{A.13}) \end{aligned}$$

$$\int_{-\infty}^{+\infty} \frac{\ln(x-a) dx}{x^2+1} = \pi \ln[-i \operatorname{sign}(\operatorname{Im} a) - a]. \quad (\text{A.14})$$

В предположении $\operatorname{Im} b > 0$ или $\operatorname{Im} b = 0, b^2 < 4$:

$$\begin{aligned} & \int_{-\infty}^{+\infty} \frac{\ln(x-a)}{x^2+1} \frac{x dx}{x^2 - bx + 1} \\ & = \Theta(\operatorname{Im} a) \left[-\frac{\pi \ln(-i-a)}{b} + \frac{i\pi \ln\left(\frac{b}{2} - i\sqrt{1 - \frac{b^2}{4}} - a\right)}{ib\sqrt{1 - \frac{b^2}{4}}} \right] + \\ & \Theta(-\operatorname{Im} a) \left[-\frac{\pi \ln(i-a)}{b} + \frac{i\pi \ln\left(\frac{b}{2} + i\sqrt{1 - \frac{b^2}{4}} - a\right)}{ib\sqrt{1 - \frac{b^2}{4}}} \right], \quad (\text{A.15}) \end{aligned}$$

в случае вещественного b и $b^2 > 4$ мы полагаем, что интеграл берется в смысле главного значения:

$$\begin{aligned}
v.p. \int_{-\infty}^{+\infty} \frac{\ln(x-a)}{x^2+1} \frac{x dx}{x^2-bx+1} = \\
- \Theta(\text{Im } a) \frac{\pi \ln(-i-a)}{b} - \Theta(-\text{Im } a) \frac{\pi \ln(i-a)}{b} + \\
\text{sign Im } a \frac{i\pi \left[\ln\left(\frac{b}{2} - \sqrt{\frac{b^2}{4} - 1} - a\right) - \ln\left(\frac{b}{2} + \sqrt{\frac{b^2}{4} - 1} - a\right) \right]}{2b\sqrt{\frac{b^2}{4} - 1}}, \quad (\text{A.16})
\end{aligned}$$

$$\begin{aligned}
I_1 = \int_{-\infty}^{+\infty} \frac{\ln(x^2 - 2(\bar{\omega} + i\bar{\Gamma}_s)x + 1)}{x^2 + 1} \left[\frac{1}{\bar{\omega}} + \frac{\bar{\omega} + 2i\bar{\Gamma}_s}{4} + \frac{x [(\bar{\omega} + 2i\bar{\Gamma}_s)^2 - 4]}{4[x^2 - (\bar{\omega} + 2i\bar{\Gamma}_s)x + 1]} \right] dx = \\
\pi \left(\frac{1}{\bar{\omega}} + \frac{1}{\bar{\omega} + 2i\bar{\Gamma}_s} \right) \ln \left(2 + 2\sqrt{1 - (\bar{\omega} + i\bar{\Gamma}_s)^2} \right) - \\
\frac{\pi \ln \left[2 - (\bar{\omega} + 2i\bar{\Gamma}_s)(\bar{\omega} + i\bar{\Gamma}_s) + \sqrt{4 - (\bar{\omega} + 2i\bar{\Gamma}_s)^2} \sqrt{1 - (\bar{\omega} + i\bar{\Gamma}_s)^2} \right]}{(\bar{\omega} + 2i\bar{\Gamma}_s)} \sqrt{1 - \frac{(\bar{\omega} + 2i\bar{\Gamma}_s)^2}{4}}, \quad (\text{A.17})
\end{aligned}$$

$$\begin{aligned}
I_2 = \int_{-\infty}^{+\infty} \frac{\ln(x^2 - 2(\bar{\omega} + i\bar{\Gamma}_s)x + 1)}{x^2 + 1} \left[\frac{1}{\bar{\omega} + 2i\bar{\omega}} + \frac{\bar{\omega}}{4} + \frac{x[\bar{\omega}^2 - 4]}{4[x^2 - \bar{\omega}x + 1]} \right] dx = \\
\pi \left(\frac{1}{\bar{\omega}} + \frac{1}{\bar{\omega} + 2i\bar{\Gamma}_s} \right) \ln \left(2 + 2\sqrt{1 - (\bar{\omega} + i\bar{\Gamma}_s)^2} \right) - \\
\frac{\pi}{\bar{\omega}} \sqrt{1 - \frac{\bar{\omega}^2}{4}} \left\{ \ln \left[2 - \bar{\omega}(\bar{\omega} + i\bar{\Gamma}_s) + \sqrt{4 - \bar{\omega}^2} \sqrt{1 - (\bar{\omega} + i\bar{\Gamma}_s)^2} \right] - \right. \\
\left. \Theta(\bar{\omega}^2 - 4) [\ln(\bar{\omega} + 2i\bar{\Gamma}_s) - i\pi\Theta(\bar{\omega})] \right\}, \quad (\text{A.18})
\end{aligned}$$

$$\begin{aligned}
I_3 = \int_{-\infty}^{+\infty} \frac{\ln(x^2 - 2i\bar{\Gamma}_s x + 1)}{x^2 + 1} \left[\frac{1}{\bar{\omega}} + \frac{\bar{\omega} + 2i\bar{\Gamma}_s}{4} + \frac{x [(\bar{\omega} + 2i\bar{\Gamma}_s)^2 - 4]}{4[x^2 - (\bar{\omega} + 2i\bar{\Gamma}_s)x + 1]} \right] dx = \\
\pi \left(\frac{1}{\bar{\omega}} + \frac{1}{\bar{\omega} + 2i\bar{\Gamma}_s} \right) \ln \left(2 + 2\sqrt{\bar{\Gamma}_s^2 + 1} \right) - \\
\frac{i\pi}{\bar{\omega} + 2i\bar{\Gamma}_s} \sqrt{1 - \frac{(\bar{\omega} + 2i\bar{\Gamma}_s)^2}{4}} \ln \left[2 + \bar{\Gamma}_s(\bar{\omega} + 2i\bar{\Gamma}_s) - i\sqrt{\bar{\Gamma}_s^2 + 1} \sqrt{1 - (\bar{\omega} + 2i\bar{\Gamma}_s)^2} \right], \quad (\text{A.19})
\end{aligned}$$

$$\begin{aligned}
I_4 = \int_{-\infty}^{+\infty} \frac{\ln(x^2 + 2i\bar{\Gamma}_s x + 1)}{x^2 + 1} \left[\frac{1}{\bar{\omega} + 2i\bar{\omega}} + \frac{\bar{\omega}}{4} + \frac{x[\bar{\omega}^2 - 4]}{4[x^2 - \bar{\omega}x + 1]} \right] dx = \\
\pi \left(\frac{1}{\bar{\omega}} + \frac{1}{\bar{\omega} + 2i\bar{\Gamma}_s} \right) \ln \left(2 + 2\sqrt{\bar{\Gamma}_s^2 + 1} \right) - \\
\frac{\pi}{\bar{\omega}} \sqrt{1 - \frac{\bar{\omega}^2}{4}} \left\{ \ln \left[2 + i\bar{\Gamma}_s \bar{\omega} + \sqrt{\bar{\Gamma}_s^2 + 1} \sqrt{4 - \bar{\omega}^2} \right] - \right. \\
\left. \Theta(\bar{\omega}^2 - 4) [\ln(\bar{\omega} + 2i\bar{\Gamma}_s) - i\pi\Theta(-\bar{\omega})] \right\}, \quad (\text{A.20})
\end{aligned}$$

$$\begin{aligned}
I_5(\bar{\omega}) = \int_0^{+\infty} \frac{x dx}{(x^2 + 1)(x^2 - \bar{\omega}x + 1)} = \\
-\frac{\pi}{2\bar{\omega}} + \frac{1}{i\bar{\omega}\sqrt{4 - \bar{\omega}^2}} \left[\ln \frac{\bar{\omega} - i\sqrt{4 - \bar{\omega}^2}}{\bar{\omega} + i\sqrt{4 - \bar{\omega}^2}} + 2\pi i\Theta(\bar{\omega}(2 - \bar{\omega})) \right], \quad (\text{A.21})
\end{aligned}$$

$$\begin{aligned}
i\pi \frac{\bar{\omega}^2 - 4}{4} [I_5(\bar{\omega}) + I_5(-\bar{\omega})] = \\
-\frac{\pi}{\bar{\omega}} \sqrt{1 - \frac{\bar{\omega}^2}{4}} \left[\ln \frac{\bar{\omega} - i\sqrt{4 - \bar{\omega}^2}}{\bar{\omega} + i\sqrt{4 - \bar{\omega}^2}} + \pi i \operatorname{sign} \bar{\omega} \Theta(4 - \bar{\omega}^2) \right]. \quad (\text{A.22})
\end{aligned}$$

В конечном итоге, мы получаем:

$$\begin{aligned}
K_{11} - 1 = & \frac{i\lambda\nu}{\pi} \left\{ I_1 - I_2 - I_3 + I_4 - i\pi \frac{\bar{\omega}^2 - 4}{4} [I_5(\bar{\omega}) + I_5(-\bar{\omega})] \right\} = \\
& - \lambda\nu_s \left\{ \frac{i}{\bar{\omega} + 2i\bar{\Gamma}_s} \sqrt{\frac{1 - (\bar{\omega} + 2i\bar{\Gamma}_s)^2}{4}} \right. \\
& \ln \left[\frac{2 - (\bar{\omega} + 2i\bar{\Gamma}_s)(\bar{\omega} + i\bar{\Gamma}_s) + \sqrt{4 - (\bar{\omega} + 2i\bar{\Gamma}_s)^2} \sqrt{1 - (\bar{\omega} + i\bar{\Gamma}_s)^2}}{2 - i\bar{\Gamma}_s(\bar{\omega} + 2i\bar{\Gamma}_s) + \sqrt{4 - (\bar{\omega} + 2i\bar{\Gamma}_s)^2} \sqrt{\bar{\Gamma}_s^2 + 1}} \right] + \\
& \left. \frac{i}{\bar{\omega}} \sqrt{1 - \frac{\bar{\omega}^2}{4}} \ln \left[\frac{2 + i\bar{\Gamma}_s\bar{\omega} + \sqrt{\bar{\Gamma}_s^2 + 1} \sqrt{4 - \bar{\omega}^2}}{2 - \bar{\omega}(\bar{\omega} + i\bar{\Gamma}_s) + \sqrt{4 - \bar{\omega}^2} \sqrt{1 - (\bar{\omega} + i\bar{\Gamma}_s)^2}} \cdot \frac{\bar{\omega} + i\sqrt{4 - \bar{\omega}^2}}{-\bar{\omega} + i\sqrt{4 - \bar{\omega}^2}} \right] \right\}.
\end{aligned} \tag{A.23}$$

После перехода к размерным величинам ω и Γ_s можно получить окончательный вид выражения (4.61).

Список публикаций автора по теме диссертации

- A1. *Vadimov V., Silaev M.* Predicted Nucleation of Domain Walls in $p_x + ip_y$ Superconductors by a Z_2 Symmetry-Breaking Transition in External Magnetic Fields // *Phys. Rev. Lett.* — 2013. — Т. 111, № 17. — С. 177001.
- A2. *Mel'nikov A. S., Samokhvalov A. V., Vadimov V. L.* Microscopic theory of vortex pinning on columnar defects in conventional and chiral superconductors // *Pis'ma v ZhETF.* — 2015. — Т. 102, № 11. — С. 886—895.
- A3. *Vadimov V. L., Mel'nikov A. S.* Electronic Structure of Vortices Pinned by Columnar Defects in $p_x \pm ip_y$ Superconductors // *Journal of Low Temperature Physics.* — 2016. — Т. 183, № 5/6. — С. 342—358.
- A4. *Vadimov V. L., Mel'nikov A. S.* Laser pulse probe of the chirality of Cooper pairs // *Phys. Rev. B.* — 2017. — Т. 96, № 18. — С. 184523.
- A5. *Vadimov V. L., Sapozhnikov M. V., Mel'nikov A. S.* Magnetic skyrmions in ferromagnet-superconductor (F/S) heterostructures // *Applied Physics Letters.* — 2018. — Т. 113, № 3. — С. 032402.
- A6. Фотоиндуцированные локальные неравновесные состояния в сверхпроводниках: модель горячего пятна / В. Л. Вадимов, Д. Ю. Водолазов, С. В. Миронов, А. С. Мельников // *Письма в ЖЭТФ.* — 2018. — Т. 108, № 4. — С. 278—287.
- A7. *Vadimov V. L., Khaymovich I. M., Mel'nikov A. S.* Higgs modes in proximized superconducting systems // *arXiv preprint arXiv:1906.02751.* — 2019.
- A8. *Вадимов В. Л., Силаев М. А.* Генерация доменных стенок в $p_x + ip_y$ сверхпроводниках при помощи переходов, нарушающих Z_2 симметрию //

Труды XVIII Симпозиума «Нанofизика и наноэлектроника». Т. 1. — Нижний Новгород, Россия, 2014. — С. 23.

- A9. *Вадимов В. Л., Мельников А. С.* Пиннинг вихрей в киральных p -волновых сверхпроводниках // Труды XX Симпозиума «Нанofизика и наноэлектроника». Т. 1. — Нижний Новгород, Россия, 2016. — С. 27.
- A10. *Вадимов В. Л., Мельников А. С.* Термоиндуцированные токи в киральных p -волновых сверхпроводниках // Труды XXI Симпозиума «Нанofизика и наноэлектроника». Т. 1. — Нижний Новгород, Россия, 2017. — С. 37.
- A11. *Vadimov V. L., Khaymovich I. M., Mel'nikov A. S.* Coherent dynamics of a superconductor in hybrid structures with the proximity effect // Труды XXIII Симпозиума «Нанofизика и наноэлектроника». Т. 1. — Нижний Новгород, Россия, 2019. — С. 33.
- A12. *Vadimov V. L., Sapozhnikov M. V., Mel'nikov A. S.* Magnetic skyrmions in ferromagnet–superconductor (FS) heterostructures // Труды XXIII Симпозиума «Нанofизика и наноэлектроника». Т. 1. — Нижний Новгород, Россия, 2019. — С. 35.

Список литературы

1. *Onnes H. K.* Further experiments with liquid Helium. D. On the change of Electrical Resistance of Pure Metals at very low Temperatures, etc. V. The Disappearance of resistance of mercury // Royal Netherlands Academy of Arts and Sciences. Proceedings. T. 13. — 1911. — С. 113—115.
2. *Bardeen J., Cooper L. N., Schrieffer J. R.* Theory of superconductivity // *Phys. Rev.* — 1957. — Т. 108, № 5. — С. 1175.
3. *Bardeen J., Cooper L. N., Schrieffer J. R.* Microscopic theory of superconductivity // *Phys. Rev.* — 1957. — Т. 106, № 1. — С. 162.
4. *Cooper L. N.* Bound electron pairs in a degenerate Fermi gas // *Phys. Rev.* — 1956. — Т. 104, № 4. — С. 1189.
5. *Лифшиц Е. М., Питаевский Л. П.* Статистическая физика. Часть 2. Теория конденсированного состояния. — Москва: Физматлит, 2004.
6. *Мунеев В. П., Самохин К. В.* Введение в теорию необычной сверхпроводимости. — МФТИ, 1998.
7. *Sigrist M., Ueda K.* Phenomenological theory of unconventional superconductivity // *Rev. Mod. Phys.* — 1991. — Апр. — Т. 63, вып. 2. — С. 239—311.
8. *Volovik G. E., Gor'kov L. P.* Superconducting classes in heavy-fermion systems // *ЖЭТФ.* — 1985. — Т. 88. — С. 1412—1428.
9. *Volovik G. E.* The universe in a helium droplet. Т. 117. — Oxford University Press on Demand, 2003.
10. *Mackenzie A. P., Maeno Y.* The superconductivity of Sr_2RuO_4 and the physics of spin-triplet pairing // *Rev. Mod. Phys.* — 2003. — Т. 75. — С. 657.

11. *Kallin C.* Chiral p-wave order in Sr_2RuO_4 // Rep. Prog. Phys. — 2012. — Т. 75. — С. 042501.
12. *Maeno Y., Rice T. M., Sigrist M.* The intriguing superconductivity of strontium ruthenate. — 2001.
13. Fermi Surface, Surface States, and Surface Reconstruction in Sr_2RuO_4 / A. Damascelli, D. H. Lu, K. M. Shen, N. P. Armitage, F. Ronning, D. L. Feng, C. Kim, Z.-X. Shen, T. Kimura, Y. Tokura, Z. Q. Mao, Y. Maeno // Phys. Rev. Lett. — 2000. — Дек. — Т. 85, вып. 24. — С. 5194—5197.
14. Extremely Strong Dependence of Superconductivity on Disorder in Sr_2RuO_4 / A. P. Mackenzie, R. K. W. Haselwimmer, A. W. Tyler, G. G. Lonzarich, Y. Mori, S. Nishizaki, Y. Maeno // Phys. Rev. Lett. — 1998. — Янв. — Т. 80, вып. 1. — С. 161—164.
15. *Жен П. де.* Сверхпроводимость металлов и сплавов. — 1968.
16. Spin-triplet superconductivity in Sr_2RuO_4 identified by ^{17}O Knight shift / K. Ishida, H. Mukuda, Y. Kitaoka, K. Asayama, Z. Q. Mao, Y. Mori, Y. Maeno // Nature. — 1998. — Т. 396, № 6712. — С. 658.
17. Time-reversal symmetry-breaking superconductivity in Sr_2RuO_4 / G. M. Luke, Y. Fudamoto, K. M. Kojima, M. I. Larkin, J. Merrin, B. Nachumi, Y. J. Uemura, Y. Maeno, Z. Q. Mao, Y. Mori, H. Nakamura, M. Sigrist // Nature. — 1998. — Т. 394, № 6693. — С. 558.
18. High resolution polar Kerr effect measurements of Sr_2RuO_4 : Evidence for broken time-reversal symmetry in the superconducting state / J. Xia, Y. Maeno, P. T. Beyersdorf, M. M. Fejer, A. Kapitulnik // Phys. Rev. Lett. — 2006. — Т. 97, № 16. — С. 167002.
19. Polar Kerr effect as probe for time-reversal symmetry breaking in unconventional superconductors / A. Kapitulnik, J. Xia, E. Schemm, A. Palevski // New Journal of Physics. — 2009. — Т. 11, № 5. — С. 055060.

20. *Stone M., Rahul R.* Edge modes, edge currents, and gauge invariance in $p_x + ip_y$ superfluids and superconductors // *Phys. Rev. B.* — 2004. — Т. 69. — С. 184511.
21. *Sauls J. A.* Surface states, edge currents, and the angular momentum of chiral p -wave superfluids // *Phys. Rev. B.* — 2011. — Дек. — Т. 84, вып. 21. — С. 214509.
22. Upper limit on spontaneous supercurrents in Sr_2RuO_4 / J. R. Kirtley, C. Kallin, C. W. Hicks, E.-A. Kim, Y. Liu, K. A. Moler, Y. Maeno, K. D. Nelson // *Phys. Rev. B.* — 2007. — Т. 76, № 1. — С. 014526.
23. Scanning magnetic imaging of Sr_2RuO_4 / P. G. Björnsson, Y. Maeno, M. E. Huber, K. A. Moler // *Phys. Rev. B.* — 2005. — Т. 72, № 1. — С. 012504.
24. Limits on superconductivity-related magnetization in Sr_2RuO_4 and $\text{PrOs}_4\text{Sb}_{12}$ from scanning SQUID microscopy / C. W. Hicks, J. R. Kirtley, T. M. Lippman, N. C. Koshnick, M. E. Huber, Y. Maeno, W. M. Yuhasz, M. B. Maple, K. A. Moler // *Phys. Rev. B.* — 2010. — Т. 81, № 21. — С. 214501.
25. Observation of half-height magnetization steps in Sr_2RuO_4 / J. Jang, D. G. Ferguson, V. Vakaryuk, R. Budakian, S. B. Chung, P. M. Goldbart, Y. Maeno // *Science.* — 2011. — Т. 331, № 6014. — С. 186—188.
26. Suppression of spontaneous currents in Sr_2RuO_4 by surface disorder / S. Lederer, W. Huang, E. Taylor, S. Raghu, C. Kallin // *Phys. Rev. B.* — 2014. — Окт. — Т. 90, вып. 13. — С. 134521.
27. Nontopological nature of the edge current in a chiral p -wave superconductor / W. Huang, S. Lederer, E. Taylor, C. Kallin // *Phys. Rev. B.* — 2015. — Март. — Т. 91, вып. 9. — С. 094507.
28. Observability of surface currents in p -wave superconductors / S. V. Bakurskiy, N. V. Klenov, I. I. Soloviev, M. Y. Kupriyanov, A. A. Golubov //

- Superconductor Science and Technology. — 2017. — Т. 30, № 4. — С. 044005.
29. *Scaffidi T., Simon S. H.* Large Chern Number and Edge Currents in Sr_2RuO_4 // Phys. Rev. Lett. — 2015. — Август. — Т. 115, вып. 8. — С. 087003.
 30. *Huang W., Taylor E., Kallin C.* Vanishing edge currents in non- p -wave topological chiral superconductors // Phys. Rev. B. — 2014. — Дек. — Т. 90, вып. 22. — С. 224519.
 31. *Tada Y., Nie W., Oshikawa M.* Orbital Angular Momentum and Spectral Flow in Two-Dimensional Chiral Superfluids // Phys. Rev. Lett. — 2015. — Май. — Т. 114, вып. 19. — С. 195301.
 32. *Volovik G. E.* Orbital momentum of chiral superfluids and the spectral asymmetry of edge states // Письма в ЖЭТФ. — 2014. — Т. 100, № 11. — С. 843.
 33. *Garaud J., Babaev E.* Domain Walls and Their Experimental Signatures in $s+is$ Superconductors // Phys. Rev. Lett. — 2014. — Т. 112, № 1. — С. 017003.
 34. Odd-parity superconductivity in Sr_2RuO_4 / K. D. Nelson, Z. Q. Mao, Y. Maeno, Y. Liu // Science. — 2004. — Т. 306. — С. 1151.
 35. *Kibble T. W. B.* Topology of cosmic domains and strings // Journal of Physics A: Mathematical and General. — 1976. — Т. 9, № 8. — С. 1387.
 36. *Zurek W. H.* Cosmological experiments in superfluid helium? Nature 317, 505-508. — 1985. — Окт.
 37. *Maniv A., Polturak E., Koren G.* Observation of Magnetic Flux Generated Spontaneously During a Rapid Quench of Superconducting Films // Phys. Rev. Lett. — 2003. — Ноябрь. — Т. 91, вып. 19. — С. 197001.

38. Vortex formation in neutron-irradiated superfluid ^3He as an analogue of cosmological defect formation / V. M. H. Ruutu, V. B. Eltsov, A. J. Gill, T. W. B. Kibble, M. Krusius, Y. G. Makhlin, B. Placais, G. E. Volovik, W. Xu // *Nature*. — 1996. — T. 382, № 6589. — C. 334.
39. Laboratory simulation of cosmic string formation in the early Universe using superfluid ^3He / C. Bäuerle, Y. M. Bunkov, S. N. Fisher, H. Godfrin, G. R. Pickett // *Nature*. — 1996. — T. 382, № 6589. — C. 332.
40. *Eltsov V. B., Krusius M., Volovik G. E.* Vortex formation and dynamics in superfluid ^3He and analogies in quantum field theory // *Progress in Low Temperature Physics*. — 2005. — T. 15. — C. 1—137.
41. The cosmological Kibble mechanism in the laboratory: string formation in liquid crystals / M. J. Bowick, L. Chandar, E. A. Schiff, A. M. Srivastava // *Science*. — 1994. — T. 263, № 5149. — C. 943—945.
42. *Bergeret F. S., Volkov A. F., Efetov K. B.* Long-Range Proximity Effects in Superconductor-Ferromagnet Structures // *Phys. Rev. Lett.* — 2001. — Апр. — Т. 86, вып. 18. — C. 4096—4099.
43. *Buzdin A. I.* Proximity effects in superconductor-ferromagnet heterostructures // *Rev. Mod. Phys.* — 2005. — Сент. — Т. 77, вып. 3. — C. 935—976.
44. *Eschrig M.* Spin-polarized supercurrents for spintronics: a review of current progress // *Reports on Progress in Physics*. — 2015. — Т. 78, № 10. — C. 104501.
45. *Tokman I. D.* Pinning of a vortex lattice on magnetic inhomogeneities in a thin superconducting film (type-II superconductor) // *Phys. Lett. A*. — 1992. — Т. 166, № 5/6. — C. 412—415.

46. *Нефедов И. М., Фраерман А. А., Шерешевский И. А.* Магнитостатический механизм управления киральностью распределений намагниченности // *Физика твердого тела*. — 2016. — Т. 58, № 3.
47. *Мухаматчин К. Р., Фраерман А. А.* Неколлинеарные состояния в цепочке однодоменных магнитных частиц // *Письма в Журнал экспериментальной и теоретической физики*. — 2011. — Т. 93, № 12. — С. 797—800.
48. Flux pinning by regular arrays of ferromagnetic dots / M. J. Van Bael, L. Van Look, K. Temst, M. Lange, J. Bekaert, U. May, G. Güntherodt, V. V. Moshchalkov, Y. Bruynseraede // *Physica C: Superconductivity*. — 2000. — Т. 332, № 1—4. — С. 12—19.
49. Local Observation of Field Polarity Dependent Flux Pinning by Magnetic Dipoles / M. J. Van Bael, J. Bekaert, K. Temst, L. Van Look, V. V. Moshchalkov, Y. Bruynseraede, G. D. Howells, A. N. Grigorenko, S. J. Bending, G. Borghs // *Phys. Rev. Lett.* — 2001. — ЯНВ. — Т. 86, вып. 1. — С. 155—158.
50. Nanoengineered Magnetic-Field-Induced Superconductivity / M. Lange, M. J. Van Bael, Y. Bruynseraede, V. V. Moshchalkov // *Phys. Rev. Lett.* — 2003. — Май. — Т. 90, вып. 19. — С. 197006.
51. *Kayali M. A.* Theory of pinning in a superconducting thin film pierced by a ferromagnetic columnar defect // *Phys. Rev. B*. — 2005. — Т. 71, № 2. — С. 024515.
52. *Mironov S., Mel'nikov A. S., Buzdin A. I.* Electromagnetic proximity effect in planar superconductor-ferromagnet structures // *Applied Physics Letters*. — 2018. — Т. 113, № 2. — С. 022601.
53. *Belavin A. A., Polyakov A. M.* Metastable states of two-dimensional isotropic ferromagnets // *JETP Lett.* — 1975. — Т. 22, № 10. — С. 245—248.

54. *Dzyaloshinskii I. E., Ivanov B. A.* Localized topological solitons in a ferromagnet // JETP Lett. — 1979. — T. 29, № 9. — C. 540—542.
55. *Kovalev A. S., Kosevich A. M., Maslov K. V.* Magnetic vortex-topological soliton in a ferromagnet with an easy-axis anisotropy // JETP Lett. — 1979. — T. 30, № 6. — C. 296—299.
56. *Nagaosa N., Tokura Y.* Topological properties and dynamics of magnetic skyrmions // Nature nanotechnology. — 2013. — T. 8, № 12. — C. 899—911.
57. *Bogdanov A., Hubert A.* Thermodynamically stable magnetic vortex states in magnetic crystals // Journal of magnetism and magnetic materials. — 1994. — T. 138, № 3. — C. 255—269.
58. Skyrmion lattice in a chiral magnet / S. Mühlbauer, B. Binz, F. Jonietz, C. Pfleiderer, A. Rosch, A. Neubauer, R. Georgii, P. Böni // Science. — 2009. — T. 323, № 5916. — C. 915—919.
59. Real-space observation of a two-dimensional skyrmion crystal / X. Z. Yu, Y. Onose, N. Kanazawa, J. H. Park, J. H. Han, Y. Matsui, N. Nagaosa, Y. Tokura // Nature. — 2010. — T. 465, № 7300. — C. 901—904.
60. Spontaneous atomic-scale magnetic skyrmion lattice in two dimensions / S. Heinze, K. Von Bergmann, M. Menzel, J. Brede, A. Kubetzka, R. Wiesendanger, G. Bihlmayer, S. Blügel // Nature Physics. — 2011. — T. 7, № 9. — C. 713—718.
61. *Rößler U. K., Bogdanov A. N., Pfleiderer C.* Spontaneous skyrmion ground states in magnetic metals // Nature. — 2006. — T. 442, № 7104. — C. 797—801.
62. *O'Dell T. H.* Ferromagnetodynamics: The Dynamics of Magnetic Bubbles // Domains, and Domain Walls A Holsted Press Book. — 1981.

63. *Sapozhnikov M. V.* Skyrmion lattice in a magnetic film with spatially modulated material parameters // Journal of Magnetism and Magnetic Materials. — 2015. — T. 396. — C. 338—344.
64. Artificial dense lattice of magnetic bubbles / M. V. Sapozhnikov, S. N. Vdovichev, O. L. Ermolaeva, N. S. Gusev, A. A. Fraerman, S. A. Gusev, Y. V. Petrov // Applied Physics Letters. — 2016. — T. 109, № 4. — C. 042406.
65. *Sapozhnikov M. V., Ermolaeva O. L.* Two-dimensional skyrmion lattice in a nanopatterned magnetic film // Phys. Rev. B. — 2015. — T. 91, № 2. — C. 024418.
66. Magnetic skyrmions in thickness-modulated films / M. V. Sapozhnikov, O. V. Ermolaeva, E. V. Skorokhodov, N. S. Gusev, M. N. Drozdov // Pis'ma v ZhETF. — 2018. — T. 107, № 6. — C. 378—382.
67. *Kopnin N. B.* Theory of nonequilibrium superconductivity. T. 110. — Oxford University Press, 2001.
68. *Gor'kov L. P., Eliashberg G. M.* Generalization of the Ginzburg-Landau equations for non-stationary problems in the case of alloys with paramagnetic impurities // Zh. Eksp. Teor. Fiz. — 1968. — T. 54. — C. 612.
69. *Watts-Tobin R. J., Krähenbühl Y., Kramer L.* Nonequilibrium theory of dirty, current-carrying superconductors: phase-slip oscillators in narrow filaments near T_c // Journal of Low Temperature Physics. — 1981. — T. 42, № 5. — C. 459—501.
70. *Ketterson J. B., Song S. N.* Superconductivity. — 1999.
71. *Volkov A. F., Kogan S. M.* Collisionless relaxation of energy-gap in superconductors // Zh. Eksp. Teor. Fiz. — 1973. — T. 65. — C. 2038.

72. *Barankov R., Levitov L. S., Spivak B.* Collective Rabi Oscillations and Solitons in a Time-Dependent BCS Pairing Problem // *Phys. Rev. Lett.* — 2004. — Ноябрь. — Т. 93. — С. 160401.
73. *Yuzbashyan E. A., Tsypliyatyev O., Altshuler B. L.* Relaxation and Persistent Oscillations of the Order Parameter in Fermionic Condensates // *Phys. Rev. Lett.* — 2006. — Март. — Т. 96, ВЫП. 9. — С. 097005.
74. *Yuzbashyan E. A., Tsypliyatyev O., Altshuler B. L.* Erratum: Relaxation and Persistent Oscillations of the Order Parameter in Fermionic Condensates [Phys. Rev. Lett. **96**, 097005 (2006)] // *Phys. Rev. Lett.* — 2006. — Т. 96. — С. 179905.
75. *Yuzbashyan E. A., Kuznetsov V. B., Altshuler B. L.* Integrable dynamics of coupled Fermi-Bose condensates // *Phys. Rev. B.* — 2005. — Октябрь. — Т. 72, ВЫП. 14. — С. 144524.
76. *Yuzbashyan E. A., Dzero M.* Dynamical Vanishing of the Order Parameter in a Fermionic Condensate // *Phys. Rev. Lett.* — 2006. — Июнь. — Т. 96, ВЫП. 23. — С. 230404.
77. *Higgs P. W.* Broken symmetries and the masses of gauge bosons // *Phys. Rev. Lett.* — 1964. — Т. 13, № 16. — С. 508.
78. Amplitude Higgs mode in the $2H - \text{NbSe}_2$ superconductor / M.-A. Méasson, Y. Gallais, M. Cazayous, B. Clair, P. Rodière, L. Cario, A. Sacuto // *Phys. Rev. B.* — 2014. — Февр. — Т. 89, ВЫП. 6. — С. 060503.
79. *Sooryakumar R., Klein M. V.* Raman Scattering by Superconducting-Gap Excitations and Their Coupling to Charge-Density Waves // *Phys. Rev. Lett.* — 1980. — Август. — Т. 45, ВЫП. 8. — С. 660—662.
80. Higgs Amplitude Mode in the BCS Superconductors $\text{Nb}_{1-x}\text{Ti}_x\text{N}$ Induced by Terahertz Pulse Excitation / R. Matsunaga, Y. I. Hamada, K. Makise,

- Y. Uzawa, H. Terai, Z. Wang, R. Shimano // *Phys. Rev. Lett.* — 2013. — Июль. — Т. 111, вып. 5. — С. 057002.
81. Light-induced collective pseudospin precession resonating with Higgs mode in a superconductor / R. Matsunaga, N. Tsuji, H. Fujita, A. Sugioka, K. Makise, Y. Uzawa, H. Terai, Z. Wang, H. Aoki, R. Shimano // *Science.* — 2014. — Т. 345, № 6201. — С. 1145—1149. — ISSN 0036-8075.
82. *Silaev M.* Nonlinear electromagnetic response and Higgs mode excitation in BCS superconductors with impurities // arXiv preprint arXiv:1902.01666. — 2019.
83. *Moor A., Volkov A. F., Efetov K. B.* Amplitude Higgs mode and admittance in superconductors with a moving condensate // *Physical review letters.* — 2017. — Т. 118, № 4. — С. 047001.
84. *Oreg Y., Refael G., Oppen F. von.* Helical liquids and Majorana bound states in quantum wires // *Phys. Rev. Lett.* — 2010. — Т. 105, № 17. — С. 177002.
85. *Qi X.-L., Zhang S.-C.* Topological insulators and superconductors // *Reviews of Modern Physics.* — 2011. — Т. 83, № 4. — С. 1057.
86. *Sato M., Ando Y.* Topological superconductors: a review // *Reports on Progress in Physics.* — 2017. — Т. 80, № 7. — С. 076501.
87. Induced superconductivity in graphene / H. B. Heersche, P. Jarillo-Herrero, J. B. Oostinga, L. M. K. Vandersypen, A. F. Morpurgo // *Solid State Communications.* — 2007. — Т. 143, № 1/2. — С. 72—76.
88. Gate-controlled superconducting proximity effect in ultrathin graphite films / T. Sato, T. Moriki, S. Tanaka, A. Kanda, H. Goto, H. Miyazaki, S. Odaka, Y. Ootuka, K. Tsukagoshi, Y. Aoyagi // *Physica E: Low-dimensional Systems and Nanostructures.* — 2008. — Т. 40, № 5. — С. 1495—1497.

89. *Kopnin N. B., Khaymovich I. M., Mel'nikov A. S.* Predicted Multiple Cores of a Magnetic Vortex Threading a Two-Dimensional Metal Proximity Coupled to a Superconductor // *Phys. Rev. Lett.* — 2013. — T. 110, № 2. — C. 027003.
90. *Kopnin N. B., Khaymovich I. M., Mel'nikov A. S.* Vortex matter in low-dimensional systems with proximity-induced superconductivity // *JETP.* — 2013. — T. 117, № 3. — C. 418—438.
91. *Lee G.-H., Lee H.-J.* Proximity coupling in superconductor-graphene heterostructures // *Reports on Progress in Physics.* — 2018. — T. 81, № 5. — C. 056502.
92. Majorana zero modes in superconductor–semiconductor heterostructures / R. M. Lutchyn, E. P. A. M. Bakkers, L. P. Kouwenhoven, P. Krogstrup, C. M. Marcus, Y. Oreg // *Nature Reviews Materials.* — 2018. — C. 1.
93. Milestones toward Majorana-based quantum computing / D. Aasen, M. Hell, R. V. Mishmash, A. Higginbotham, J. Danon, M. Leijnse, T. S. Jespersen, J. A. Folk, C. M. Marcus, K. Flensberg, J. Alicea // *Physical Review X.* — 2016. — T. 6, № 3. — C. 031016.
94. *Alicea J.* New directions in the pursuit of Majorana fermions in solid state systems // *Reports on progress in physics.* — 2012. — T. 75, № 7. — C. 076501.
95. *Mironov S. V., Buzdin A. I.* Standard, inverse, and triplet spin-valve effects in F1/S/F2 systems // *Phys. Rev. B: Condensed matter and materials physics.* — 2014. — Apr. — T. 89, № 14. — 144505 (1—8). — DOI: 10.1103/PhysRevB.89.144505.
96. *Khaymovich I. M., Pekola J. P., Melnikov A. S.* Nonlocality and dynamic response of Majorana states in fermionic superfluids // *New Journal of Physics.* — 2017. — T. 19, № 12. — C. 123026.

97. *Semenoff G. W., Sodano P.* Stretched quantum states emerging from a Majorana medium // *Journal of Physics B: Atomic, Molecular and Optical Physics*. — 2007. — T. 40, № 8. — C. 1479.
98. Testable signatures of quantum nonlocality in a two-dimensional chiral p-wave superconductor / *S. Tewari, C. Zhang, S. D. Sarma, C. Nayak, D.-H. Lee* // *Phys. Rev. Lett.* — 2008. — T. 100, № 2. — C. 027001.
99. *Fu L.* Electron teleportation via Majorana bound states in a mesoscopic superconductor // *Phys. Rev. Lett.* — 2010. — T. 104, № 5. — C. 056402.
100. *Bolech C. J., Demler E.* Observing Majorana bound states in p-wave superconductors using noise measurements in tunneling experiments // *Phys. Rev. Lett.* — 2007. — T. 98, № 23. — C. 237002.
101. *Nilsson J., Akhmerov A. R., Beenakker C. W. J.* Splitting of a Cooper pair by a pair of Majorana bound states // *Phys. Rev. Lett.* — 2008. — T. 101, № 12. — C. 120403.
102. Coherent excited states in superconductors due to a microwave field / *A. V. Semenov, I. A. Devyatov, P. J. de Visser, T. M. Klapwijk* // *Physical review letters*. — 2016. — T. 117, № 4. — C. 047002.
103. *Devyatov I. A., Semenov A. V.* Relaxation of Coherent Excited States of a Superconductor to a Superconducting Reservoir // *JETP Letters*. — 2019. — T. 109, № 4. — C. 256—260.
104. *Garaud J., Silaev M., Babaev E.* Thermoelectric Signatures of Time-Reversal Symmetry Breaking States in Multiband Superconductors // *Phys. Rev. Lett.* — 2016. — Март. — T. 116, вып. 9. — C. 097002.
105. *Silaev M., Garaud J., Babaev E.* Unconventional thermoelectric effect in superconductors that break time-reversal symmetry // *Phys. Rev. B*. — 2015. — T. 92, № 17. — C. 174510.

106. *Heeb R., Agterberg F. D.* Ginzburg-Landau theory for a p-wave Sr_2RuO_4 superconductor: Vortex core structure and extended London theory // *Phys. Rev. B.* — 1999. — Т. 59. — С. 7076.
107. *Balatskii A. V., Mineev V. P.* Orbital angular momentum in $^3\text{He} - \text{A}$ // *Zh. Teor. Eksp. Fiz.* — 1985. — Т. 89. — С. 2073—2079.
108. *Gulyan A. M., Zharkov G. F.* Electron and phonon kinetics in a nonequilibrium Josephson junction // *JETP.* — 1985. — Т. 62, № 1. — С. 89.
109. *Masashige M., Sigrist M.* Quasiparticle States near the Surface and the Domain Wall in a $p_x \pm ip_y$ -Wave Superconductor // *Journal of the Physical Society of Japan.* — 1999. — Т. 68, № 3. — С. 994—1007.
110. *Volovik G. E.* Fermion zero modes on vortices in chiral superconductors // *Письма в ЖЭТФ.* — 1999. — Сент. — Т. 70. — С. 601—606.
111. *Schopohl N., Maki K.* Quasiparticle spectrum around a vortex line in a d-wave superconductor // *Phys. Rev. B.* — 1995. — Июль. — Т. 52, вып. 1. — С. 490—493.
112. Defect independence of the irreversibility line in proton-irradiated Y-Ba-Cu-O crystals / L. Civale, A. D. Marwick, M. W. McElfresh, T. K. Worthington, A. P. Malozemoff, F. H. Holtzberg, J. R. Thompson, M. A. Kirk // *Phys. Rev. Lett.* — 1990. — Т. 65, № 9. — С. 1164.
113. Vortex confinement by columnar defects in $\text{YBa}_2\text{Cu}_3\text{O}_7$ crystals: Enhanced pinning at high fields and temperatures / L. Civale, A. D. Marwick, T. K. Worthington, M. A. Kirk, J. R. Thompson, L. Krusin-Elbaum, Y. Sun, J. R. Clem, F. Holtzberg // *Phys. Rev. Lett.* — 1991. — Т. 67, № 5. — С. 648.
114. *Mel'nikov A. S., Samokhvalov A. V., Zubarev M. N.* Electronic structure of vortices pinned by columnar defects // *Phys. Rev. B.* — 2009. — Апр. — Т. 79, вып. 13. — С. 134529.

115. Microwave absorption in the cores of Abrikosov vortices pinned by artificial insulator inclusion / B. Rosenstein, I. Shapiro, E. Deutch, B. Y. Shapiro // Phys. Rev. B. — 2011. — Окт. — Т. 84, ВЫП. 13. — С. 134521.
116. *Hu C.-R.* Midgap surface states as a novel signature for d_{x²-y²}-wave superconductivity // Phys. Rev. Lett. — 1994. — Март. — Т. 72, ВЫП. 10. — С. 1526—1529.
117. *Tanaka Y., Kashiwaya S.* Theory of Tunneling Spectroscopy of d-Wave Superconductors // Phys. Rev. Lett. — 1995. — Апр. — Т. 74, ВЫП. 17. — С. 3451—3454.
118. *Silaev M. A.* Electronic structure of edge and vortex states in chiral mesoscopic superconductor // Pis'ma Zh. Eksp. Teor. Fiz. — 2008. — Апр. — Т. 87, ВЫП. 8. — С. 511.
119. *Thuneberg E. V., Kurkijarvi J., Rainer D.* Pinning of a vortex line to a small defect in superconductors // Phys. Rev. Lett. — 1982. — Т. 48.
120. *Thuneberg E. V., Kurkijarvi J., Rainer D.* Elementary-flux-pinning potential in type-II superconductors // Phys. Rev. B. — 1984. — Т. 29.
121. *Thuneberg E. V.* Elementary pinning potential in type II superconductors near H_{c2} // J. of Low Temp. Physics. — 1984. — Т. 57. — С. 415.
122. *Mel'nikov A. S., Samokhvalov A. V.* Abrikosov vortex escape from a columnar defect as a topological electronic transition in vortex core // JETP Letters. — 2011. — Ноябрь. — Т. 94, ВЫП. 10. — С. 823—827.
123. *Mkrtchyan G. S., Shmidt V. V.* Interaction between a cavity and a vortex in a superconductor of the second kind // JETP. — 1972. — ЯНВ. — Т. 34.
124. *Nordborg H., Vinokur V. M.* Interaction between a vortex and a columnar defect in the London approximation // Phys. Rev. B. — 2000. — Ноябрь. — Т. 62, ВЫП. 18. — С. 12408—12412.

125. *Buzdin A., Feinberg D.* Electromagnetic pinning of vortices by non-superconducting defects and their influence on screening // *Physica C.* — 1996. — Т. 256.
126. *Buzdin A., Daumens M.* Electromagnetic pinning of vortices on different types of defects // *Physica C.* — 1998. — Т. 294.
127. *Bespalov A. A., Mel'nikov A. S. A. A.* Abrikosov vortex pinning on a cylindrical cavity inside the vortex core: formation of a bound state and depinning // *Supercond. Sci. Technol.* — 2013. — Т. 26. — С. 085014.
128. *Barash Y. S., Mel'nikov A. S.* Structure of vortices in exotic superconductors near the lower critical field // *JETP.* — 1991. — ИЮЛЬ. — Т. 100. — С. 307—322.
129. *Caroli C., Gennes P. G. de, Matricon J.* Bound fermion states on a vortex line in a type II superconductor // *Phys. Lett.* — 1964. — Т. 9. — С. 307.
130. *Volovik G. E.* Vortex motion in Fermi-superfluids and Callan-Harvey effect // *Pis'ma Zh. Eksp. Teor. Fiz.* — 1993. — ФЕВР. — Т. 57. — С. 233.
131. *Beenakker C. W. J., Houten H. van.* Josephson current through a superconducting quantum point contact shorter than the coherence length // *Phys. Rev. Lett.* — 1991. — ИЮНЬ. — Т. 66, ВЫП. 23. — С. 3056—3059.
132. Scanning-Tunneling-Microscope Observation of the Abrikosov Flux Lattice and the Density of States near and inside a Fluxoid / *H. F. Hess, R. B. Robinson, R. C. Dynes, J. M. Valles, J. V. Waszczak* // *Phys. Rev. Lett.* — 1989. — ЯНВ. — Т. 62, ВЫП. 2. — С. 214—216.
133. *Stone M.* Spectral flow, Magnus force, and mutual friction via the geometric optics limit of Andreev reflection // *Phys. Rev. B.* — 1996. — Т. 54, № 18. — С. 13222.

134. Imprinting skyrmions in thin films by ferromagnetic and superconducting templates / N. Del-Valle, S. Agramunt-Puig, A. Sanchez, C. Navau // *Applied Physics Letters*. — 2015. — T. 107, № 13. — C. 133103.
135. *Hals K. M. D., Schechter M., Rudner M. S.* Composite Topological Excitations in Ferromagnet-Superconductor Heterostructures // *Phys. Rev. Lett.* — 2016. — T. 117, № 1. — C. 017001.
136. *Fukui S., Kato M., Togawa Y.* Dependence of vortex states in superconductors on a chiral helimagnet and an applied magnetic field // *Physica C: Superconductivity and its Applications*. — 2016. — T. 530. — C. 51—54.
137. *Dahir S. M., Volkov A. F., Eremin I. M.* Interaction of Skyrmions and Pearl Vortices in Superconductor-Chiral Ferromagnet Heterostructures // *Phys. Rev. Lett.* — 2019. — Март. — T. 122, ВЫП. 9. — C. 097001.
138. *Pershoguba S. S., Nakosai S., Balatsky A. V.* Skyrmion-induced bound states in a superconductor // *Phys. Rev. B*. — 2016. — T. 94, № 6. — C. 064513.
139. Skyrmion-induced bound states in a p-wave superconductor / K. Pöyhönen, A. Westström, S. S. Pershoguba, T. Ojanen, A. V. Balatsky // *Phys. Rev. B*. — 2016. — T. 94, № 21. — C. 214509.
140. *Nakosai S., Tanaka Y., Nagaosa N.* Two-dimensional p-wave superconducting states with magnetic moments on a conventional s-wave superconductor // *Phys. Rev. B*. — 2013. — T. 88, № 18. — C. 180503.
141. *Chen W., Schnyder A. P.* Majorana edge states in superconductor-noncollinear magnet interfaces // *Phys. Rev. B*. — 2015. — T. 92, № 21. — C. 214502.
142. Superconducting spin valves controlled by spiral re-orientation in B20-family magnets / N. G. Pugach, M. Safonchik, T. Champel, M. E. Zhitomirsky, E. Lähderanta, M. Eschrig, C. Lacroix // *Applied Physics Letters*. — 2017. — T. 111, № 16. — C. 162601.

143. Intrinsic paramagnetic Meissner effect due to s-wave odd-frequency superconductivity / A. Di Bernardo, Z. Salman, X. L. Wang, M. Amado, M. Egilmez, M. G. Flokstra, A. Suter, S. L. Lee, J. H. Zhao, T. Prokscha, E. Morenzoni, M. G. Blamire, J. Linder, J. W. A. Robinson // *Phys. Rev. X.* — 2015. — T. 5, № 4. — C. 041021.
144. Measurements of magnetic screening lengths in superconducting Nb thin films by polarized neutron reflectometry / H. Zhang, J. W. Lynn, C. F. Majkrzak, S. K. Satija, J. H. Kang, X. D. Wu // *Phys. Rev. B.* — 1995. — T. 52, № 14. — C. 10395.
145. Using spin-polarized neutron reflectivity to probe mesoscopic vortex states in a Pb thin-film superconductor / A. J. Drew, M. W. Wisemayer, D. O. G. Heron, S. Lister, S. L. Lee, A. Potenza, C. H. Marrows, R. M. Dalgliesh, T. R. Charlton, S. Langridge // *Phys. Rev. B.* — 2009. — T. 80, № 13. — C. 134510.
146. *McMillan W. L.* Tunneling model of the superconducting proximity effect // *Phys. Rev.* — 1968. — T. 175, № 2. — C. 537.
147. *Schrieffer J. R.* Theory of superconductivity. — CRC Press, 2018.