

Федеральное государственное бюджетное учреждение науки
Институт физики микроструктур Российской академии наук

На правах рукописи

Самохвалов Алексей Владимирович

**Неоднородные состояния и интерференционные явления
в гибридных сверхпроводящих системах**

01.04.07 – Физика конденсированного состояния

ДИССЕРТАЦИЯ

на соискание ученой степени

доктора физико-математических наук

Научный консультант

д. ф.-м. н.

Мельников Александр Сергеевич

Содержание

Введение	6
Глава 1. Вихревые молекулы и особенности взаимодействия вихрей в тонких пленках слоистых сверхпроводников	24
1.1. Притяжение наклонных вихрей в тонкой пленке слоистого сверхпроводника	29
1.1.1. Основные уравнения	29
1.1.2. Наклонный вихрь в пленке слоистого сверхпроводника	32
1.1.3. Потенциал взаимодействия двух наклонных вихрей	35
1.2. Вихревые кластеры (молекулы) и многоквантовые решетки наклонных вихрей в тонкой пленке слоистого сверхпроводника	39
1.2.1. Вихревые цепочки конечной длины	39
1.2.2. Фазовые переходы в решетках вихрей	40
1.3. Притяжение деформированных вихревых нитей в режиме пересекающихся решеток вихрей	44
1.3.1. Деформация вихревой нити в пленке слоистого сверхпроводника	44
1.3.2. Потенциал взаимодействия двух деформированных стеков	47
1.4. Выводы к главе	56
1.5. Приложения к главе	59
1.5.1. Потенциал взаимодействия двух наклонных вихрей: непрерывный предел	59
1.5.2. Энергия дальнего действия отталкивания вихревых кластеров	60
Глава 2. Пиннинг вихрей Абрикосова на протяженных мезоскопических дефектах	61
2.1. Электронная структура вихрей Абрикосова, захваченных протяженным дефектом	67
2.1.1. Квазиклассические уравнения в импульсном представлении	69
2.1.2. Спектр электронных состояний одноквантового вихря в цилиндрической полости	71
2.1.3. Спектр электронных состояний многоквантового вихря в цилиндрической полости	78
2.2. Локальная плотность состояний вихрей Абрикосова в цилиндрической полости	81

2.3.	Депиннинг вихря Абрикосова из полости и электронные топологические переходы в коре вихря	83
2.4.	Выводы к главе	93
2.5.	Приложения	94
2.5.1.	Спектр подщелевых состояний для малых значений прицельного параметра: $ b < R$	94
Глава 3. Неоднородные состояния в диффузных неодносвязных гибридных структурах сверхпроводник–ферромагнетик с эффектом близости и мезоскопических ЛОФФ сверхпроводниках		
3.1.	Модель и основные уравнения	101
3.2.	Неоднородные состояния и осцилляции Литтла-Паркса в цилиндрических SF структурах с эффектом близости	103
3.2.1.	Неоднородные состояния индуцированные эффектом близости	104
3.2.2.	Осцилляции Литтла-Паркса в неодносвязных SF структурах	113
3.2.3.	Оценки и условия наблюдения	118
3.3.	Джозефсоновский ток и π -состояние в ферромагнитном слое со сверхпроводящими наночастицами	121
3.3.1.	Критический ток джозефсоновского перехода между наночастицами в ферромагнитном металле	121
3.3.2.	Критический ток джозефсоновского наноконтакта в бислое сверхпроводник–ферромагнетик	125
3.3.3.	Оценки и условия наблюдения	129
3.4.	Термодинамические свойства SFS гибридных структур в окрестности $0 - \pi$ перехода	131
3.4.1.	Фазовый $0 - \pi$ переход в SFS структуре	136
3.5.	Состояния Ларкина–Овчинникова–Фульде–Феррелла (ЛОФФ) и квантовые осцилляции в мезоскопических сверхпроводниках и сверхтекучем Ферми газе	140
3.5.1.	Модифицированный функционал Гинзбурга–Ландау для описания 2D систем в ЛОФФ состоянии	141
3.5.2.	Вихревые ЛОФФ состояния в 2D мезоскопическом диске	143
3.5.3.	Вихревые ЛОФФ состояния сверхтекучего конденсата в ловушке	151
3.6.	Выводы к главе	155
3.7.	Приложения к главе	158

3.7.1. Вычисление джозефсоновского тока в FS бислое со сверхпроводящей частицей	158
Глава 4. Свойства джозефсоновских переходов в гибридных системах с магнитной связью	160
4.1. Максимальный сверхток торцевого джозефсоновского перехода в поле магнитных частиц	167
4.2. Джозефсоновский переход в поле одиночной магнитной частицы	174
4.2.1. Основные уравнения	176
4.2.2. Распределение разности фаз в переходе с вихрями	178
4.2.3. Основное состояние джозефсоновского контакта с магнитной частицей	182
4.3. Эффекты соизмеримости в джозефсоновском контакте в поле массива магнитных частиц	186
4.3.1. Модель джозефсоновского перехода в поле регулярного массива магнитных частиц	186
4.3.2. Неограниченный переход: распределение разности фаз	188
4.3.3. Неограниченный переход: соотношение между током и фазой в контакте с фазовой модуляцией	191
4.3.4. Критический ток перехода в поле массива магнитных частиц. Эффекты соизмеримости	194
4.4. Экспериментальные исследования джозефсоновских переходов в поле субмикронных магнитных частиц	198
4.4.1. Модификация полевой зависимости критического тока полем одиночной магнитной частицы.	198
4.4.2. Эффекты соизмеримости в джозефсоновском переходе в поле массива магнитных частиц.	200
4.5. Выводы к главе	204
Глава 5. Особенности эффекта близости и дальнедействующий эффект Джозефсона в баллистических гибридных структурах ферромагнетик–сверхпроводник	206
5.1. Основные уравнения	213
5.1.1. Ток–фазовое соотношение SFS джозефсоновского перехода в чистом пределе	213

5.1.2. Квазиклассические уравнения вдоль траекторий	214
5.2. Дальнодействующий джозефсоновский транспорт через ферромагнитный бис- лой	217
5.3. Дальнодействующий джозефсоновский транспорт в ферромагнитном проводе со спин–орбитальным взаимодействием	220
5.4. Синглетный джозефсоновский транспорт при рассеянии с переворотом спина в баллистических SFS структурах	228
5.4.1. Ступенчатый профиль обменного поля	231
5.4.2. Плавный профиль обменного поля	236
5.4.3. Управление критическим током SFS перехода	238
5.5. Выводы к главе	241
5.6. Приложения к главе	244
5.6.1. Трансфер матрица для уравнений Эйленбергера	244
5.6.2. Блоховские решения уравнений Эйленбергера	245
Заключение	249
Список публикаций автора по теме диссертации	254
Литература	261

Введение

Актуальность и степень разработанности темы исследования

Разработки последних лет в области сверхпроводящих метаматериалов, пассивных и активных элементов сверхпроводящей электроники, функционирующих на основе эффекта Джозефсона, спин-поляризованного транспорта носителей и управляемого эффекта близости, стимулируют рост активности в изготовлении и изучении различных сверхпроводящих гибридных структур на основе соединения сверхпроводника с нормальным металлом [1–3], ферромагнетиком [4, 5] или с более экзотическими материалами, такими как графен и топологические изоляторы [6–8]. Помимо важности этих работ для создания устройств с уникальными магнитными и транспортными свойствами, потенциально перспективных для создания нового поколения энерго-экономичных устройств и метаматериалов, подобные системы оказались еще и крайне интересны с точки зрения фундаментальных исследований: физика сверхпроводящих гибридных систем оказалась весьма многообразной и богатой на красивые, часто неожиданные, эффекты.

Важной особенностью сверхпроводников и гибридных систем на их основе является так называемый эффект близости [9], возникающий в гибридных системах сверхпроводник–нормальный (немагнитный) металл (SN) или сверхпроводник–ферромагнетик (SF) с частично или полностью прозрачной границей между сверхпроводником и металлом [4]. Основным проявлением этого эффекта является заметное подавление параметров сверхпроводника, таких как критическая температура перехода T_c и амплитуда сверхпроводящей щели Δ на расстоянии от границы, определяемом длиной когерентности в сверхпроводнике ξ_s , которая в пределе нулевых температур $T \ll T_c$ и для больших длин свободного пробега $l \gg \xi_s$ выражается через скорость Ферми V_F сверхпроводника и объемное значение сверхпроводящего параметра порядка Δ_0 далеко от границы: $\xi_s \simeq \xi_0 = \hbar V_F / \Delta_0$. Одновременно сверхпроводящие корреляции проникают в нормальную часть системы на расстояние, определяемое длиной корреляции $\xi_n = \hbar V_F / 2\pi T$. Формируемое таким образом вблизи SN границы неоднородное состояние сверхпроводящего параметра порядка обеспечивает конверсию нормального квазичастичного тока в сверхтекучий ток (сверхток) куперовских пар [10–12]. Такая конверсия, получившая название "андреевское отражение" [13–16], происходит при падении электронов с энергиями $\varepsilon < \Delta_0$, отсчитываемыми от энергии Ферми ε_F , из нормального металла на сверхпроводник и сопровождается одновременной генерацией квазичастиц типа "дырка" с противоположной групповой скоростью, зарядом и проекцией спина в область нормально-

го металла.¹ Отличие импульсов коррелированных электрона и дырки $\delta p \ll p_F$ приводит к появлению разности фаз между волновыми функциями квазичастиц в нормальном металле, что, в конечном счете, ведет к деструктивной интерференции электронных и дырочных состояний в нормальной области на характерной длине ξ_n от SN границы (подробнее см. введение к главе 5). В случае ферромагнитного металла поведение парной волновой функции обусловлено взаимодействием электронов, образующих куперовскую пару, с обменным полем в ферромагнетике. Разница в энергиях Зеемана для электронов с различными знаками проекции спина на направление поля компенсируется изменением их кинетической энергии. В результате суммарный импульс пары становится отличным от нуля, что и приводит к осцилляциям волновой функции на масштабе $\xi_h = \hbar V_F / 2E_{ex}$ в случае ферромагнетика с энергией обменного поля E_{ex} [17]. Механизм возникновения осцилляций волновой функции куперовских пар в ферромагнетике вблизи SF границы аналогичен механизму образования неоднородного состояния Ларкина-Овчинникова-Фульде-Феррелла (ЛОФФ) [18, 19]. Приведенные здесь формулы справедливы для чистых (баллистических) систем, когда длина свободного пробега l заметно превышает другие пространственные масштабы задачи ($l \gg \xi_s, \xi_n, \xi_h$), и скорости Ферми в сверхпроводнике и нормальном металле одинаковы. В случае так называемых "грязных" (диффузионных) систем аналогичные длины когерентности $\xi_n = \sqrt{\hbar D / 2\pi T}$ и $\xi_f = \sqrt{\hbar D_f / E_{ex}}$ определяются коэффициентами диффузии D и D_f для немагнитного металла и ферромагнетика, соответственно [4]. Характерный масштаб затухания $L_d \sim \xi_f$ сверхпроводящего параметра порядка в F металле не превышает, обычно, нескольких нанометров даже для слабых ферромагнетиков типа CuNi [20]. Наряду с затуханием, волновая функция куперовских пар в ферромагнетике осциллирует на масштабе $\sim \xi_f$ в направлении перпендикулярном к SF границе, а наведенная в ферромагнетике сверхпроводимость напоминает неоднородное ЛОФФ состояние. Формирование поперечных ЛОФФ состояний в слоистых гибридных SF системах приводит к локальному увеличению электронной плотности состояний на уровне Ферми [21, 22], к немонотонной зависимости критической температуры от толщины F слоя [23–26], и формированию π -состояния, при котором фаза сверхпроводящего параметра порядка в соседних S слоях отличается на π (подробнее см. обзоры [4, 5, 27, 28]). Развитие технологии позволило в последнее время наблюдать ряд удивительных явлений, связанных с явлением π -сверхпроводимости в гибридных SF системах с эффектом близости. Возможность формирования π -контактов на основе джозефсоновских SFS-систем, предсказанная в работах [29, 30], получила достоверное экспериментальное подтверждение в работах [31, 32].

¹ Всюду в диссертации сверхпроводник считается синглетным и предполагается, что триплетный канал спаривания отсутствует.

Эти экспериментальные работы, в свою очередь, спровоцировали обширную исследовательскую активность в области физики гибридных FS систем.

До настоящего времени в качестве исследуемых FS гибридов преимущественно рассматривались слоистые структуры с простейшей планарной геометрией, которая позволяет сравнительно легко контролировать толщину F прослойки. Влияние и проявления неодносвязности сверхпроводника в гибридных структурах с эффектом близости были теоретически изучены в работах [A1, A2]. Характерной особенностью сверхпроводящих структур с неодносвязной геометрией (например, полый тонкостенный сверхпроводящий цилиндр или кольцо) является возможность наблюдения в таких системах эффекта Литтла–Паркса [33, 34] – осцилляций критической температуры сверхпроводящего перехода T_c при изменении внешнего магнитного потока, пронизывающего структуру. Эффект Литтла–Паркса является классической наглядной иллюстрацией орбитального механизма подавления сверхпроводимости и описывает переходы между состояниями с различной завихренностью L , инициируемые внешним полем. Теоретические исследования гибридных FS структур с неодносвязной геометрией [A1] показали, что эффект близости и обменное поле могут способствовать формированию в такой системе неоднородного состояния с ненулевым орбитальным моментом L , подобно генерации спонтанного сверхтока в сверхпроводящем контуре с π -контактами [35–39] или магнитного потока в неоднородном $0 - \pi$ -контакте [40, 41] (см. обсуждение во введении к главе 4 диссертации). Переходы между сверхпроводящими состояниями с различными значениями L определяются условиями конкуренции орбитального [42] и обменного [43] механизмов подавления сверхпроводимости [A1]. При изменении внешнего магнитного поля H такие переходы сопровождаются осцилляциями критической температуры T_c , которые аналогичны осцилляциям Литтла–Паркса, а влияние обменного эффекта приводит к нарушению строгой периодичности осцилляций $T_c(H)$ и модуляции амплитуды этих осцилляций [A2]. Аналогичные переходы между различными вихревыми состояниями в квазидвумерных сверхпроводящих системах могут наблюдаться в сильном продольном магнитном поле H_{\parallel} в результате конкуренции обменного взаимодействия на масштабе ЛОФФ неустойчивости и орбитального эффекта под действием перпендикулярной к пленке компоненты внешнего магнитного поля H_{\perp} и сопровождаются квантовыми осцилляциями критической температуры $T_c(H_{\perp})$, напоминающими осцилляции Литтла–Паркса [44]. Появление фазы ЛОФФ в тонком сверхпроводящем кольце или полом цилиндре проявляется в необычном поведении удельной теплоемкости и флуктуационной проводимости в окрестности фазового перехода и может привести к изменению периода осцилляций T_c от магнитного потока через отверстие [45, 46]. Подобные осцилляции $T_c(H_{\perp})$, возникающие из-за эффектов соизмеримости между харак-

терным масштабом изменения волновой функции, зависящим от номера орбитальной моды L , и размерами образца [47–50], неоднократно наблюдались в тонких мезоскопических сверхпроводниках в перпендикулярном магнитном поле [47, 51–53]. Осцилляции Литтла–Паркса возможны и в гибридных FS структурах с магнитными частицами [54], создающих необходимый профиль магнитного поля для формирования кольцевого сверхпроводящего зародыша [55, 56] (подробнее см. обзор [57]). В работе [A3] на примерах тонкого мезоскопического сверхпроводящего диска и сверхтекучего Ферми газа с разбалансом населенностей в спиновых подзонах изучено влияние границ сверхпроводящего образца или потенциала ловушки на квантовые осцилляции $T_c(H_\perp)$ в окрестности фазового перехода в неоднородную ЛОФФ фазу. Появление неоднородной ЛОФФ фазы в этих случаях приводит к качественным изменениям структуры квантовых осцилляций критической температуры, а ограничение латеральных размеров системы препятствует возбуждению мод с отличным от нуля орбитальным числом $L \neq 0$.

Возможность спонтанного возбуждения сверхтока в односвязных (многосвязных) гибридных FS структурах с эффектом близости делает подобные системы интересными для создания на их основе сверхпроводящих метаматериалов (см. обзоры [58, 59]). Одним из перспективных направлений в этой сравнительно новой деятельности считается разработка различных устройств на основе джозефсоновских контактов, которые обладают необходимыми для таких систем свойствами: сильной нелинейностью и перестраиваемостью. Наличие в джозефсоновских SNS (SFS) структурах двух границ нормальной области со сверхпроводником, в окрестности каждой из которых формируется неоднородное сверхпроводящее состояние $\Delta_{L(R)}$, приводит к очевидной интерференции сверхпроводящих корреляций, индуцированных в N(F) барьере каждым из сверхпроводящих электродов, что и обеспечивает возможность протекания сверхтока $j_s \sim \Delta_L \Delta_R^*$ через нормальную область. Отличительной особенностью SFS контакта является возможность установления в нем необычного π -состояния, в основном состоянии которого разность фаз сверхпроводящих параметров порядка в электродах перехода равна π [29–32], что обеспечивает дополнительные преимущества при использовании SFS контакта в качестве активного джозефсоновского элемента [60–62]. В работе [A4] изучены условия установления π -состояния и генерации спонтанных вихревых токов в композитной среде, состоящей из сверхпроводящих гранул, помещенных в ферромагнитный металл, и образующих массив джозефсоновских SFS контактов с внутренней фрустрацией. Возможность управления 0 и π состояниями контактов простым изменением температуры, делает подобную FS композитную среду интересным объектом для изучения фазовых переходов в такой системе в условиях конкуренции между флуктуациями, фрустрацией, беспорядком и

размерностью.

Однако обычные представления о сильном подавлении синглетной сверхпроводимости в однородном ферромагнетике противоречат многочисленным экспериментальным наблюдениям дальнедействующего эффекта близости (Long ranged proximity) – аномально большой длины затухания сверхпроводящих корреляций в F металле [63–68]. Потребность в адекватном объяснении дальнедействующих эффектов привела к появлению большого количества теоретических работ, стремящихся объяснить это удивительное явление. Важный шаг был сделан в работах [69, 70] (см. обзор [5]), где была отмечена важная роль сверхпроводящих спин–триплетных корреляций. Спин–триплетные пары с параллельным направлением проекций спинов электронов позволяют разрешить патовую ситуацию между сверхпроводимостью и ферромагнетизмом: такие триплетные куперовские пары не разрушаются обменным полем и могут служить переносчиками заряда и спина на расстояние $\xi_n \gg \xi_h$, т.е. создавать заметный джозефсоновский ток в SFS структурах, толщина F слоя в которых заметно превышает характерный масштаб затухания парной волновой функции ξ_h (или ξ_f для диффузионных систем). Поскольку в данном случае эффект дальнего действия обеспечивается распространением именно триплетных корреляций с параллельными спинами, данный механизм принято называть триплетным механизмом дальнего действия. Важным моментом для триплетного механизма дальнего действия является вопрос о способе конверсии синглетных куперовских пар с противоположными проекциями спина, образующихся в сверхпроводнике, в триплетные пары с параллельными проекциями спина в ферромагнетике. Обычно возникновение триплетных пар связывают с различными пространственными неоднородностями обменного поля: доменными стенками [69, 71, 72], магнитными вихрями [73, 74] и/или рассеянием на спин–активной FS границе [75, 76]. Однако, несмотря на обилие существующих моделей, однозначное и общепризнанное объяснение дальнедействующего эффекта Джозефсона в SFS структурах пока отсутствует, а механизм конверсии на пространственной неоднородности обменного поля в отдельных случаях противоречит условиям экспериментов (см., например [68]). Принципиально иной механизм дальнего действия в мезоскопических SFS структурах был недавно предложен в работе [A5] для описания баллистического сверхпроводящего транспорта в слое ферромагнетика с однородным в пространстве обменным полем и спин–орбитальным взаимодействием. Вращение эффективного обменного поля вдоль квазиклассической траектории в ферромагнетике, необходимое для конверсии синглетных куперовских пар в триплетные, возникает из-за зависимости обменного поля $\mathbf{h}(\mathbf{k})$ от направления импульса квазичастицы \mathbf{k} при многократных переотражениях квазичастиц от свободной поверхности ферромагнитного слоя. Движение квазичастиц в таком периодическом обменном поле сопро-

воздается эффектом Брэгга, который подавляет деструктивную интерференцию электронных и дырочных состояний для большой группы резонансных квазиклассических траекторий в условиях однодоменного ферромагнетика. Подобный механизм дальнего действия в диффузионных SFS структурах позднее был рассмотрен в работе [77]. В работе [A6] предложен способ управления критическим током баллистической SFS связи при помощи создания в ферромагнетике мелкомасштабной неколлинеарной текстуры обменного поля, которая изменяет спиновую структуру распространяющихся куперовских пар. Рассеяние пары с переворотом спина подавляет при определенных условиях деструктивную интерференцию электронных и дырочных состояний, что обеспечивает медленное затухание синглетной компоненты парной корреляционной функции в ферромагнетике и заметный синглетный джозефсоновский ток в SFS структуре. Это свидетельствует о возможности стимуляции дальнего действующего синглетного джозефсоновского транспорта, а предложенный новый механизм уместно назвать синглетным механизмом дальнего действия. Заметим, что меняя положение рассеивателя можно переключать джозефсоновскую SFS структуру между 0 и π состояниями.

Смешанное состояние, возникающее в сверхпроводниках второго рода, для которых энергия границы раздела между нормальной и сверхпроводящей фазами отрицательна, является еще одним классическим примером неоднородного сверхпроводящего состояния: внешнее магнитное поле H_0 с амплитудой больше нижнего критического поля H_{c1} проникает в сверхпроводник в виде решетки вихрей Абрикосова [78] с одновременным возбуждением в них вихревых сверхпроводящих токов. Вихревая конфигурация токов сопровождается образованием нетривиальной структуры фазы сверхпроводящего параметра порядка $\Delta = |\Delta| \exp(i\varphi)$, так что набег фазы φ при обходе каждого вихря по замкнутому контуру равен 2π , и подавлением модуля параметра порядка до нуля в области сердцевин (кора) вихря.² Физика вихревых состояний (вихревой материи) в сверхпроводниках второго рода – это один из важнейших фундаментальных разделов физики сверхпроводников, подтверждением чего служат многочисленные обзоры [79–82], учебники и монографии [43, 83–86]. Особенно богатой на неожиданные эффекты оказалась физика вихревой материи в высокотемпературных слоистых сверхпроводниках, где из-за анизотропии материала и джозефсоновского взаимодействия слоев [87–89] структура магнитного потока может принимать очень разнообразные, часто весьма причудливые формы [90–93]. Одним из необычных эффектов, ответственным за многообразие структур магнитного потока в слоистых анизотропных сверхпроводниках, является притяжение наклонных вихрей на достаточно больших расстояниях друг от друга

² Линия в пространстве, проходящая через точки $|\Delta| = 0$, образует вихревую нить.

[94–97].³ Такое качественное изменение характера взаимодействия между вихрями приводит к особенностям проникновения наклонного магнитного поля в анизотропный сверхпроводник [98] и заметным отличиям структуры равновесной наклонной решетки вихрей от традиционной треугольной решетки Абрикосова: в сравнительно слабых полях $H_0 \gtrsim H_{c1}$ происходит формирование плотных цепочек вихрей [99–103]. Подчеркнем, что притяжение вихрей, образующихся в наклонном по отношению к оси анизотропии кристалла внешнем магнитном поле является весьма универсальным эффектом, и подобные вихревые цепочки неоднократно наблюдались разными методами как в сверхпроводниках с умеренной анизотропией ($\text{YBa}_2\text{Cu}_3\text{O}_7$, NbSe_2) [104–106], так и в случае слоистых материалов с джозефсоновским взаимодействием между слоями (например, в кристаллах $\text{Bi}_2\text{Sr}_2\text{CaCu}_2\text{O}_{8+\delta}$) [107–115]. Однако, эксперименты по лоренцевской микроскопии тонких пленок YBCO с толщиной $D < 0.5 \div 1 \mu\text{m}$ [105], показали существование пороговых значений угла наклона вихрей к оси анизотропии γ и толщины пленки D , которые необходимо превысить, чтобы наблюдать притяжение вихрей друг к другу. Объяснение этого явления, предложенное в работе [A7], состоит в необходимости учета, наряду с притяжением, еще одного дальнедействующего эффекта – пирловского отталкивания вихрей из-за поверхностных эффектов в тонкой пленке [116, 117]. Конкуренция двух дальнедействующих взаимодействий – притяжения наклонных вихревых нитей и пирловского отталкивания вихрей – приводит при определенных условиях к необычной зависимости потенциала парного межвихревого взаимодействия $U(R)$ на больших расстояниях между вихрями R : участок, соответствующий притяжению ($dU/dR > 0$), с увеличением R всегда сменяется областью, где преобладает отталкивание вихрей ($dU/dR < 0$ при $R \rightarrow \infty$). Подобный потенциал межвихревого взаимодействия означает, что формирование из-за притяжения "бесконечных" цепочек наклонных вихрей [94, 95] или деформированных стеков [118] в тонкой пленке слоистого сверхпроводника невозможно: такая цепочка всегда будет разбиваться на фрагменты, содержащие конечное (как правило, небольшое) число вихрей, представляющие собой вихревой кластер или молекулу [A7, A8]. Одновременно с этим, обычная одноквантовая решетка наклонных вихрей теряет устойчивость относительно удвоения (утроения, и т.д.) периода, т.е. происходит фазовый переход к многоквантовым решеткам вихрей [A8].

Одной из важнейших задач физики неоднородного вихревого состояния является изучение электронной структуры подщелевых мод, локализованных в коре вихря, где сверхпроводимость подавлена. Такие андреевские подщелевые состояния в коре вихря формируют

³ Обсуждается случай, когда ось вихря наклонена по отношению к оси анизотропии кристалла под углом $\gamma \neq 0, \pi$. Такие вихри в дальнейшем будем называть наклонными.

в спектре возбуждений аномальные ветви, которые пересекают уровень Ферми при изменении углового момента частицы μ , и для одиночного вихря Абрикосова описываются теорией Кароли–де Жена–Матрикона (Caroli–de Gennes–Matricon) (CdGM) [119, 120]. Подавление сверхпроводящей щели и существование локализованных состояний в коре вихря однозначно связано с отличной от нуля циркуляцией градиента фазы φ комплексного параметра порядка Δ при обходе по контуру C вокруг вихревой нити:

$$\oint_C \nabla \varphi d\mathbf{l} = 2\pi L,$$

для вихря с произвольной завихренностью L . Прямым экспериментальным доказательством присутствия в коре вихря Абрикосова связанных состояний служат наблюдения максимума локальной плотности состояний (LDOS) квазичастиц на уровне Ферми (zero-bias anomaly) методами низкотемпературной сканирующей туннельной микроскопии (STM) [121–123]. Как известно, именно CdGM состояния определяют низкотемпературное поведение термодинамических и транспортных характеристик сверхпроводника во внешнем магнитном поле, и поэтому непременно должны учитываться при расчетах энергии пиннинга вихрей на разнообразных дефектах, особенно, если характерный размер дефекта R меньше или порядка длины когерентности ξ_0 . Такие расчеты однозначно предполагают использование микроскопических моделей, поскольку простейшие феноменологические подходы (лондоновское приближение или модель Гинзбурга–Ландау), справедливые в области высоких температур $T \sim T_c$ и для сравнительно больших дефектов ($R \gtrsim \xi(T) \gg \xi_0$), в этом случае не применимы. Анализ взаимодействия вихря и точечного дефекта с сечением рассеяния $\sigma_{sc} \sim R^2 \ll \xi_0^2$, выполненный в работах [124, 125] с использованием квазиклассической теории Эйленбергера [126, 127], показал, что определяющим в этом случае является механизм пиннинга, возникающий из-за рассеяния квазичастиц на дефекте, а самосогласованный учет модификации профиля сверхпроводящего параметра порядка $|\Delta(r)|$, из-за присутствия рассеивающей примеси в коре вихря, приводит к существенному (в $\xi_0/R \gg 1$ раз) увеличению энергии пиннинга, по сравнению с интуитивно ожидаемой из модели Гинзбурга–Ландау величиной $\sim H_{cm}^2 R^3/8\pi$. Соответствующая модификация функционала Гинзбурга–Ландау, позволяющая феноменологически учесть подобное влияние дефекта, предложена в работах [128–130]. Поскольку в силу уравнения самосогласования профиль кора вихря однозначно определяется спектром квазичастичных возбуждений в вихре [86], можно ожидать наличие определенной связи между видом этого спектра и потенциалом пиннинга, удерживающим вихрь Абрикосова на дефекте. Численные расчеты спектра элементарных возбуждений и волновых функций квазичастиц в многоквантовом вихре, локализованном на мезоскопическом дефекте в форме проводящего

цилиндра в нормальной фазе, выполнены в [131, 132] для различных значений завихренности L . При расчетах предполагалось, что конверсия квазичастиц на границе нормального металла и сверхпроводника происходит по андреевскому механизму, в то время как обычное (нормальное) отражение и рассеяние отсутствуют. Как и следовало ожидать, спектр подщелевых состояний M -квантового вихря на металлическом дефекте лишь незначительно изменяется из-за эффекта близости и содержит, как и в случае отсутствия дефекта, M аномальных ветвей, пересекающих уровень Ферми [133]. Совершенно другая картина имеет место, если преобладает нормальное рассеяние квазичастиц на дефекте. В этом случае изменения спектра могут оказаться существенными даже при сравнительно малом сечении рассеяния. Так в работе [134] было показано, что модификация спектра элементарных возбуждений, вызванная присутствием вблизи сердцевин вихря даже одиночного атома рассеивающей примеси, приводит к существенному изменению проводимости двумерных слоистых сверхпроводников. Квазиклассический расчет электронной структуры вихря, взаимодействующего с цилиндрической полостью в сверхпроводнике, заполненной изолятором, выполненный в работе [A9], показал, что нормальное рассеяние квазичастиц на поверхности дефекта существенно изменяет вид спектра возбуждений: в спектре возникает минищель $\Delta_m \sim (R/\xi_0)\Delta_0$ ($\Delta_0 = \Delta_{(\infty)}$). Отметим, что даже в случае очень маленьких отверстий ($\xi_0 \gg R \gg \xi_0 \Delta_0/\varepsilon_F$) размер минищели $\Delta_m(R)$ существенно больше расстояния между уровнями CdGM спектра $\omega_0 = \Delta_0^2/\varepsilon_F$ и растет с увеличением радиуса дефекта R . Аналогичный расчет спектра квазичастиц в вихре на отверстии, выполненный в работе [135] с использованием уравнений Боголюбова-де-Жена [84, 136], показал хорошее совпадение полученных спектров с квазиклассическими расчетами [A9], в области применимости последних $k_F \xi_0 \gg 1$. Образование минищели Δ_m в спектре локализованных состояний и "разрыв" аномальной ветки спектра должны приводить при низких температурах $T \ll \Delta_m$ к подавлению диссипации. С точки зрения макроскопических проявлений, подавление диссипации должно означать прекращение движения вихрей под действием внешнего тока, т.е. пиннинг вихрей. Учитывая описанную выше качественную модификацию спектра квазичастичных возбуждений, связанную с образованием минищели $\Delta_m(R)$, в работе [A10] предложена микроскопическая модель депиннинга (срыва) одноквантового вихря Абрикосова из цилиндрической непроводящей полости с поперечным размером меньше или порядка сверхпроводящей длины когерентности ξ_0 под действием внешнего транспортного тока J , которая учитывает трансформацию аномальной ветки спектра возбуждений в вихре при депиннинге.

Первостепенное значение для создания джозефсоновских устройств имеет проблема управления состоянием и критическим током перехода. Одно из наиболее поразительных

свойств джозефсоновских структур, которая одновременно является и основой их практического применения, – это возникновение в переходах при приложении внешнего магнитного поля H_0 интерференционных явлений, обусловленных когерентностью фазы в сверхпроводящих электродах контакта и волновой природой куперовских пар. Результатом является сильная зависимость критического тока контакта I_c от магнитного потока Φ внешнего поля через область перехода S_J , которая в простейшем случае однородного поля ($\Phi = H_0 S_J$) имеет вид фраунгоферовой кривой: $I_c \sim \sin \phi / \phi$, где $\phi = \pi \Phi / \Phi_0$, а $\Phi_0 = \pi \hbar c / e \simeq 2.07 \cdot 10^{-7} \cdot \text{см}^2$ – квант магнитного потока [137]. Любое отклонение распределения внешнего поля H_0 в переходе от однородного приводит к заметным изменениям полевой зависимости критического тока $I_c(\Phi)$ [1]. Качественные изменения полевой зависимости I_c происходят, если внешнее поле в области перехода изменяется периодически: на зависимости $I_c(H)$ появляются дополнительные пики, положение которых определяется прежде всего периодом модуляции [138, 139]. В диссертации выполнены расчеты критического тока торцевого джозефсоновского перехода в периодическом поле, создаваемом цепочкой ферромагнитных наночастиц [A11], и показана возможность заметного изменения транспортных свойств джозефсоновского контакта в зависимости от магнитного состояния частиц.

Еще один из возможных способов сформировать в области перехода неоднородное распределение джозефсоновской разности фаз – использовать различные особенности туннелирования носителей через барьер, возникающие в контактах на основе сверхпроводников d -типа [140–142] или в переходах с ферромагнитным (F) барьером [40, 41, 143]. Джозефсоновский переход с такой мелкомасштабной фазовой модуляцией представляет собой последовательность чередующихся 0 и π микроконтактов, имеющих в основном состоянии фазовый сдвиг между электродами 0 и π , соответственно. Переход $0 - \pi - 0 - \dots$, состоящий из цепочки 0 и π контактов, обладает необычной (отличной от фраунгоферовой) зависимостью критического тока I_c от внешнего магнитного поля H_0 [144–147] и допускает спонтанную генерацию вихрей с магнитным потоком $\approx \Phi_0/2$ на границах между 0 и π участками [36, 148–153]. Джозефсоновская разность фаз в основном состоянии $0 - \pi - 0 - \dots$ перехода может отличаться от значений 0 или π и принимать произвольное значение $0 < \varphi < \pi$ [154], что делает такой φ -контакт перспективным устройством при использовании его в качестве источника заданного фазового сдвига (фазовой батареи) в контурах сверхпроводящих квантовых интерферометров [39, 155, 156]. Возможность реализации φ -контакта на основе короткого $0 - \pi$ перехода с ферромагнитным барьером была показана теоретически авторами [157] и позднее подтверждена экспериментально [158].

Источниками сильной фазовой неоднородности в области перехода являются также

вихри Абрикосова, захваченные в электродах контакта. Индуцируемые вихрями Абрикосова фазовые дефекты вызывают сильное подавление критического тока I_c и заметное искажение вида кривой $I_c(H_0)$ и вольт-амперной характеристики (ВАХ) контакта [159–168]. Положением вихрей Абрикосова в контактах можно управлять создавая дополнительный потенциал пиннинга при помощи микроструктурирования сверхпроводящих электродов [168] или формируя у поверхности сверхпроводника массив субмикронных ферромагнитных частиц [A12, A13], намагниченность которых может быть изменена при помощи зонда магнитосилового микроскопа [169]. Изменение магнитного состояния частиц приводит смещению или исчезновению вихрей Абрикосова, что сопровождается сильным изменением зависимости $I_c(H_0)$. Для интерпретации результатов этих экспериментов в работе [A14] была предложена теоретическая модель и выполнены расчеты полевых зависимостей критического тока, что позволило объяснить особенности наблюдений. Свое дальнейшее развитие идея модификации транспортных свойств джозефсоновского контакта полем ферромагнитных частиц получила в работе [A15], где была показана возможность формирования π -состояния в гибридной системе, состоящей из короткого перехода и однородно намагниченной одиночной частицы. Краткий обзор оригинальных экспериментальных работ по этой тематике представлен в [A16] и разделе 4.4 диссертации.

Цели работы.

Настоящая диссертационная работа преследует следующие цели:

- Построение феноменологической теории взаимодействия вихрей в тонких пленках слоистого сверхпроводника в наклонном магнитном поле. Теоретическое объяснение наблюдаемых в экспериментах вихревых структур.
- Расчет квазичастичного спектра и плотности состояний вблизи вихря Абрикосова, захваченного цилиндрической полостью. Построение микроскопической модели депиннинга (срыва) вихря Абрикосова из мезоскопической полости под действием внешнего транспортного тока.
- Изучение конкуренции орбитального и обменного механизмов подавления сверхпроводимости, фазовых переходов и джозефсоновского транспорта в диффузных неоднородных структурах сверхпроводник–ферромагнетик с эффектом близости и мезоскопических сверхпроводниках в неоднородном состоянии Ларкина-Овчинникова-Фульде-Феррелла.

- Построение модели джозефсоновского транспорта в переходах с мелкомасштабной фазовой модуляцией, создаваемой полем однодоменных ферромагнитных частиц. Теоретическое объяснение экспериментально наблюдаемых особенностей полевой зависимости критического тока контакта.
- Изучение интерференционных механизмов управляемого дальнедействующего джозефсоновского транспорта в баллистических структурах сверхпроводник-ферромагнетик--сверхпроводник.

Несмотря на разнообразие рассмотренных в диссертационной работе задач, все они связаны между собой тем, что в них изучаются свойства систем, в которых реализуется неоднородное сверхпроводящее состояние, существенную роль в формировании которого играют интерференционные явления, обусловленные когерентностью фазы сверхпроводящего конденсата и волновой природой куперовских пар.

Научная новизна и достоверность.

Все результаты диссертационной работы получены впервые, её выводы обоснованы надежностью применявшихся аналитических и численных методов, согласием с теоретическими результатами, полученными другими авторами, и с данными физических экспериментов. Научная новизна определяется оригинальностью поставленных задач и заключается в следующем:

- Вычислен потенциал парного взаимодействия наклонных вихрей и деформированных вихревых нитей в тонких пленках слоистого сверхпроводника, учитывающий дальнедействующее отталкивание из-за полей рассеяния вихрей вне пленки. Предложено объяснение особенностей наблюдаемых вихревых структур в высокотемпературных сверхпроводниках методами лоренцевской микроскопии.
- Показана возможность формирования в слоистых сверхпроводниках нового типа вихревых структур – вихревых кластеров (молекул) и многоквантовых решеток вихрей.
- На основе микроскопической теории вычислен спектр подщелевых квазичастичных возбуждений в вихре Абрикосова, который захвачен в цилиндрической полости, и показано существование запрещенной области (минищели) в окрестности уровня Ферми, где состояния квазичастиц отсутствуют.

- Установлена связь между микроскопическими и макроскопическими проявлениями пиннинга вихря Абрикосова и предложена модель депиннинга (срыва) вихря внешним током, учитывающая качественные изменения вида спектра подщелевых квазичастичных возбуждений в вихре Абрикосова.
- В неодносвязных гибридных структурах сверхпроводник–ферромагнетик с эффектом близости и мезоскопических сверхпроводниках в ЛОФФ фазе изучены свойства неоднородных состояний с различным значением орбитального момента и фазовые переходы между такими состояниями.
- Развита феноменологическое описание фазового перехода первого рода между 0 и π сверхпроводящими состояниями трехслойной гибридной SFS структуры с тонкими сверхпроводящими слоями, которое позволило объяснить обнаруженные в эксперименте особенности температурной зависимости экранирующих свойств гибридной структуры.
- Развита теория джозефсоновского транспорта в переходах, находящихся в неоднородном поле однодоменных ферромагнитных частиц, которая объяснила экспериментальные наблюдения резонансных пиков соизмеримости на зависимости критического тока контакта от внешнего магнитного поля.
- Предложены новые способы и механизмы компенсации разбаланса фаз между электронными и дырочными частями парной волновой функции в ферромагнитном слое с баллистическим типом проводимости, обеспечивающие дальнедействующий синглетный джозефсоновский транспорт.

Теоретическая и практическая значимость работы.

Полученные в работе результаты вносят существенный вклад в понимание физических особенностей формирования и свойств неоднородных сверхпроводящих состояний в гибридных системах с эффектом близости и используются при интерпретации экспериментальных данных. С практической точки зрения, представляет интерес возможность управления критическим током и ток–фазовой зависимостью джозефсоновских систем, исследуемых в настоящей диссертационной работе. В том числе:

- Расчеты потенциала парного взаимодействия наклонных вихрей и деформированных вихревых нитей в тонких пленках слоистого сверхпроводника позволили объяснить особенности наблюдений вихревых структур в высокотемпературных сверхпроводниках.

- Предложенная микроскопическая модель пиннинга/депиннинга вихря Абрикосова в мезоскопической цилиндрической полости объясняет высокие значения критического тока, необходимого для срыва вихря с центра пиннинга с характерным размером меньше или порядка сверхпроводящей длины когерентности ξ_0
- Композитная среда (метаматериал), состоящая из сверхпроводящих гранул, размещенных регулярно или случайно в матрице ферромагнитного металла, представляет собой распределенную сеть 0 и π контактов и является интересным объектом для изучения фазовых переходов в условиях конкуренции между флуктуациями, фрустрацией, беспорядком и размерностью.
- Гибридная структура, состоящая из джозефсоновского перехода и магнитосвязанной с ним одиночной ферромагнитной частицей, допускает реализацию на ее основе π контакта.
- Предложен новый механизм дальнего действия в баллистических гибридных SF структурах, основанный на зависимости обменного поля ферромагнетика от направления импульса квазичастицы, который объясняет особенности джозефсоновского транспорта в однородных ферромагнитных каналах.
- Новый способ управления дальнедействующим джозефсоновским транспортом в баллистических гибридных SFS структурах, позволяет эффективно модифицировать ток-фазовое соотношение и вольт-амперную характеристику джозефсоновского контакта и обеспечивает связь между электронными и механическими степенями свободы гибридной системы.

Методология и методы исследования.

Для решения поставленных задач применялись стандартные теоретические подходы, позволяющие адекватно описывать магнитные, транспортные и спектральные свойства сверхпроводящих и гибридных систем ферромагнетик-сверхпроводник:

- Приближение Лондонов для расчета структуры и энергии вихревых состояний в сверхпроводниках и гибридных структурах.
- Теория Гинзбурга-Ландау, справедливая в окрестности перехода в неоднородное сверхпроводящее состояние, для изучения фазы ЛОФФ и фазовых переходов в гибридных структурах.

- Подход Боголюбова-де Жена для вычисления волновых функций, спектра и локальной плотности состояний квазичастиц в сверхпроводниках и гибридных структурах.
- Формализм квазиклассической теории сверхпроводимости (уравнения Эйленбергера и Узаделя) для описания индуцированных сверхпроводящих корреляций и спектра локализованных квазичастиц в гибридных системах.
- Численные методы нахождения собственных значений и собственных функций.
- Быстро сходящиеся методы численного решения дифференциальных уравнений квазиклассической теории сверхпроводимости.

Данные стандартные методы и подходы являются основным инструментом теоретического исследования сверхпроводимости, и корректное их применение служит гарантией надежности полученных результатов.

На защиту выносятся следующие положения:

- (1) Взаимодействие вихрей в тонких пленках слоистого сверхпроводника в наклонном относительно нормали к слоям магнитном поле определяется конкуренцией двух дальнедействующих эффектов: отталкивания, из-за полей рассеяния вихрей вне пленки (эффект Пирла), и притяжения из-за наклона вихревых линий или из-за деформации вихревой нити при взаимодействии с продольными слоями вихрями Джозефсона в режиме пересекающихся решеток вихрей.
- (2) Взаимное отталкивание вихрей на достаточно больших расстояниях из-за эффекта Пирла препятствует формированию в тонкой пленке слоистого сверхпроводника плотных цепочек наклонных или деформированных вихревых нитей с "бесконечным" числом вихрей в цепочке.
- (3) В тонкой пленке слоистого сверхпроводника в наклонном магнитном поле возможно образование нового типа вихревых структур: (i) вихревых кластеров (молекул), представляющих собой цепочку вихревых нитей с небольшим числом $N = 2, 3, \dots$ вихрей в цепочке; (ii) деформированных решеток вихрей с несколькими квантами магнитного потока в элементарной ячейке.
- (4) В спектре подщелевых квазичастичных возбуждений в вихре Абрикосова, захваченном цилиндрической полостью с радиусом меньшим длины когерентности при нулевой

температуре ξ_0 , возникает минищель в окрестности уровня Ферми, где состояния квазичастиц отсутствуют. Величина минищели существенно превышает расстояние между соседними уровнями спектра из-за дискретности орбитального момента μ и растет при увеличении радиуса полости, приближаясь к значению сверхпроводящей щели Δ_0 .

- (5) С микроскопической точки зрения, депиннинг (срыв) вихря Абрикосова из цилиндрической непроводящей полости сопровождается качественной перестройкой спектра подщелевых возбуждений для квазичастиц в коре вихря, при которой происходит разрушение минищели в окрестности уровня Ферми и формируется непрерывная аномальная ветвь спектра.
- (6) В диффузной гибридной структуре сверхпроводник–ферромагнетик с неодносвязной геометрией, обменное взаимодействие способствует переходу из нормального состояния в сверхпроводящее с отличным от нуля орбитальным моментом L , приводит к нарушению строгой периодичности осцилляций Литтла–Паркса $T_c(H)$ и смещению основного максимума на зависимости $T_c(H)$ в область ненулевых значений внешнего магнитного поля H .
- (7) Композитная среда (метаматериал), состоящая из сверхпроводящих гранул, размещенных регулярно или случайно в матрице ферромагнитного металла, с характерным размером гранул порядка длины затухания сверхпроводящих корреляций в ферромагнетике, представляет собой распределенную сеть 0 и π джозефсоновских слабых связей, которая обладает внутренней фрустрацией, зависящей от температуры гибридной системы.
- (8) Фазовый переход первого рода между 0 и π сверхпроводящими состояниями трехслойной гибридной SFS структуры с тонкими сверхпроводящими слоями сопровождается заметным скачком сверхпроводящего параметра порядка при изменении температуры T системы, что приводит к резкому ухудшению экранирующих свойств гибридной структуры, наблюдавшееся в экспериментах [A17].
- (9) Размерные эффекты подавляют квантовые осцилляции критической температуры перехода T_c сверхпроводящих и сверхтекучих Ферми систем в неоднородные состояния типа Ларкина-Овчинникова-Фульде-Феррелла (ЛОФФ), отличающиеся значением орбитального момента L , при изменении энергии Зеемана в сверхпроводниках или разбаланса населенностей Ферми газа.

- (10) Сильное влияние одиночной ферромагнитной частицы на свойства короткого джозефсоновского перехода с поперечной (overlap) геометрией объясняется формированием в одном из электродов контакта пары вихрей Абрикосова противоположного направления, которые создают фазовую неоднородность на масштабе размера пары вихрь–антивихрь, изменяющую основное состояние контакта. Это позволяет создать на основе такой гибридной структуры джозефсоновский контакт с равновесным значением разности фаз в основном состоянии равным π (π -контакт).
- (11) Периодическая модуляция джозефсоновской разности фаз, создаваемая массивом однодоменных ферромагнитных частиц, в коротком джозефсоновском переходе приводит к появлению дополнительных резонансных пиков на зависимости критического тока контакта $I_c(H)$, когда поток внешнего поля H через элементарную ячейку магнитной подсистемы, равен целому числу квантов магнитного потока Φ_0 .
- (12) Периодическое изменение направления эффективного обменного поля вдоль произвольной квазиклассической траектории, возникающее из-за отражений квазичастиц от свободной поверхности ферромагнетика, обеспечивает "брэгговскую" селекцию траекторий, для которых деструктивная интерференция различных лучей отсутствует. Это может служить причиной дальнедействующего синглетного джозефсоновского транспорта в тонком однородно намагнитченном ферромагнитном слое с баллистическим типом проводимости, эффективное обменное поле в котором зависит от направления импульса квазичастицы из-за спин–орбитального взаимодействия.
- (13) Формирование в центральной части однородного ферромагнитного канала мелкомасштабной неоднородности обменного поля \mathbf{h} , которая вызывает рассеяние квазичастиц с изменением спиновой структуры синглетной куперовской пары на противоположную по отношению к исходному обменному полю, подавляет деструктивную фазовую интерференцию волновых функций квазичастиц при усреднении по различным траекториям и обеспечивает эффективный способ управления синглетным дальнедействующим джозефсоновским транспортом в баллистических гибридных SFS структурах.

Степень достоверности и апробация результатов

Достоверность полученных результатов обеспечена оптимальным выбором физических моделей, отражающих основные свойства исследуемых систем, а также адекватным выбором методов численного моделирования. Диссертация выполнена в Федеральном госу-

дарственном бюджетном учреждении науки Институт физики микроструктур Российской академии наук (ИФМ РАН) в период с 1998 по 2014 год. Результаты диссертационной работы обсуждались на семинарах в ИФМ РАН, в Физическом институте им. П. Н. Лебедева РАН, Университете Бордо-1 (Universite Bordeaux-1, France). Основные результаты диссертации опубликованы в 22 статьях [A1, A2, A3, A4, A5, A6, A7, A8, A9, A10, A11, A12, A13, A14, A15, A16, A17, A18, A19, A20, A21, A22]. и были представлены на IX-XVIII международных симпозиумах "Нанозифика и нанозлектроника"(г.Н. Новгород –2005-2014 гг.) [A23, A24, A25, A26, A27, A28, A29, A30, A31, A32, A33, A34, A35, A36, A37, A38]; 33,34 Всероссийских совещаниях по физике низких температур (Екатеринбург 2003 г., Ростов-на-Дону 2006 г.) [A39, A40]; международных конференциях "Фундаментальные проблемы высокотемпературной сверхпроводимости I-IV"(г.Москва ФИАН 2004-2011 гг.) [A41, A42, A43, A44, A45, A46, A47]; Workshop on Weak Superconductivity (Братислава 2005 г.) [A48]; 8th European Conference on Applied Superconductivity (Брюссель 2007 г.) [A49], Moscow International Symposium on Magnetism (г.Москва 2005 г., 2014 г.) [A50, A51]; III International Conference on Superconductivity and Magnetism (Стамбул 2014 г.) [A52]; 27-th International Conference on Low Temperature physics (Buenos Aries 2014 г.) [A53] автором и соискателем лично или в рамках докладов соавторов. Материалы диссертации опубликованы в 53 печатных работах, из них 22 статьи в рецензируемых журналах, 22 статей в сборниках трудов конференций и 9 тезисов докладов.

Личный вклад автора.

Содержание диссертации и основные положения, выносимые на защиту, отражают персональный вклад автора в опубликованные работы. Все результаты, представленные в диссертационной работе, получены автором лично, либо при его непосредственном участии. Автор внес определяющий личный вклад в работу, в том числе в постановку и решении теоретических задач, в обсуждении полученных результатов и их интерпретации. В совместных экспериментальных работах автору принадлежит теоретическая часть: развитие теоретических моделей, концепций и подходов, анализ экспериментальных результатов, и численные расчеты. Подготовка результатов к публикации проводилась совместно с соавторами.

Структура и объем диссертации

Диссертация состоит из введения, пяти глав с приложениями, заключения, списка публикаций автора по теме диссертации, библиографии (494 наименований). Общий объем диссертации 303 страниц, включая 81 рисунок.

Вихревые молекулы и особенности взаимодействия вихрей в тонких пленках слоистых сверхпроводников

Согласно классическим представлениям о смешанном состоянии, магнитный поток частично проникает в массивный сверхпроводник второго рода в виде квантованных вихревых нитей, образующих периодическую решетку вихрей Абрикосова, ориентированных вдоль внешнего магнитного поля \mathbf{B} [78] (см. также [43, 83, 85]). Как хорошо известно, взаимодействие вихрей между собой, а также с неоднородностями и дефектами материала (пиннинг) определяют равновесные и диссипативные характеристики сверхпроводящего состояния [170, 171]. В однородных изотропных сверхпроводниках второго рода вихри Абрикосова всегда отталкиваются друг от друга, а потенциал межвихревого взаимодействия сильно (по экспоненциальному закону) спадает на расстояниях R , превышающих лондоновскую глубину проникновения магнитного поля λ . В результате, если пиннинг в сверхпроводнике слабый, формируется идеальная треугольная решетка вихрей, а магнитный поток через элементарную ячейку равен одному кванту магнитного потока $\Phi_0 = \pi\hbar c/e$, что соответствует одному вихрю в элементарной ячейке. Известно лишь несколько примеров экзотических сверхпроводников, в которых вихревая решетка имеет структуру, отличную от одноквантовой, а элементарная ячейка содержит больше одного кванта магнитного потока. Фазовые переходы, приводящие к таким многоквантовым решеткам вихрей, возможны, например, в сверхпроводниках с необычным типом спаривания [172, 173] или в 2D сверхпроводниках в состоянии Ларкина–Овчинникова–Фульде–Феррелла (ЛОФФ) [174, 175].

В тонких пленках сверхпроводников обычный потенциал межвихревого взаимодействия сильно меняется из-за появления дальнедействующего отталкивания между вихрями (эффект Пирла)[116]. Такое отталкивание вызвано степенным законом спада сверттока $j_s \sim r^{-2}$ в вихре Пирла от расстояния r до центра вихревой нити. Вихри в тонкой пленке взаимодействуют в основном через поля рассеяния, и потенциал отталкивания двух таких вихрей спадает по закону $U_{rep} \sim 1/R$ ($R > \lambda$), т.е. существенно медленнее по сравнению с экспоненциальным затуханием в объемных сверхпроводниках. Заметим однако, что такое сильное отличие потенциалов межвихревого взаимодействия, между тем, весьма трудно обнаружить экспериментально, поскольку в большинстве случаев качественное поведение наблюдаемых величин не меняется (например, треугольная решетка вихрей формируется в

перпендикулярном к пленке внешнем поле при любой толщине образца D).

Сильное влияние на структуру решетки вихрей и свойства вихревой материи в целом оказывает анизотропия свойств сверхпроводника. Причем особенно сильно структура вихревого состояния меняется, если направление внешнего магнитного поля \mathbf{H} отклоняется от оси анизотропии кристалла. Так, при наклоне поля \mathbf{H} к оси анизотропии, направления оси вихря и индукции магнитного поля \mathbf{B} , в общем случае не совпадают, а угол между этими направлениями зависит от параметра анизотропии $\Gamma = \lambda_{\perp}/\lambda_{\parallel}$, где λ_{\parallel} и λ_{\perp} – лондоновские длины экранировки продольной и поперечной к оси анизотропии компонент магнитного поля, соответственно [176]. В сверхпроводниках с умеренной анизотропией ($\Gamma \lesssim 10$) параллельная оси анизотропии компонента магнитного поля изменяет свое направление на противоположное на расстояниях $R \gg \lambda_{\parallel}$ в плоскости, определяемой осью анизотропии и осью вихря. Потенциал взаимодействия двух наклонных вихрей имеет вид потенциала Ван-дер-Ваальса с медленно спадающей степенной асимптотикой $U_{att} \sim -1/R^2$, что всегда обуславливает притяжение наклонных вихрей на достаточно больших расстояниях друг от друга [94–97]. Такое качественное изменение характера взаимодействия между вихрями в массивных слабо анизотропных сверхпроводниках приводит к особенностям проникновения в них наклонного магнитного поля [98] и заметным отличиям структуры равновесной наклонной решетки вихрей от традиционной треугольной формы решетки Абрикосова [99]. В слабых полях $B \gtrsim H_{c1}$ притяжение между вихрями ведет к формированию плотных бесконечных¹ цепочек вихрей [98]. Расстояние между вихрями в цепочке практически не зависит от B и заметно меньше расстояния между цепочками, которое пропорционально $1/B$ [100, 101]. Любая пара вихрей в такой цепочке (за исключением ближайших соседей) притягиваются друг к другу, что обеспечивает стабилизацию всей цепочки в целом. Подобные вихревые цепочки наблюдались, например, в высокотемпературном сверхпроводнике $\text{YBa}_2\text{Cu}_3\text{O}_7$ (YBCO) методами декорирования [104] и лоренцевской микроскопии [105], и в NbSe_2 методами сканирующей туннельной микроскопии [106].

В предельном случае слоистого сильно анизотропного сверхпроводника (например, $\text{Bi}_2\text{Sr}_2\text{CaCu}_2\text{O}_{8+\delta}$ (BSCCO)) с джозефсоновским взаимодействием между слоями (см. [87, 88] и обзоры [89, 89, 177]) образующиеся во внешнем магнитном поле вихревые структуры чрезвычайно многообразны (см. обзоры [91, 92, 101, 178]). Наклонное к слоям магнитное поле \mathbf{H} проникает в сильно анизотропный сверхпроводник в виде вихрей двух типов: (i) перпендикулярная слоям компонента поля H_{\perp} создает в слоях набор (стек) двумерных (2D) вихрей

¹ Здесь мы имеем в виду, что длина такой плотной цепочки вихрей ограничена только размерами образца и не зависит от каких-либо других внутренних факторов.

Пирла [116], образующих вихревую нить [179–181]; (ii) продольная компонента поля H_{\parallel} формирует вихри Джозефсона [93, 182], которые взаимодействуют с вихрями Пирла в слоях [183–187]. Деформация вихревой нити из-за взаимодействия вихрей в слоях и джозефсоновских вихрей вызывает их взаимное притяжение, которое проявляется в искажениях решетки вихревых нитей и формировании цепочек вихревых нитей, расположенных в области вихря Джозефсона более плотно, чем в среднем остальная решетка вихрей [102, 103]). Наиболее ярким экспериментальным подтверждением существования такого притяжения является декорация джозефсоновских вихрей в монокристаллах BSCCO при помощи двумерных вихрей, с использованием современных методов визуализации вихрей в сверхпроводниках, таких как лоренцевская микроскопия [107], сканирующая холловская микроскопия [108, 109], различные методы декорирования [110–112] и магнито-оптические измерения [113–115]. Заметим, что деформация стека 2D вихрей из-за взаимодействия с вихрем Джозефсона приводит также к изменению характера взаимодействия вихревых нитей – на больших расстояниях друг от друга возникает дальнедействующий эффект притяжения стеков вихрей [186, 187], подобный притяжению наклонных вихревых нитей в сверхпроводниках с умеренной анизотропией [94–96].

Подчеркнем здесь, что притяжение вихрей, образующихся в наклонном по отношению к оси анизотропии кристалла внешнем магнитном поле, и приводящее, в частности, к формированию вихревых цепочек, является весьма универсальным эффектом. Оно характерно как для сверхпроводников с умеренной анизотропией, так и для слоистых материалов с джозефсоновским взаимодействием между слоями. Однако, эксперименты по лоренцевской микроскопии тонких пленок YBCO с толщиной $D < 0.5 \div 1 \mu\text{m}$ [105], показали, что цепочки вихрей разрушаются при уменьшении наклона вихревых линий к оси анизотропии [A7] (см. рис. 1.1). Это должно означать существование пороговых значений угла наклона вихрей γ и толщины пленки D , которые необходимо превысить, чтобы обеспечить достаточно сильное притяжение вихрей. Подобное необычное поведение потенциала взаимодействия вихрей в тонких пленках слоистого (анизотропного) сверхпроводника можно объяснить конкуренцией двух дальнедействующих эффектов [A7]: притяжения вихрей из-за анизотропии сверхпроводника ($U_{att} \sim -1/R^2$) и пирловского отталкивания вихревых нитей из-за поверхностных эффектов ($U_{rep} \sim 1/R$) [117]. Подробный анализ влияния этих двух эффектов на потенциал парного взаимодействия вихревых нитей выполнен в работах [A7, A8, A19]. Очевидно, что на достаточно больших расстояниях R всегда преобладает отталкивание вихрей ($dU/dR < 0$ при $R \rightarrow \infty$), и, поэтому, формирование бесконечных цепочек вихрей становится невозможным. Конкуренция между притяжением и отталкиванием вихрей может привести

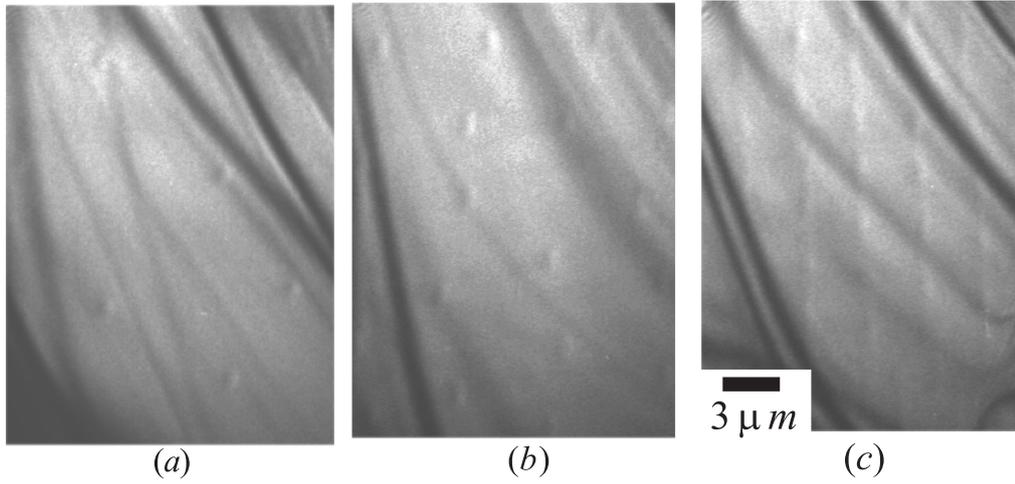


Рис. 1.1. Изображения наклонных вихрей в пленке YBCO ($D = 0.5 \mu m$), полученные методом лоренцевской микроскопии при температуре $T = 5.7K$ при различных значениях амплитуды внешнего магнитного поля B . Внешнее поле наклонено под углом $\gamma_H = 85^\circ$ относительно нормали к пленке, совпадающей с осью анизотропии c . (a) $B = 10G$, вихревые линии наклонены слабо и преобладает отталкивание между вихрями; (b) $B = 20G$, наклон вихревых линий увеличился и становится существенным дальнедействующее притяжение вихрей; (c) $B = 60G$, вихри сильно наклонены, преобладает дальнедействующее притяжение вихрей, что привело к образованию цепочек вихрей.

к формированию немонотонной зависимости парного потенциала межвихревого взаимодействия $U(R)$ от расстояния между вихрями R в области $R \gg \lambda$. Поскольку с увеличением наклона вихрей γ сила притяжения растет, то при достаточно больших углах γ на кривой $U(R)$ появляется участок, соответствующий притяжению, на котором $dU/dR > 0$. При этом, конечно, сохраняется и обычное сильное отталкивание вихрей, расположенных близко друг от друга. В результате локальный минимум на кривой $U(R)$ и притяжение вихрей возможны лишь при достаточно больших углах наклона вихрей γ и параметрах анизотропии Γ , и лишь в сравнительно узкой области межвихревых расстояний $R_{min} \leq R \leq R_{max}$ (см. рис. 1.4). Такая качественная модификация потенциала межвихревого взаимодействия и появление локального минимума на кривой $U(R)$ означает возможность формирования устойчивых цепочек вихрей конечной длины, т.е. вихревых кластеров или молекул [A7, A8]. Подобный потенциал межвихревого взаимодействия приводит также к неустойчивости обычной одно-квантовой треугольной решетки вихрей относительно удвоения (утроения, и т.д.) периода, т.е. вызывает фазовые переходы к многоквантовым решеткам вихрей [A8]. Очевидно, что с увеличением толщины пленки D вклад поверхностных эффектов (эффекта Пирла) становится слабее и восстанавливается обычный ван-дер-ваальсовский потенциал взаимодействия наклонных вихрей, характерный для массивных анизотропных сверхпроводников, а размер

вихревого кластера будет ограничиваться только лишь размерами образца.

В данной главе приведено подробное изложение вопросов, связанных с особенностями межвихревого взаимодействия в тонких пленках слоистых сверхпроводников, изучены условия формирования вихревых молекул (кластеров) и многоквантовых решеток вихрей в таких системах. Выполнены расчеты равновесной формы вихревой нити, формируемой в тонкой пленке слоистого сверхпроводника, помещенной во внешнее магнитное поле, наклонное по отношению к поверхности пленки. Основные результаты опубликованы в работах [A7, A8, A19, A20].

1.1. Притяжение наклонных вихрей в тонкой пленке слоистого сверхпроводника

Определим прежде всего равновесную форму вихревой нити в пленке слоистого сверхпроводника с большим параметром анизотропии ($\Gamma \gg 1$) во внешнем магнитном поле \mathbf{H} , направленном под углом к поверхности пленки. Учитывая многообразие вихревых структур, возникающих в слоистых сверхпроводниках в наклонном поле [91, 92, 101], ограничимся анализом двух предельных случаев: (i) продольная компонента поля \mathbf{V}_{\parallel} , параллельная плоскости пленки, экранируется текущим в слоях сверхтоком; (ii) поле \mathbf{V}_{\parallel} проникает в сверхпроводник в виде плотной решетки вихрей Джозефсона. В обоих случаях перпендикулярная слоям компонента внешнего поля $\mathbf{V}_z = B_z \mathbf{z}_0$ создает в пленке протяженные структуры (вихревые нити), образованные из магнитосвязанных вихрей Пирла (панкейков), расположенные на характерном расстоянии $R \sim (\Phi_0/B_z)^{1/2}$ друг от друга в плоскости пленки. Первый случай реализуется, если продольная компонента поля B_{\parallel} не превышает критическое поле $H_{c1}^{\parallel} = (\Phi_0/4\pi\lambda_{\parallel}\lambda_{\perp}) \ln(\lambda_{\parallel}/s)$ [90], необходимое для входа джозефсоновских вихрей, параллельных слоям, и магнитное поле проникает в слоистый сверхпроводник в форме наклонных вихрей. Подобная задача о структуре вихревой нити в пленке сверхпроводника со слабой анизотропией в наклонном поле решалась ранее с использованием анизотропной модели Лондонов в работах [117, 188]. Второй случай реализуется, если $B_{\parallel} \sim \Phi_0/\Gamma s^2 \gg H_{c1}^{\parallel}$, где s – расстояние между слоями (см. рис. 1.2), и наклонное магнитное поле проникает в слоистый сверхпроводник в форме пересекающихся решеток вихрей: вихрей Джозефсона в плоскости слоев и перпендикулярных слоям стеков из вихрей Пирла, которые связаны джозефсоновским взаимодействием друг с другом [90, 102, 108]. Структура одиночного панкейка и магнитное взаимодействие между вихрями в тонкой пленке слоистого сверхпроводника изучалась в работах [189, 190] в простейшей модели, которая не учитывает джозефсоновское взаимодействие между слоями [179, 180, 191]. Деформация стека панкейков из-за присутствия вихрей Джозефсона рассматривалась авторами [118] без учета конечной толщины пленки слоистого сверхпроводника.

1.1.1. Основные уравнения

Для описания пленки слоистого сверхпроводника толщиной D в пределе сильной анизотропии ($\Gamma \gg 1$) рассмотрим конечную стопку из N тонких сверхпроводящих (SC) слоев, расположенных на расстоянии s друг от друга (см. рис. 1.2). Будем считать, что толщина каждой из пленок d много меньше лондоновской глубины проникновения λ . Вихревая нить,

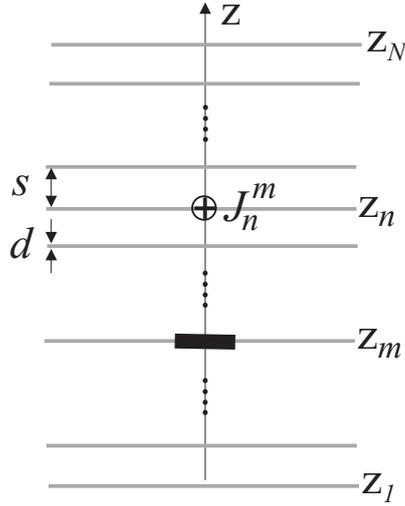


Рис. 1.2. Одиночный 2D вихрь (панкейк), расположенный в m -ом SC слое пленки слоистого сверхпроводника толщиной $D = s(N - 1)$, d – толщина SC слоя, s – расстояние между слоями.

созданная \mathbf{B}_\perp компонентой поля, пронизывает пленку и состоит из последовательности панкейков (по одному в каждом из слоев) с центром в точке $\mathbf{r}_n = x_n \mathbf{x}_0 + y_n \mathbf{y}_0$ n -ого слоя. Если расстояние между панкейками в соседних слоях не слишком велико ($|\mathbf{r}_n - \mathbf{r}_{n+1}| \ll \lambda_\perp$), то в пределе сильной анизотропии ($\Gamma \gg 1$) и слабой связи слоев ($\lambda_J \gg \lambda_\parallel$) можно пренебречь вкладом джозефсоновского тока поперек слоев в модели Лоуренса–Дониака [87] и не учитывать наличие джозефсоновской связи между SC слоями [179, 180, 191]. Здесь $\lambda_J = \Gamma s$ – характерный размер вихря Джозефсона в плоскости слоев [182]. В этом случае вихри в разных слоях взаимодействуют друг с другом только через магнитные поля рассеяния. Распределение векторного потенциала $\mathbf{A}(\mathbf{r}, \mathbf{z})$ в такой системе описывается уравнением

$$\text{rot rot } \mathbf{A} = \frac{4\pi}{c} \sum_{n,m=1}^N \mathbf{J}_n^m(\mathbf{r}) \delta(z - z_n), \quad (1.1)$$

где SC слой n с исчезающе малой толщиной d совпадает с плоскостью $z = z_n = ns$ ($1 \leq n \leq N$),

$$\mathbf{J}_n^m(\mathbf{r}) = \frac{c}{4\pi\Lambda} [\Phi(\mathbf{r} - \mathbf{r}_m) \delta_{nm} - \mathbf{A}^m(\mathbf{r}, z_n)] \quad (1.2)$$

– ток в n -ом слое, а $\mathbf{A}^m(\mathbf{r}, z)$ – векторный потенциал, создаваемый 2D вихрем, находящимся в слое m пленки (рис. 1.2). Здесь $\Lambda = \lambda^2/d = \lambda_\parallel^2/s$ – эффективная (пирловская) глубина проникновения в SC пленку, вектор $\Phi(\mathbf{r})$ определяется выражением

$$\Phi(\mathbf{r}) = \frac{\Phi_0}{2\pi} \frac{[\mathbf{z}_0 \times \mathbf{r}]}{r^2}, \quad (1.3)$$

а Φ_0 – квант магнитного потока. Для слоистой системы без джозефсоновского взаимодействия между слоями общее выражение для свободной энергии F имеет вид:

$$F = \frac{1}{8\pi} \int dV \left[(\text{rot } \mathbf{A})^2 + \left(\frac{4\pi}{c} \right)^2 \Lambda \sum_n \mathbf{J}_n^2(\mathbf{r}) \delta(z - z_n) \right]. \quad (1.4)$$

Векторный потенциал $\mathbf{A}(\mathbf{r}, z)$ и полный ток в n -ом слое $\mathbf{J}_n(\mathbf{r})$ для произвольной вихревой является суперпозицией вкладов всех N панкейков:

$$\mathbf{A}(\mathbf{r}, z) = \sum_{m=1}^N \mathbf{A}^m(\mathbf{r}, z), \quad \mathbf{J}_n(\mathbf{r}) = \sum_{m=1}^N \mathbf{J}_n^m(\mathbf{r}).$$

Для вычисления векторного потенциала $\mathbf{A}^m(\mathbf{r}, z)$, создаваемого панкейком в слое m применим метод, аналогичный используемому в работах [189, 190]. В области вне SC слоев векторный потенциал \mathbf{A}^m описывается уравнением Лапласа

$$\Delta \mathbf{A}^m(\mathbf{r}, z) = 0. \quad (1.5)$$

Выбирая калибровку $A_z^m = 0$, представим продольные компоненты векторного потенциала $\mathbf{A}^m = (A_x^m, A_y^m)$ в виде двумерного интеграла Фурье по пространственным гармоникам

$$\mathbf{A}^m(\mathbf{r}, z) = \frac{1}{(2\pi)^3} \int d\mathbf{q} e^{i\mathbf{q}\mathbf{r}} \mathbf{A}_q^m U^m(\mathbf{q}, z), \quad (1.6)$$

где функции $U^m(\mathbf{q}, z)$ имеют вид

$$U^m(\mathbf{q}, z) = \begin{cases} [\alpha_n^m \text{sh}q(z_{n+1} - z) + \alpha_{n+1}^m \text{sh}q(z - z_n)] / \text{sh}(qs), \\ \quad z_n < z < z_{n+1}, \quad n = 1 \dots N - 1, \\ \alpha_N^m \exp(-q(z - z_N)), \quad z \geq z_N, \\ \alpha_1^m \exp(q(z - z_1)), \quad z \leq z_1. \end{cases} \quad (1.7)$$

Выполняя преобразование Фурье в уравнении (1.2) получим:

$$\mathbf{J}_n^m(\mathbf{q}) = \frac{c}{4\pi\Lambda} [\Phi(\mathbf{q}) e^{i\mathbf{q}\mathbf{r}_n} \delta_{nm} - \mathbf{A}_q^m \alpha_n^m(\mathbf{q})], \quad (1.8)$$

где

$$\Phi(\mathbf{q}) = -i\Phi_0 \frac{[\mathbf{z}_0 \times \mathbf{q}]}{q^2}. \quad (1.9)$$

Ток в слое \mathbf{J}_n^m связан с разрывом продольной компоненты магнитного поля \mathbf{B}_{\parallel}^m по обе стороны от слоя:

$$\frac{4\pi}{c} \mathbf{J}_n^m = \mathbf{z}_0 \times [\mathbf{B}_{\parallel}^m(\mathbf{r}, z_n + 0) - \mathbf{B}_{\parallel}^m(\mathbf{r}, z_n - 0)] = \mathbf{z}_0 \times \left[\mathbf{z}_0 \times \frac{\partial \mathbf{A}^m}{\partial z} \right] \Big|_{z_n-0}^{z_n+0}. \quad (1.10)$$

Подставляя выражения (1.6), (1.7), (1.8) в уравнение (1.10), получим систему линейных алгебраических уравнений для коэффициентов α_n^m :

$$\begin{aligned} & h(q) \alpha_1^m - \alpha_2^m = \delta_{1m}, \\ & - \alpha_{n-1}^m + g(q) \alpha_n^m - \alpha_{n+1}^m = \delta_{nm}, \quad n = 2 \dots N-1, \\ & - \alpha_{N-1}^m + h(q) \alpha_N^m = \delta_{Nm}, \end{aligned} \quad (1.11)$$

где используются две новые функции, зависящие от волнового вектора q :

$$g(q) = 2 \operatorname{ch}(qs) + \frac{\operatorname{sh}(qs)}{\Lambda q}, \quad h(q) = \operatorname{ch}(qs) + \left(1 + \frac{1}{\Lambda q}\right) \operatorname{sh}(qs).$$

Подставляя решение системы линейных уравнений (1.11) в выражения (1.6) и (1.7), получим распределение векторного потенциала $\mathbf{A}^m(\mathbf{r}, z)$, создаваемого одиночным вихрем в m -ом слое структуры.

В отсутствии продольной компоненты внешнего магнитного поля ($\mathbf{B}_{\parallel} = 0$), относительное смещение вихрей в различных слоях структуры отсутствует: $\mathbf{R}_{mk} = \mathbf{r}_m - \mathbf{r}_k = 0$, т.е. под действием нормальной к поверхности пленки компоненты поля $\mathbf{B}_{\perp} \equiv \mathbf{B}$ формируется вертикальный набор панкейков.

1.1.2. Наклонный вихрь в пленке слоистого сверхпроводника

Рассмотрим случай слабого продольного поля $\mathbf{B}_{\parallel} = H_a \mathbf{y}_0$ ($H_a < H_{c1}^{\parallel}$), которое индуцирует в n -ом SC слое экранирующий мейснеровский ток $\mathbf{J}_n^M = J_n^M \mathbf{x}_0$. Используя выражение (1.10), получим следующую систему линейных алгебраических уравнений относительно амплитуд H_n

$$\begin{aligned} & \left(2 + \frac{s}{\Lambda}\right) H_1 - H_2 = H_a, \\ & - H_{n-1} + \left(2 + \frac{s}{\Lambda}\right) H_n - H_{n+1} = 0, \quad n = 2 \dots N-2, \\ & - H_{N-2} + \left(2 + \frac{s}{\Lambda}\right) H_{N-1} = H_a, \end{aligned} \quad (1.12)$$

описывающую распределение внешнего магнитного поля в слоистой структуре. Здесь $\mathbf{H}_n = H_n \mathbf{y}_0$ – магнитное поле в зазоре между n и $(n+1)$ слоями. Решая систему (1.12) получим искомое распределение экранирующего мейснеровского тока в слоях:

$$J_1^M = \frac{c}{4\pi} (H_1 - H_a), \quad J_n^M = \frac{c}{4\pi} (H_n - H_{n-1}), \quad n = 2 \dots N-1, \quad J_N^M = \frac{c}{4\pi} (H_a - H_{N-1}). \quad (1.13)$$

Сила Лоренца со стороны мейснеровского тока \mathbf{J}_n^M

$$\mathbf{F}_n^M = \frac{\Phi_0}{c} [\mathbf{J}_n^M \times \mathbf{z}_0] = \frac{\Phi_0}{c} J_n^M \mathbf{y}_0, \quad (1.14)$$

действующая на панкейк в слое n , вызывает его смещение из положения равновесия. Силу взаимодействия между панкейками k и m в стеке можно определить из выражения (1.8) для тока \mathbf{J}_k^m в k -ом слое, создаваемом вихрем, расположенном в m -ом слое:

$$\mathbf{F}_k^m = \frac{\Phi_0}{c} [\mathbf{J}_k^m \times \mathbf{z}_0] = \frac{\Phi_0^2}{8\pi^2 \Lambda \lambda_{\parallel}} \left\{ \frac{1}{R_{mk}} \delta_{mk} - \int_0^{\infty} dq J_1(qR_{mk}) \frac{\alpha_k^m(q) g(q)}{Z(q)} \right\} \frac{\mathbf{R}_{mk}}{R_{mk}}, \quad (1.15)$$

где $J_1(\zeta)$ – функция Бесселя первого рода, $\lambda_{\parallel}^2 = \Lambda s = \lambda^2 s / d$ – глубина проникновения для тока, текущего в плоскости слоев,

$$Z(q) = 1 + 2q\Lambda / \text{th}(qs),$$

а коэффициенты $\alpha_k^m(q)$ находятся из уравнений (1.11).

Для определения равновесной формы вихревой нити, устанавливающейся в N SC слоях в продольном поле \mathbf{B}_{\parallel} , рассмотрим релаксацию вертикального стека панкейков в положение равновесия, используя простейшую динамическую модель вязкого движения вихрей [85, 192, 193]

$$\eta \frac{d\mathbf{r}_n}{dt} = \sum_{m \neq n} \mathbf{F}_n^m + \mathbf{F}_n^M, \quad (1.16)$$

где η – коэффициент вязкости. В равновесной конфигурации суммарная сила, действующая на каждый из панкейков, должна обращаться в нуль, а движение вихрей в пленках прекращается:

$$\lim_{t \rightarrow \infty} \frac{d\mathbf{r}_n}{dt} = 0, \quad 1 \leq n \leq N.$$

На рис. 1.3 приведены результаты расчетов формы вихревых линий из панкейков для двух значений внешнего магнитного поля \mathbf{B}_{\parallel} и двух различных значений числа SC слоев: $N = 31$ (рис. 1.3а,б) и $N = 11$ (рис. 1.3с,д). Сила \mathbf{F}_n^M со стороны мейснеровского тока поворачивает и изгибает вихревую нить. Для достаточно слабых полей \mathbf{B}_{\parallel} поворот и изгиб вихря заканчивается формированием некоторой равновесной конфигурации панкейков в слоях (см. рис. 1.3а,с). Форма вихревой нити, соответствующая равновесной конфигурации панкейков, слабо зависит от числа слоев N . Для полей превышающих некоторое критическое значение H^* равновесная устойчивая конфигурация панкейков не существует, а вихревая нить разрывается на два сегмента, которые движутся в противоположных направлениях (см рис. 1.3б,д). Отсутствие равновесной конфигурации при $H > H^*$ связано с используемым здесь приближением, в котором мы пренебрегли джозефсоновским взаимодействием между слоями. Если учесть джозефсоновскую связь сверхпроводящих слоев, то равновесная конфигурация вихрей в слоях представляет собой два смещенных друг относительно друга сегмента вихревой нити, связанные фрагментом джозефсоновского вихря [194]. Заметим, что аналогичная

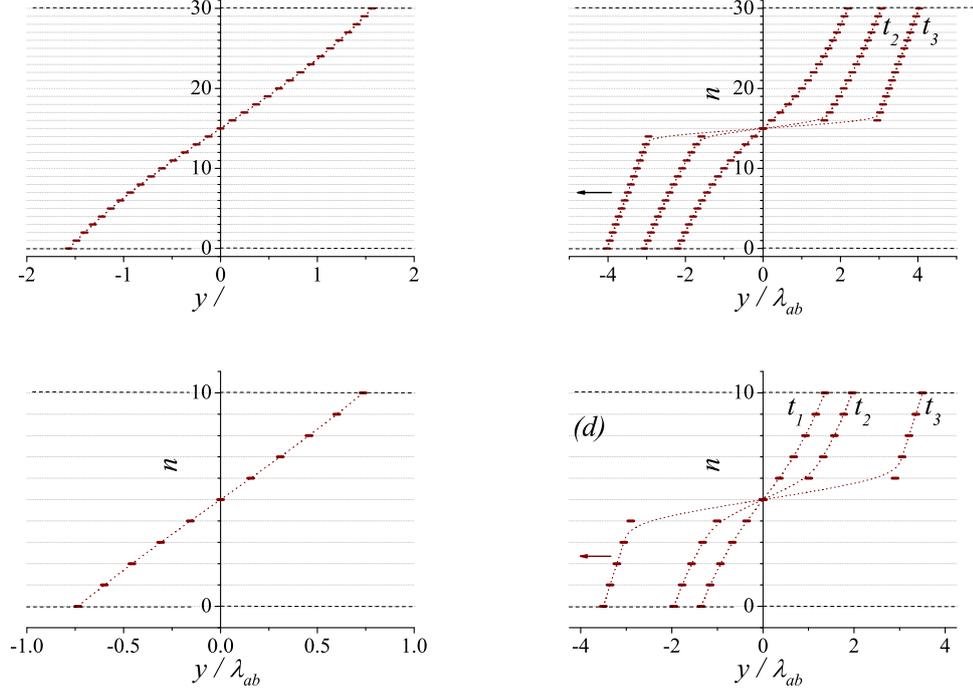


Рис. 1.3. Равновесная форма вихревых линий из $N = 31$ (панели *a*, *b*) и $N = 11$ (панели *c* и *d*) панкейков в присутствии продольного магнитного поля $\mathbf{B}_{\parallel} = H_a \mathbf{y}_0$. (а) Равновесная конфигурация панкейков для $H_a = 0.2H_0 < H^*$. (б) Конфигурация панкейков в последовательные моменты времени $t_1 < t_2 < t_3$ для $H_a = 0.22H_0 > H^*$. Для структуры из $N = 31$ SC слоев $H^* \simeq 0.21H_0$. (с) Равновесная конфигурация панкейков для $H_a = 0.35H_0 < H^*$. (d) Конфигурация панкейков в последовательные моменты времени $t_1 < t_2 < t_3$ для $H_a = 0.4H_0 > H^*$. Для структуры из $N = 11$ SC слоев $H^* \simeq 0.38H_0$. Здесь $H_0 = \Phi_0/2\pi\lambda_{\parallel}^2$, $\Lambda = 10\lambda_{\parallel}$, and $s = 0.1\lambda_{\parallel}$.

структура вихревой нити может быть создана и в том случае, если внешнее магнитное поле направлено перпендикулярно слоям, а поверхностные токи $J_{1,N}^M$ в верхнем и нижнем слоях равны по величине, но направлены противоположно друг другу и не превышают критическое значение J_c , которое зависит от параметров многослойной структуры и внешнего магнитного поля [190, 195, 196]. Подобные эксперименты [197–200], основанные на идее трансформатора постоянного тока (DC flux transformer [201, 202])², использовались для изучения строения вихревой материи в слоистых ВТСП материалах и фазовых переходов между различными конфигурациями вихрей в них.

Для определения критического поля H^* были выполнены расчеты формы и динамики вихревой нити на сетке значений внешнего магнитного поля с шагом $\delta H_a = 0.01H_0$

² Оригинальная версия трансформатора постоянного тока, была предложена Гиавером (Giaever) [201, 202] для исследования поведения вихрей в двух сверхпроводящих пленках, разделенных тонким изолирующим слоем, в магнитном поле, перпендикулярном поверхности пленок. (см. также [85]).

($H_0 = \Phi_0/2\pi\lambda_{\parallel}^2$). Значение H^* существенно зависит от числа слоев N , растет с уменьшением числа SC слоев (толщины SC пленки) и составляет $H^* \simeq 0.21H_0$ и $H^* \simeq 0.38H_0$ для $N = 31$ и $N = 11$, соответственно. Отметим, однако, что продольное магнитное поле \mathbf{B}_{\parallel} проникает в слоистый сверхпроводник со слабым джозефсоновским взаимодействием между слоями в виде решетки вихрей Джозефсона при заметно меньших значениях $H_a \sim H_{c1}^{\parallel} \ll H^*$. В результате, наклонное магнитное поле чаще проникает в слоистый сверхпроводник не в виде наклонных к слоям наборов из панкейков, а в виде пересекающихся решеток вихрей Джозефсона и перпендикулярных к слоям вихревых нитей, состоящих из панкейков [90, 102, 108]. Взаимодействие панкейков с продольным магнитным полем в форме вихрей Джозефсона вызывают деформацию вихревой нити в виде зигзага [118]. Деформированные таким образом наборы 2D вихрей притягиваются друг к другу на больших расстояниях аналогично наклонным вихрям [186, 187]. Подробно притяжение на больших расстояниях между зигзаг-деформированными вихревыми линиями в режиме пересекающихся решеток вихрей изучено в разделе 1.3.

1.1.3. Потенциал взаимодействия двух наклонных вихрей

Вычислим потенциал взаимодействия двух наклонных наборов 2D вихрей в тонкой пленке слоистого сверхпроводника с учетом двух дальнедействующих эффектов: притяжения вихрей [94, 95] и эффекта Пирла [116]. Ограничимся случаем параллельных вихревых линий, смещенных на вектор \mathbf{R} в плоскости слоев. Используя калибровку $\text{div} \mathbf{A} = 0$ и преобразование Фурье

$$\mathbf{A}(\mathbf{q}, k) = \int d^2\mathbf{r} dz e^{i\mathbf{q}\mathbf{r} + ikz} \mathbf{A}(\mathbf{r}, z), \quad (1.17)$$

$$\mathbf{A}_n(\mathbf{q}) = \int d^2\mathbf{r} e^{i\mathbf{q}\mathbf{r}} \mathbf{A}(\mathbf{r}, z_n), \quad \mathbf{J}_n(\mathbf{q}) = \int d^2\mathbf{r} e^{i\mathbf{q}\mathbf{r}} \mathbf{J}_n(\mathbf{r}), \quad (1.18)$$

можно следующим образом записать уравнение (1.1) в импульсном представлении:

$$(q^2 + k^2) \mathbf{A}(\mathbf{q}, k) = \frac{1}{\Lambda} \sum_n (\Phi_n(\mathbf{q}) - \mathbf{A}_n(\mathbf{q})) e^{ikn_s}, \quad (1.19)$$

где $\Phi_n(\mathbf{q}) = \Phi(\mathbf{q}) e^{i\mathbf{q}\mathbf{r}_n}$. Используя соотношение

$$2\pi \mathbf{A}_n(\mathbf{q}) = \int dk e^{ikz_n} \mathbf{A}(\mathbf{q}, k),$$

получим из (1.19) следующее уравнение относительно Фурье компонент векторного потенциала $\mathbf{A}_n(\mathbf{q})$:

$$2q\Lambda \mathbf{A}_n = \sum_m (e^{i\mathbf{q}\mathbf{r}_m} \Phi(\mathbf{q}) - \mathbf{A}_m) e^{-|n-m|qs}. \quad (1.20)$$

Уравнение (1.20) удобно переписать в скалярной форме

$$f_n + \frac{1}{2q\Lambda} \sum_m e^{-|n-m|qs} f_m = e^{i\mathbf{q}\mathbf{r}_n}, \quad (1.21)$$

если ввести новые функции $f_n(\mathbf{q})$:

$$\mathbf{J}_n(\mathbf{q}) = \frac{c}{4\pi\Lambda} (\Phi_n(\mathbf{q}) - \mathbf{A}_n(\mathbf{q})) = \frac{c}{4\pi\Lambda} \Phi(\mathbf{q}) f_n(\mathbf{q}). \quad (1.22)$$

Решение системы алгебраических уравнений (1.21) f_n ($n = 1 \dots N$) для заданного расположения панкейков \mathbf{r}_n позволяет вычислить распределение векторного потенциала $\mathbf{A}(\mathbf{r}, z)$, создаваемого произвольной вихревой нитью, пронизывающей конечную стопку сверхпроводящих слоев. Для двух вихревых нитей суммарный векторный потенциал и суммарный экранирующий ток являются суперпозицией вкладов от первого ($\mathbf{A}_n^{(1)}, \mathbf{J}_n^{(1)}$) и второго ($\mathbf{A}_n^{(2)}, \mathbf{J}_n^{(2)}$) вихрей, соответственно:

$$\mathbf{A}_n(\mathbf{q}) = \mathbf{A}_n^{(1)}(\mathbf{q}) + \mathbf{A}_n^{(2)}(\mathbf{q}), \quad \mathbf{J}_n(\mathbf{q}) = \mathbf{J}_n^{(1)}(\mathbf{q}) + \mathbf{J}_n^{(2)}(\mathbf{q}).$$

Выражение для свободной энергии F (1.4) слоистой системы без джозефсоновского взаимодействия в импульсном представлении имеет вид:

$$F = \frac{1}{32\pi^3\Lambda} \sum_n \int d^2\mathbf{q} (\Phi_n(\mathbf{q}) - \mathbf{A}_n(\mathbf{q})) \Phi_n(-\mathbf{q}). \quad (1.23)$$

Для определения энергии взаимодействия двух вихрей ε_{int} , в выражении (1.23) следует учесть только "перекрестные" слагаемые, которые содержат произведение полей, создаваемых разными вихрями:

$$\varepsilon_{int} = \frac{1}{32\pi^3\Lambda} \sum_n \int d^2\mathbf{q} \{ [\Phi_n^{(1)}(\mathbf{q}) - \mathbf{A}_n^{(1)}(\mathbf{q})] \Phi_n^{(2)}(-\mathbf{q}) + [\Phi_n^{(2)}(\mathbf{q}) - \mathbf{A}_n^{(2)}(\mathbf{q})] \Phi_n^{(1)}(-\mathbf{q}) \}. \quad (1.24)$$

Для рассматриваемого здесь случая двух параллельных вихревых нитей, смещенных на вектор $\mathbf{R} = \mathbf{r}_n^{(2)} - \mathbf{r}_n^{(1)}$ ($n = 1 \dots N$) в (xy) -плоскости, можно следующим образом записать энергию взаимодействия ε_{int} через скалярные функции $f_n(\mathbf{q})$ (1.21):

$$\varepsilon_{int}(\mathbf{R}) = \frac{\Phi_0^2}{16\pi^3\Lambda} \int \frac{d^2\mathbf{q}}{q^2} \cos(\mathbf{q}\mathbf{R}) \sum_n f_n(\mathbf{q}) e^{-i\mathbf{q}\mathbf{r}_n}. \quad (1.25)$$

Окончательно, выражения (1.21) и (1.25) определяют зависимость энергии взаимодействия двух одинаковых изогнутых стеков вихрей в пленке слоистого сверхпроводника от их относительного смещения \mathbf{R} .

Пренебрегая слабым искривлением вихревой нити у поверхности пленки (см. раздел 1.1.2), будем считать что центры панкейков в каждом из стеков расположены на прямой

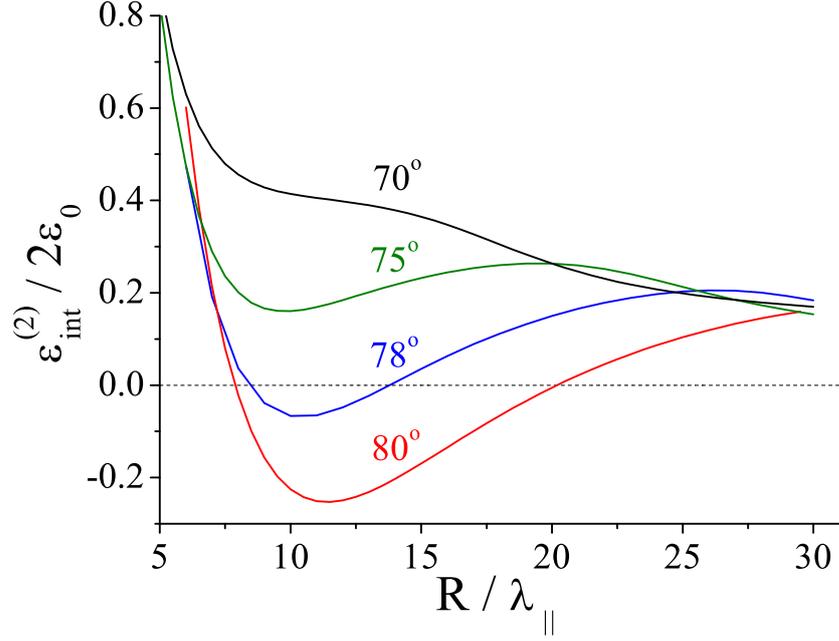


Рис. 1.4. Типичные зависимости энергии взаимодействия между наклонными вихрями ε_{int} (1.26), (1.27) от расстояния R в пленке слоистого сверхпроводника толщиной $D = 3\lambda_{\parallel}$ для различных углов наклона вихревой нити $\gamma = 70^\circ, 75^\circ, 78^\circ, 80^\circ$ [$\varepsilon_0 = \Phi_0^2 / 16\pi^3 \lambda_{\parallel}$].

линии под углом γ к оси анизотропии \mathbf{c} (ось z): $\mathbf{r}_n = ns \operatorname{tg} \gamma \mathbf{y}_0$. Ограничимся в дальнейшем непрерывным пределом ($qs \ll 1$ и $q_y s \operatorname{tg} \gamma \ll 1$), при котором выражения (1.21) и (1.25) значительно упрощаются и могут быть записаны в виде (см. Приложение 1.5.1):

$$\varepsilon_{int}(\mathbf{R}) = \frac{\Phi_0^2}{16\pi^3 \lambda_{\parallel}} \int d^2 \mathbf{q} \cos(\mathbf{q} \mathbf{R}) S(\mathbf{q}), \quad (1.26)$$

$$S(\mathbf{q}) = \frac{1}{\lambda_{\parallel} q^2} \left\{ D \frac{p^2 + k^2}{1 + p^2} + \frac{2(1 - k^2) [k(1 - p^2) \operatorname{sh} L + (k^2 - p^2)(\operatorname{ch} L - \cos(pL)) + 2kp \sin(pL)]}{\sqrt{q^2 + \lambda_{\parallel}^{-2}} (1 + p^2)^2 [2k \operatorname{ch} L + (1 + k^2) \operatorname{sh} L]} \right\}, \quad (1.27)$$

где

$$L = D \sqrt{q^2 + \lambda_{\parallel}^{-2}}, \quad k = q / \sqrt{q^2 + \lambda_{\parallel}^{-2}}, \quad p = q_y \operatorname{tg} \gamma / \sqrt{q^2 + \lambda_{\parallel}^{-2}}, \quad (1.28)$$

и $D = (N - 1)s$ – толщина сверхпроводящей пленки. Первое слагаемое в выражении (1.27) описывает взаимодействие вихрей в массивном слоистом сверхпроводнике, а второе учитывает влияние поверхности пленки.

Поскольку минимум энергии ε_{int} реализуется при $R_x = 0$, на рис. 1.4 приведены типичные зависимости энергии взаимодействия $\varepsilon_{int}(R_x = 0, R_y = R)$ от расстояния между вихрями R для $D = 3\lambda_{\parallel}$, которое соответствует условиям экспериментов по лоренцевской

микроскопии вихрей в YBCO [A7] и Bi-2212 [105]. Анализируя зависимость $\varepsilon_{int}(R)$, можно выделить три основных вклада в энергию межвихревого взаимодействия: (i) короткодействующее отталкивание экспоненциально спадающее с увеличением расстояния R для $R > \lambda_{\parallel}$); (ii) специфическое притяжение между наклонными вихрями, характерное для анизотропных сверхпроводников; член в ε_{int} , ответственный за притяжение, спадает как R^{-2} и существенно зависит от угла γ между направлением вихревой нити и осью анизотропии \mathbf{c} ; (iii) дальнедействующее пирловское отталкивание, связанное с полями рассеяния вихря вне сверхпроводника и спадающее как R^{-1} . Заметим, что пирловское отталкивание существенно и для толстых образцов $D \gg \lambda_{\parallel}$ [116], хотя в этом случае объемный вклад, пропорциональный длине вихревой нити (т.е. $\sim D/\cos\gamma$), несомненно доминирует. На расстояниях $R \gg \lambda_{\parallel}$ короткодействующее отталкивание пренебрежимо мало, и зависимость $\varepsilon_{int}(R)$ (1.26), (1.27) от расстояния R можно представить в виде:

$$\varepsilon_{int} \simeq \frac{\Phi_0^2}{8\pi^2} \left(-\frac{D_{eff} \operatorname{tg}^2\gamma}{R^2} + \frac{2}{R} \right), \quad (1.29)$$

где $D_{eff} = D - 2\lambda_{\parallel} \operatorname{th}(D/2\lambda_{\parallel})$ – эффективная толщина SC пленки. Из выражения (1.29) легко проследить конкуренцию между дальнедействующими силами притяжения (первое слагаемое) и отталкивания (второе слагаемое). Поскольку величина λ_{\parallel} растет с повышением температуры T , эффективная толщина D_{eff} и, соответственно, сила притяжения уменьшаются при приближении T к критической температуре T_c . Для больших значений межвихревого расстояния R энергия ε_{int} всегда убывает с ростом R , что означает преобладание отталкивания при больших R , подобного эффекту Пирла в тонкой пленке сверхпроводника [116]. С уменьшением расстояния R становится существенным взаимное притяжение вихрей из-за анизотропии, и энергия ε_{int} (1.29) уменьшается и становится отрицательной при $R^* \simeq 0.5D_{eff} \operatorname{tg}^2\gamma$. Такое поведение ведет к появлению локального минимума потенциала взаимодействия, соответствующего формированию стабильной конфигурации пары наклонных вихрей. Конечно, минимум энергии ε_{int} появляется, если притяжение вихрей оказывается достаточно сильным и $R^* > \lambda_{\parallel}$, что приводит к следующему ограничению:

$$\operatorname{tg}^2\gamma > \operatorname{tg}^2\gamma_c = 2\lambda_{\parallel}/D_{eff}. \quad (1.30)$$

Критерий (1.30) устанавливает интервал углов наклона $\gamma > \gamma_c$ для которых возможно формирование плотных цепочек вихрей в тонкой пленке слоистого сверхпроводника. Заметим, однако, что при больших углах наклона наклонная вихревая нить становится неустойчивой относительно разбиения на отдельные сегменты. Такая неустойчивость возникает прежде всего из-за пренебрежения джозефсоновским взаимодействием между слоями и [194].

1.2. Вихревые кластеры (молекулы) и многоквантовые решетки наклонных вихрей в тонкой пленке слоистого сверхпроводника

Необычный вид потенциала взаимодействия двух наклонных вихрей $\varepsilon_{int}(R)$ (1.26), (1.27) в тонкой пленке слоистого сверхпроводника создает возможность формирования нетипичных вихревых структур: цепочек вихрей конечной длины (вихревые кластеры или молекулы) и вихревых решеток с несколькими квантами магнитного потока в элементарной ячейке (многоквантовые решетки).

1.2.1. Вихревые цепочки конечной длины

Качественное изменение характера взаимодействия (притяжение) между вихрями в массивных слабо анизотропных сверхпроводниках [94, 95] приводит к формированию плотных бесконечных цепочек вихрей [100, 101], которые неоднократно наблюдались в различных экспериментах [104–106]. Однако, даже в случае больших углов наклона вихревых нитей ($\gamma > \gamma_c$), формирование бесконечных цепочек вихрей в тонких пленках может оказаться невозможным. Несмотря на то, что пара соседних вихрей в цепочке притягиваются друг к другу, увеличение числа вихрей в цепочке становится энергетически невыгодным, поскольку сила пирловского отталкивания вихрей в тонких пленках спадает медленнее, чем сила притяжения. В этом случае появляется возможность формирования цепочек с небольшим числом вихрей, т.е. вихревых кластеров или молекул.

Энергия когезии вихревой молекулы, состоящей из M вихрей, определяется очевидным выражением

$$\varepsilon_{int}^{(M)} = \sum_{i>j}^M \varepsilon_{int}(R_{ij}) \quad (1.31)$$

где потенциал $\varepsilon_{int}(R)$ определяется выражениями (1.26) и (1.27), а R_{ij} – расстояние между i -ым and j -ым вихрями в цепочке.

На рис. 1.5 показаны типичные зависимости энергии взаимодействия в эквидистантной цепочке из M наклонных вихрей (в расчете на один вихрь) от расстояния между соседними вихрями R в пленке слоистого сверхпроводника для различных углов наклона вихревой нити. Энергетически выгодное количество вихрей в такой молекуле, определяемое из условия минимума энергии $\varepsilon_{int}^{(M)}/M$, растет с увеличением толщины пленки D и/или угла наклона вихревой нити γ . На вставках к рис. 1.5 схематично показана структура вихревой материи, состоящей из вихревых димеров и тримеров. В случае достаточно толстых пленок ($D \gg \lambda_{||}$) пирловское отталкивание вихрей становится несущественным, и размер вихревого кластера

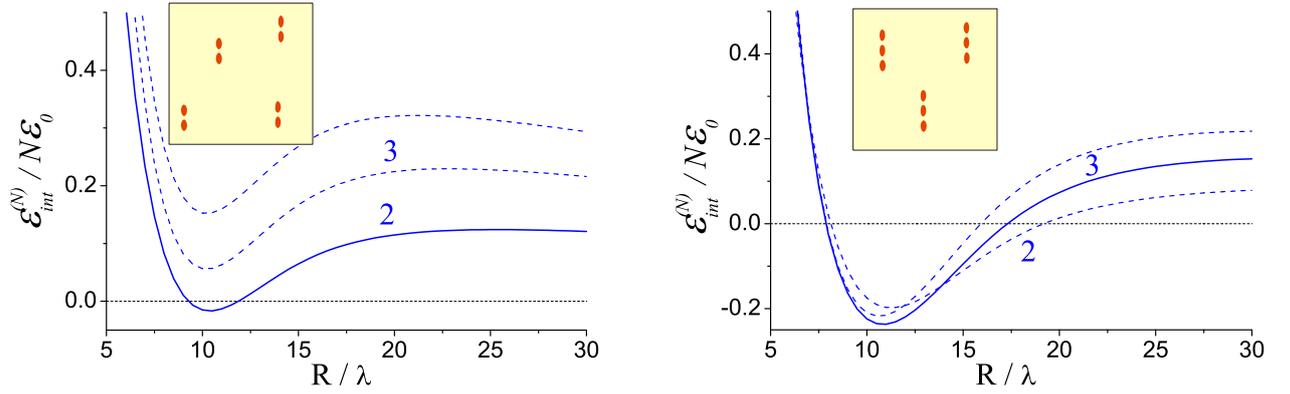


Рис. 1.5. Типичные зависимости энергии взаимодействия в эквидистантной цепочке N наклонных вихрей $\varepsilon_{int}^{(N)}$ (1.26), (1.27), (1.31) от межвихревого расстояния R в пленке слоистого сверхпроводника толщиной $D = 3\lambda_{\parallel}$ для различных углов наклона вихревой нити: (a) $\gamma = 78^\circ$, (b) $\gamma = 80^\circ$. Цифра рядом с кривой обозначает число M вихрей в цепочке. На вставках схематично показана структура вихревого состояния, образованного из вихревых молекул – димеров и тримеров, состоящих из двух вихрей (a) и трех вихрей (b), соответственно $[\varepsilon_0 = \Phi_0^2/16\pi^3\lambda_{\parallel}]$.

будет ограничен только размерами образца, т.е. формируется типичная для массивных образцов бесконечная цепочка вихрей. Образование подобной бесконечной цепочки вихрей в целом напоминает процесс полимеризации вихревых молекул. Конечно, на переход из состояния с отдельными вихревыми молекулами в состояние с "бесконечной" цепочкой вихрей сильное влияние оказывает увеличение средней концентрации вихрей, которая зависит от перпендикулярной слоям компоненты внешнего магнитного поля B_z . Можно ожидать, что подобный переход будет иметь место, когда среднее расстояние между вихрями оказывается порядка размера молекулы. Поэтому наблюдение отдельных вихревых молекул возможно лишь в достаточно слабом перпендикулярном поле и будет, вероятно, затруднено влиянием собственного пиннинга вихрей.

1.2.2. Фазовые переходы в решетках вихрей

Рассмотрим теперь как влияют особенности межвихревого взаимодействия в тонкой пленке слоистого сверхпроводника на структуру вихревого состояния, если перпендикулярная компонента внешнего магнитного поля $B_z = \Phi_0/A_0$ не слишком мала, так что характерное расстояние между вихрями $\sqrt{A_0}$ попадает в интервал притяжения вихрей. Ограничимся анализом свойств регулярной решетки вихрей, когда образование отдельных вихревых кластеров соответствует переходам с изменением числа вихрей в элементарной ячейке решетки

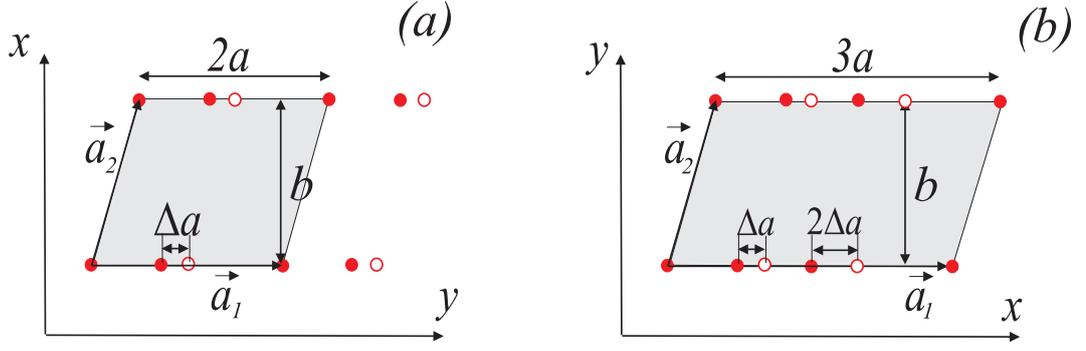


Рис. 1.6. Структура многоквантовой решетки вихрей с $M = 2$ (a) и $M = 3$ (b) вихрями в элементарной ячейке.

с площадью A_0 . Механизм, ответственный за такие фазовые переходы, связан со специфическим видом потенциала взаимодействия пары наклонных вихрей $\varepsilon_{int}(R)$ (1.26), (1.27) (см. рис. 1.4). Существование минимума на зависимости $\varepsilon_{int}(R)$ создает условия, при которых многоквантовая решетка вихрей становится энергетически более выгодной, чем обычная решетка Абрикосова с одним квантом магнитного потока на элементарную ячейку.

Как и прежде, для анализа фазовых переходов в решетках наклонных вихрей воспользуемся изложенной в разделе 1.1.1 моделью пленки слоистого сверхпроводника, состоящей из N тонких не взаимодействующих SC слоев. Рассмотрим решетку вихревых нитей, положение которых в плоскости пленки определяется векторами трансляции $\mathbf{T} = i \mathbf{a}_1 + j \mathbf{a}_2$, где $\mathbf{a}_{1,2}$ – основные вектора, порождающие решетку. Будем считать, что в элементарной ячейке с площадью $A_0 = [\mathbf{a}_1 \times \mathbf{a}_2] \cdot \mathbf{z}_0$ находится M вихрей ($B_z A_0 = M \Phi_0$), положения которых заданы векторами \mathbf{r}_m ($m = 1 \dots M$) (см. рис. 1.6). Энергию взаимодействия наклонных вихрей в элементарной ячейке можно следующим образом выразить через потенциал парного взаимодействия вихрей друг с другом $\varepsilon_{int}(R)$ (1.26), (1.27):

$$\varepsilon_c(\mathbf{r}_{mk}, \mathbf{T}) = \sum_{m, k \neq m}^M \varepsilon_{int}(\mathbf{r}_{mk}) + \sum_{\mathbf{T} \neq 0} \sum_{m, k}^M \varepsilon_{int}(\mathbf{T} + \mathbf{r}_{mk}). \quad (1.32)$$

Энергия взаимодействия (1.32) зависит как от относительного расположения вихрей в элементарной ячейке $\mathbf{r}_{mk} = \mathbf{r}_m - \mathbf{r}_k$, так и от структуры вихревой решетки, определяемой вектором трансляции \mathbf{T} . Первое слагаемое в (1.32) описывает взаимодействие вихрей, принадлежащих одной (выбранной) элементарной ячейке, без учета влияния остальных вихрей решетки. Второе слагаемое в (1.32) учитывает вклад в энергию ε_c от взаимодействия вихрей из выбранной ячейки с остальными вихрями решетки. Используя формулу Пуассона, запишем энергию взаимодействия (1.32) через Фурье-компоненты

$$\varepsilon_c = \frac{\Phi_0^2}{16\pi^3 \lambda_{||}} \left[\frac{4\pi^2}{A_0} \sum_{\mathbf{Q}} \sum_{m, k}^M S(\mathbf{Q}) \cos(\mathbf{Q} \mathbf{r}_{mk}) - M \int d^2 \mathbf{q} S(\mathbf{q}) \right], \quad (1.33)$$

где функция $S(\mathbf{q})$ определяется выражением (1.27), а \mathbf{Q} – вектор обратной решетки. Сумма и интеграл в формуле (1.33) расходятся при $\mathbf{Q} = 0$ и при больших значениях \mathbf{Q} . Длинноволновая расходимость выражения энергии ε_c (1.33) при малых \mathbf{Q} связана с медленным ($1/R$) спаданием потенциала $\varepsilon_{int}(\mathbf{R})$ (1.29), что приводит к линейной зависимости энергии (1.32) от геометрического размера системы в плоскости слоев. Логарифмическая расходимость ε_c (1.33) при больших \mathbf{Q} , как обычно для лондоновского приближения, связана с собственной энергией каждого из вихрей.

Для определенности ограничимся анализом неустойчивости решетки вихрей относительно удвоения и утроения периода, т.е. формирование вихревых решеток с двумя ($M = 2$) и тремя ($M = 3$) вихрями в элементарной ячейке. Полагая, что направление оси y совпадает с направлением продольной компоненты внешнего поля, учтём сдвиг вихревых подрешеток вдоль y заданием следующих подходящих векторов обратной решетки:

$$\mathbf{Q}_{ij} = \frac{2\pi}{b} (i - j/4) \mathbf{x}_0 + \frac{\pi}{a} j \mathbf{y}_0, \quad i, j = 0, \pm 1, \pm 2, \dots, \quad (1.34)$$

$$\mathbf{Q}_{ij} = \frac{2\pi}{b} (i - j/6) \mathbf{x}_0 + \frac{2\pi}{3a} j \mathbf{y}_0, \quad i, j = 0, \pm 1, \pm 2, \dots \quad (1.35)$$

для $M = 2$ и $M = 3$, соответственно. Выражения (1.34) и (1.35) предполагают формирование фрагмента эквидистантной цепочки вихрей внутри элементарной ячейки. Перпендикулярная слоям компонента внешнего поля \mathbf{B}_z определяет площадь элементарной ячейки: $A_0 = 2ab$ для $M = 2$ и $A_0 = 3ab$ для $M = 3$. При фиксированном значении площади ячейки A_0 , энергия взаимодействия ε_c (1.33) зависит только от двух параметров: (i) отношения $\sigma = b/a$, которое показывает насколько сильно решетка отличается от обычной треугольной; (ii) относительного смещения Δa подрешеток вихрей вдоль оси y (см. рис. 1.6). Чтобы избавиться от длинноволновой расходимости в (1.33) при $Q = 0$, рассмотрим как зависит от смещения подрешеток вихрей разность энергий взаимодействия для двух конфигураций:

$$\Delta\varepsilon_c(\Delta a) = \min_{\sigma} \{\varepsilon_c(\sigma, \Delta a)\} - \min_{\sigma} \{\varepsilon_c(\sigma, 0)\}. \quad (1.36)$$

Результаты численных расчетов изменения энергии $\Delta\varepsilon_c$ в зависимости от относительного смещения Δa подрешеток вихрей приведены на рисунке 1.7а. Легко видеть, что положение минимума функции $\Delta\varepsilon_c(\Delta a)$ зависит от угла наклона вихревой нити γ , что свидетельствует о возможности фазового перехода с удвоением или утроением элементарной ячейки при изменении угла γ . При этом мультипликация элементарной ячейки сопровождается заметным изменением деформационного отношения $\sigma = b/a$ (см. рис. 1.7б).

Заметим, что изученный в разделах 1.1 и 1.2 механизм притяжения вихрей и формирования вихревых молекул применим скорее для умеренно анизотропных сверхпроводников

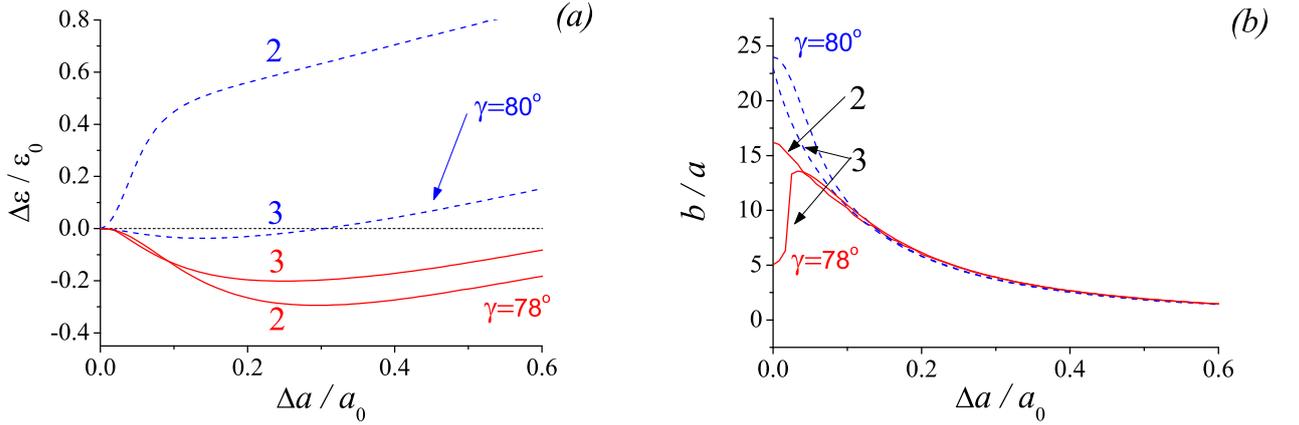


Рис. 1.7. (а) Зависимость разности энергии $\Delta\varepsilon_c$ от относительного смещения Δa подрешеток вихрей для двух значений угла наклона вихревой нити $\gamma = 78^\circ$ (сплошная линия) и $\gamma = 80^\circ$ (пунктирная линия) и двух значений числа квантов в ячейке $M = 2, 3$. (б) Зависимость деформационного отношения σ от относительного смещения Δa подрешеток вихрей для двух значений угла наклона вихревой нити $\gamma = 78^\circ$ (сплошная линия) и $\gamma = 80^\circ$ (пунктирная линия) и двух значений числа квантов в ячейке $M = 2, 3$. Цифра рядом с кривой обозначает число вихрей M в элементарной ячейке. [$D = 3\lambda_{\parallel}$; $a_0 = 60\lambda_{\parallel}$]

(таких как NbSe_2 и YBaCuO), когда наклонное к оси анизотропии внешнее магнитное поле проникает в сверхпроводник в виде практически прямолинейных вихревых нитей. Для описания свойств вихревой материи в таких системах более адекватна стандартная непрерывная модель Лондонов с анизотропным тензором масс (см., например, [91, 203]. Выполненные в [A8] численные расчеты равновесной формы вихревой нити и энергии взаимодействия вихрей в тонкой пленке анизотропного сверхпроводника с учетом эффекта Пирла показали, что притяжение между наклонными вихрями и образование вихревых молекул возможно лишь в ограниченном диапазоне углов наклона вихревой нити γ , если параметр анизотропии превышает пороговое значение $\Gamma \gtrsim 10 \cdots 20$, зависящее от толщины пленки D .

1.3. Притяжение деформированных вихревых нитей в режиме пересекающихся решеток вихрей

Для сильно анизотропных (слоистых) сверхпроводников таких как $\text{Bi}_2\text{Sr}_2\text{CaCu}_2\text{O}_{8+\delta}$ (BSCCO) магнитное поле, направленное под углом к слоям, чаще проникает в объем не в виде наклонных вихревых нитей, а формирует пересекающиеся решетки из вихрей Джозефсона и перпендикулярных к слоям вихревых нитей из панкейков [90, 102, 108]. Взаимодействие панкейков с продольным магнитным полем вихря Джозефсона вызывает деформацию вихревой нити в виде зигзага [118], а деформированные таким образом вихри притягиваются друг к другу на больших расстояниях [186, 187]. Как и в случае наклонных вихрей, эффект Пирла качественно модифицирует потенциал взаимодействия двух деформированных вихревых нитей в тонкой пленке слоистого сверхпроводника толщиной D . В данном разделе найдены условия, при которых деформированные вихри притягиваются друг к другу и возможно формирование плотных цепочек вихрей в условиях, соответствующих режиму пересекающихся вихревых решеток. Применительно к BSCCO, рассмотрим слоистый сверхпроводник с большим параметром анизотропии $\Gamma = \lambda_{\perp}/\lambda_{\parallel} \gg 1$, используя, как и прежде, модель невзаимодействующих тонких SC слоев, описанную в разделе 1.1.1, которая адекватна для описания вихревых структур в пределе слабого джозефсоновского взаимодействия между слоями ($\lambda_J = \Gamma s \gg \lambda_{\parallel}$) [182].

1.3.1. Деформация вихревой нити в пленке слоистого сверхпроводника

Прежде всего найдем равновесную конфигурацию вихревой нити, состоящей из панкейков, в слоистой системе в присутствии вихрей Джозефсона (JVs). Продольное магнитное поле $\mathbf{B}_{\parallel} = B_{\parallel}\mathbf{x}_0$ формирует треугольную решетку вихрей Джозефсона, которые взаимодействуют с вихрями, локализованными в слоях [102, 118]. Из-за очень большой анизотропии ($\Gamma \gg 1$) решетка вихрей Джозефсона оказывается сильно сжатой вдоль оси z , совпадающей с нормалью к сверхпроводящим плоскостям (ось анизотропии кристалла c). В пределе сильного продольного поля $B_{\parallel} > H_J = \Phi_0/\Gamma s^2$ все джозефсоновские переходы между слоями равномерно заполнены вихрями, которые образуют плотную треугольную решетку. Период решетки вдоль оси z равен $2s$, что существенно меньше периода вдоль оси y : $a = \Phi_0/B_{\parallel}s \ll \lambda_J$. Создаваемые плотной треугольной решеткой JVs токи в слоях вызывают смещения панкейков вдоль оси x [102], так что центры вихрей, образующих вихревую нить, имеют вид ломаной линии (зигзага), как показано на рис. 1.8.

Как и прежде, для описания пленки слоистого сверхпроводника толщиной D в пре-

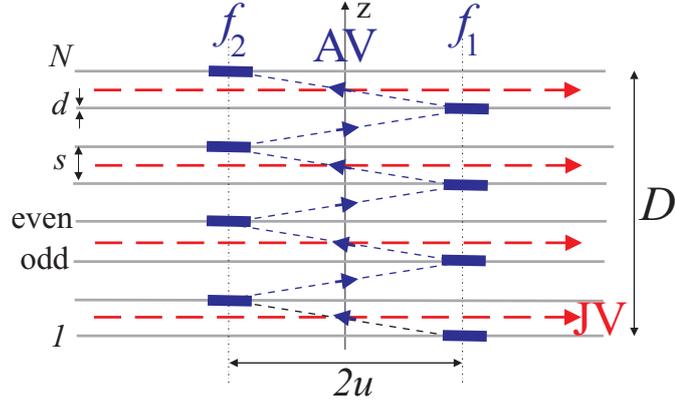


Рис. 1.8. Зигзаг-деформация набора панкейков из-за взаимодействия с вихрями Джозефсона в сильном продольном магнитном поле ($B_{\parallel} > H_J$), направленном вдоль оси x . Здесь d – толщина SC слоя; s – расстояние между слоями; $n = 1 \dots N$ – порядковый номер слоя; u – амплитуда зигзаг-деформации. Вихри Джозефсона показаны красными пунктирными стрелками.

деле сильной анизотропии ($\Gamma \gg 1$) рассмотрим конечную стопку из N тонких SC слоев, расположенных на расстоянии s друг от друга, пренебрегая джозефсоновским взаимодействием слоев. Вихревая нить, созданная \mathbf{B}_{\perp} компонентой поля, пронизывает пленку и состоит из последовательности панкейков (по одному в каждом из слоев) с центром в точке $\mathbf{r}_n = x_n \mathbf{x}_0 + y_n \mathbf{y}_0$ n -ого слоя. Детали используемой модели и основные уравнения приведены в разделе 1.1.1. Для определения равновесной формы вихревой нити, устанавливающейся в N SC слоях под действием токов, индуцируемых в слоях плотной решеткой вихрей Джозефсона, рассмотрим релаксацию вертикального набора панкейков в положение равновесия, используя простейшую динамическую модель вязкого движения вихрей [85, 192]

$$\eta \frac{d\mathbf{r}_n}{dt} = \sum_{m \neq n} \mathbf{F}_n^m + \mathbf{F}_n^J. \quad (1.37)$$

Здесь η – коэффициент вязкости, \mathbf{F}_n^m – сила взаимодействия между панкейками n и m в стеке (1.15), и

$$\mathbf{F}_n^J = \frac{\Phi_0}{c} [\mathbf{J}_n \times \mathbf{z}_0]$$

– суммарная сила Лоренца, действующая на вихрь в n -ом слое со стороны всех вихрей Джозефсона. Суммарный ток \mathbf{J}_n , создаваемый в n -ом слое плотной решеткой вихрей Джозефсона, определяется следующими уравнениями непрерывности [182]

$$\begin{aligned} dJ_1/dy &= j_0 \sin \theta_1, & dJ_N/dy &= -j_0 \sin \theta_{N-1} \\ dJ_n/dy &= j_0 (\sin \theta_n - \sin \theta_{n-1}), & n &\neq 1, N, \end{aligned} \quad (1.38)$$

где $j_0 = c\Phi_0/8\pi^2\Gamma\lambda_{\parallel}^2\lambda_J$ – критическая плотность тока джозефсоновских переходов между слоями, $\theta_n = \phi_{n+1} - \phi_n - (2\pi s/\Phi_0)A_z$ – калибровочно инвариантная разность фаз между n и

$(n+1)$ слоями, и $\phi_n(y)$ – распределение фазы сверхпроводящего параметра порядка в n слое. В отсутствие продольного магнитного поля и вихрей Джозефсона, панкейки формируют вертикальную вихревую нить, а их относительное смещение отсутствует: $\mathbf{R}_{mk} = \mathbf{r}_m - \mathbf{r}_k = 0$. Для конфигурации решетки вихрей Джозефсона, показанной на рис. 1.8, в пределе сильного продольного поля $B_{\parallel} > H_J$ JVs сильно перекрываются, и можно положить:

$$\theta_n = 2\pi y/a + \pi(n-1). \quad (1.39)$$

Для распределения разности фаз θ_n (1.39), силу Лоренца $\mathbf{F}_n^J = F_n^J \mathbf{x}_0$, действующую со стороны вихрей Джозефсона на панкейк в n -ом слое можно записать в виде:

$$F_1^J = F_0/2, \quad F_N^J = -(-1)^N F_0/2, \quad F_n^J = -(-1)^n F_0, \quad n \neq 1, N, \quad (1.40)$$

где амплитуда силы

$$F_0 = \left(\frac{\Phi_0}{4\pi\lambda_{\parallel}} \right)^2 \frac{2H_J}{\pi\Gamma B_{\parallel}} \quad (1.41)$$

убывает с увеличением продольного магнитного поля B_{\parallel} .

Для определения равновесной формы вихревой нити, устанавливающейся в N тонких сверхпроводящих слоях в продольном поле \mathbf{B}_{\parallel} , рассмотрим релаксацию начальной конфигурации стека PVs, образующих ломаную линию (зигзаг) $u_n = (-1)^{n+1}u$ с амплитудой

$$u \simeq \frac{\lambda_{\parallel}}{\beta \ln \beta}, \quad \beta = \frac{B_{\parallel}\lambda_J}{H_J\lambda_{\parallel}} \gg 1. \quad (1.42)$$

Амплитуда деформации $u \ll \lambda_{\parallel}$ (1.42) определяет равновесную форму вихревой нити в массивном ($N \rightarrow \infty$) слоистом сверхпроводнике с плотной решеткой вихрей Джозефсона [118, 186]. В равновесной конфигурации суммарная сила, действующая на любой из панкейков, должна обращаться в нуль, а движение вихрей в слоях – прекратиться:

$$\lim_{t \rightarrow \infty} \frac{d\mathbf{r}_n}{dt} = 0, \quad 1 \leq n \leq N.$$

Характерное время релаксации к равновесному состоянию $\tau_0 = 8\pi^2\lambda_{\parallel}^3\eta/\Phi_0^2$ зависит от коэффициента вязкости η и для типичных параметров BSCCO $\eta/s \sim 10^{-8} \div 10^{-6}$ N s/m², $s = 15$ A и $\lambda_{\parallel} = 0.2 \mu\text{m}$ [204] составляет $\tau_0 \sim 10^{-13} \div 10^{-11}$ s. Как правило, равновесная конфигурация достигается за время $t_r \sim 100 \div 200 \tau_0$, что соответствует средней скорости смещения панкейков $u/t_r \sim 10^2 \div 10^4$ sm/s для $B_{\parallel} \sim H_J$.

На рисунке 1.9 показаны равновесные конфигурации вихрей в слоях в присутствии плотной решетки JVs для двух значений продольного магнитного поля B_{\parallel} . Для малых амплитуд смещения $u_n \ll \lambda_{\parallel} \ll \lambda_J$ вкладом энергии полей рассеяния в потенциал взаимодействия между панкейками можно пренебречь. Поскольку сила взаимодействия между вихрями \mathbf{F}_n^m ,

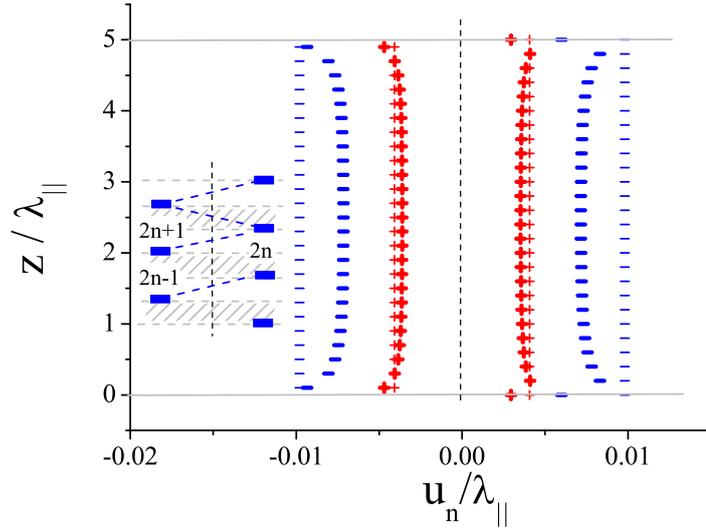


Рис. 1.9. Равновесная конфигурация из $N = 51$ панкейков в присутствии плотной решетки вихрей Джозефсона для двух значений продольного магнитного поля $\mathbf{B}_{\parallel} = H_J (-)$ и $\mathbf{B}_{\parallel} = 2H_J (+)$. Тонкие символы (\pm) показывают исходную зигзаг-конфигурацию панкейков $u_n = (-1)^{n+1}u$ с амплитудой u (1.42). На вставке схематично показан стек PVs и пересекающие его JVs. Заштрихованные области показывают положение вихрей Джозефсона. Здесь $H_J = \Phi_0/\Gamma s^2$, $\Gamma = 300$, $s = 0.1\lambda_{\parallel}$, $\Lambda = 10\lambda_{\parallel}$.

находящимися в разных слоях ($m \neq n$), сохраняет заметную величину пока $|n - m| \leq \lambda_{\parallel}/s$, суммарная сила притяжения отдельного панкейка к остальным вихрям стека $\sum \mathbf{F}_n^{m \neq n}$ уменьшается вблизи поверхности пленки ($n \lesssim \lambda_{\parallel}/s$ и $N - n \lesssim \lambda_{\parallel}/s$), из-за отсутствия сверхпроводящих слоев при $z < 0$ и $z > D$. Это обстоятельство ведет к снижению жесткости (упругости) вихревой нити у поверхности пленки [205] и незначительной деформации однородной по z зигзаг конфигурации вихрей в слоях на расстоянии $\sim \lambda_{\parallel}$ от верхней и нижней поверхностей пленки.

1.3.2. Потенциал взаимодействия двух деформированных стеков

Вычислим энергию взаимодействия двух деформированных вихревых нитей в тонкой пленке слоистого сверхпроводника с учетом дальнедействующих эффектов: притяжения вихрей и эффекта Пирла. Ограничимся случаем параллельных вихревых нитей, смещенных на вектор \mathbf{R} в плоскости слоев. Будем считать, что форма взаимодействующих вихрей задана: центры панкейков с слоев $\mathbf{r}_n^{(1)}$ и $\mathbf{r}_n^{(2)}$ в каждой из двух вихревых нитей располагаются на ломаной линии, как показано на рис. 1.8, а амплитуда деформации одна и та же для всех слоев: $|u_n| = u$. Очевидно, что такое упрощение справедливо, если вихри расположены достаточно далеко друг от друга ($u \ll \lambda_{\parallel}, R$), что позволяет считать взаимодействие вихрей малым воз-

мущением. Энергия взаимодействия двух одинаковых вихревых нитей произвольной формы определяются выражениями (1.21) и (1.25), где

$$\mathbf{r}_n^{(1)} = (-1)^{n-1} u \mathbf{x}_0 \quad \mathbf{r}_n^{(2)} = \mathbf{r}_n^{(1)} + \mathbf{R}, \quad (1.43)$$

Здесь мы пренебрегли уменьшением упругости вихревой нити и искажением формы стека у поверхности пленки. Для вихревой нити вида (1.43) уравнение (1.21) для записывается по-разному четных и нечетных слоев:

$$f_n + \frac{1}{2q\Lambda} \sum_m^N e^{-|n-m|qs} f_m = e^{i(-1)^{n+1}q_x u}. \quad (1.44)$$

Введем две функции $f_{1k}(\mathbf{q})$ и $f_{2k}(\mathbf{q})$ для нечетных и четных слоев, соответственно,

$$f_n = \begin{cases} f_{1k}, & \text{if } n - \text{odd}, \quad k = (n+1)/2, \\ f_{2k}, & \text{if } n - \text{even}, \quad k = n/2, \end{cases} \quad (1.45)$$

и запишем уравнение (1.44), используя новые функции:

$$f_{1,2k} + \frac{1}{2q\Lambda} \sum_m e^{-2|k-m|qs} f_{1,2m} + \frac{1}{2q\Lambda} \sum_m e^{-(2|k-m|+1)qs} f_{2,1m} = e^{\pm iq_x u}. \quad (1.46)$$

Тогда энергия взаимодействия (1.25) следующим образом запишется через новые функции $f_{1k}(\mathbf{q})$ и $f_{2k}(\mathbf{q})$:

$$\varepsilon_{int}(\mathbf{R}) = \frac{\Phi_0^2}{16\pi^3\Lambda} \int \frac{d^2\mathbf{q}}{q^2} \cos(\mathbf{q}\mathbf{R}) \sum_k^N [f_{1k}(\mathbf{q}) e^{-iq_x u} + f_{2k}(\mathbf{q}) e^{iq_x u}]. \quad (1.47)$$

Выражение (1.47) и система алгебраических уравнений (1.46) определяют энергию взаимодействия двух одинаковых деформированных вихревых нитей, состоящих из 2D вихрей и смещенных на вектор \mathbf{R} в плоскости (x, y) .

Для решения уравнений (1.46) воспользуемся приближением "непрерывного предела" (см. приложение 1.5.1). Данное приближение справедливо, если вихри находятся достаточно далеко друг от друга, так что $R \gg s$, u , и соответствующий волновой вектор $\mathbf{q} = q_x \mathbf{x}_0 + q_y \mathbf{y}_0$ ($q = |\mathbf{q}| \sim 1/R$) мал: $qs \ll 1$ и $q_x u \ll 1$. Вводя непрерывную переменную $z = 2ks$ и функции $f_{1,2}(\mathbf{q}, z)$, определенные на интервале $|z| \leq D/2$ (D – толщина SC пленки), перепишем систему уравнений (1.46) в виде следующей пары интегральных уравнений:

$$f_{1,2}(\mathbf{q}, z) + \frac{1}{4q\Lambda s} \int_{-D/2}^{D/2} dz' e^{-q|z-z'|} f_{1,2}(\mathbf{q}, z') + \frac{e^{-qs}}{4q\Lambda s} \int_{-D/2}^{D/2} dz' e^{-q|z-z'|} f_{2,1}(\mathbf{q}, z') = e^{\pm iq_x u}. \quad (1.48)$$

Интегральные уравнения (1.48) легко переписать в виде дифференциальных уравнений

$$\frac{\partial^2 f_{1,2}}{\partial z^2} - \left(q^2 + \frac{1}{2\Lambda s} \right) f_{1,2} - \frac{e^{-qs}}{2\Lambda s} f_{2,1} = -q^2 e^{\pm iq_x u}, \quad (1.49)$$

которые следует решать на интервале $|z| \leq D/2$ с граничными условиями:

$$\left(\frac{\partial f_{1,2}}{\partial z} + q f_{1,2} \right)_{D/2} = q e^{\pm i q_x u}, \quad \left(\frac{\partial f_{1,2}}{\partial z} - q f_{1,2} \right)_{-D/2} = -q e^{\pm i q_x u}. \quad (1.50)$$

Выражение для энергии взаимодействия (1.47) в непрерывном пределе имеет вид:

$$\varepsilon_{int}(\mathbf{R}) = \frac{\Phi_0^2}{32\pi^3 \Lambda_s} \int \frac{d^2 \mathbf{q}}{q^2} \cos(\mathbf{qR}) \int_{-D/2}^{D/2} dz [f_1(\mathbf{q}, z) e^{-i q_x u} + f_2(\mathbf{q}, z) e^{i q_x u}]. \quad (1.51)$$

Вводя новые функции

$$f_+(\mathbf{q}, z) = \frac{f_1(\mathbf{q}, z) + f_2(\mathbf{q}, z)}{2q^2 \cos(q_x u)}, \quad f_-(\mathbf{q}, z) = \frac{f_1(\mathbf{q}, z) - f_2(\mathbf{q}, z)}{2iq^2 \sin(q_x u)} \quad (1.52)$$

получим из (1.49) два расцепленных уравнения относительно f^\pm

$$\frac{\partial^2 f_\pm}{\partial z^2} - p_\pm^2 f_\pm = -1, \quad (1.53)$$

где волновые числа p_\pm в непрерывном пределе ($qs \ll 1$) определяются выражениями:

$$p_+^2 \simeq q^2 + 1/\lambda_\parallel^2, \quad p_-^2 \simeq q^2. \quad (1.54)$$

Граничные условия (1.50) для новых функций $f^\pm(\mathbf{q}, \pm D/2)$ имеют вид:

$$\left(\frac{\partial f_\pm}{\partial z} + q f_\pm \right)_{D/2} = 1/q, \quad \left(\frac{\partial f_\pm}{\partial z} - q f_\pm \right)_{-D/2} = -1/q. \quad (1.55)$$

Решение уравнений (1.53) с граничными условиями (1.55)

$$f_\pm(\mathbf{q}, z) = \frac{1}{p_\pm^2} \left[1 + \frac{(p_\pm^2 - q^2) \text{ch}(p_\pm z)}{q (p_\pm \text{sh} L_\pm + q \text{ch} L_\pm)} \right], \quad (1.56)$$

дает следующие выражения для функций $f_{1,2}(\mathbf{q}, z)$:

$$f_{1,2}(\mathbf{q}, z) \simeq a(\mathbf{q}, z) \cos(q_x u) \pm i \sin(q_x u), \quad (1.57)$$

где $L_\pm = p_\pm D/2$ и

$$a(\mathbf{q}, z) = \frac{q^2}{p_+^2} \left[1 + \frac{\text{ch}(p_+ z)}{q \lambda_\parallel^2 (p_+ \text{sh} L_+ + q \text{ch} L_+)} \right].$$

Используя решение (1.56), (1.57), запишем выражение для энергии взаимодействия (1.47) в виде

$$\varepsilon_{int}(\mathbf{R}) = \frac{\Phi_0^2}{16\pi^3 \Lambda_s} \int d^2 \mathbf{q} \cos(\mathbf{qR}) \left\{ D \left[\frac{\cos^2(q_x u)}{p_+^2} + \frac{\sin^2(q_x u)}{q^2} \right] + \frac{2q \cos^2(q_x u)}{\lambda_\parallel^2 p_+^4 (1 + q/p_+ \text{th} L_+)} \right\}. \quad (1.58)$$

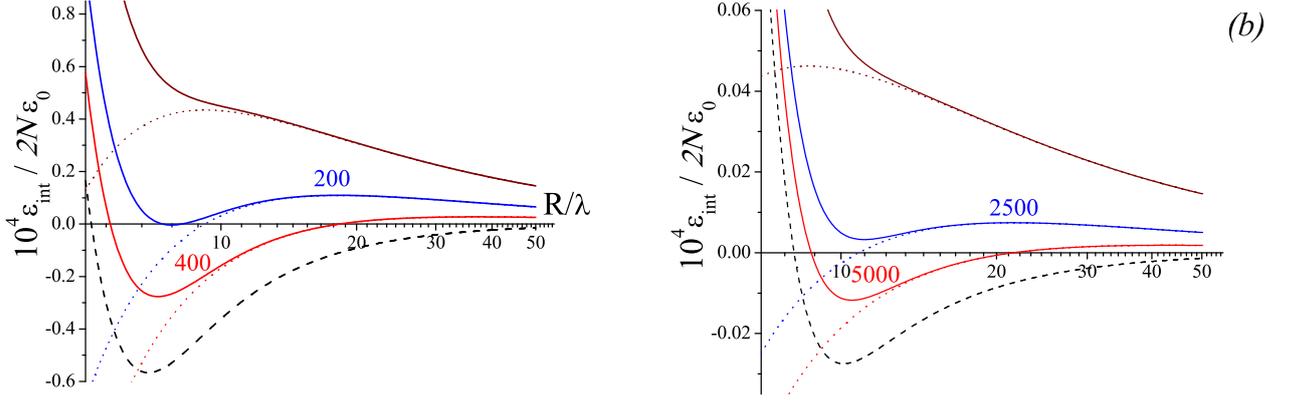


Рис. 1.10. Типичный вид зависимости энергии взаимодействия $\varepsilon_{int}(R)/2N\varepsilon_0$ [Eq. (1.59)] от расстояния R между деформированными стеками PVs для двух значений магнитного поля в плоскости слоев: а) $B_{\parallel}/H_J = 1$; б) $B_{\parallel}/H_J = 2$. Число рядом с кривой обозначает толщину пленки D/λ_{\parallel} . Пунктирная линия показывает зависимость $\varepsilon_{int}(R)/2N\varepsilon_0$ в массивном слоистом сверхпроводнике ($D \rightarrow \infty$). Точечные линии показывают дальнюю составляющую энергии взаимодействия (1.60). Здесь $\varepsilon_0 = \Phi_0^2/32\pi^2\lambda_{\parallel}$, $s = 0.01\lambda_{\parallel}$, $\Gamma = 300$.

Выполнив в (1.58) необходимое интегрирование получим следующее выражение для энергии взаимодействия двух одинаковых деформированных вихревых нитей, которые смещены на вектор \mathbf{R} в плоскости (xy) :

$$\varepsilon_{int}(R) = \frac{\Phi_0^2}{32\pi^2\Lambda s} \left\{ D \left[2K_0\left(\frac{R}{\lambda_{\parallel}}\right) + K_0\left(\frac{R-2u}{\lambda_{\parallel}}\right) + K_0\left(\frac{R+2u}{\lambda_{\parallel}}\right) + \ln\left(\frac{R^2-4u^2}{R^2}\right) \right] + \frac{2}{\lambda_{\parallel}^2} \int_0^{\infty} \frac{dq}{(q^2 + \lambda_{\parallel}^{-2})^2} \frac{2J_0(qR) + J_0(q(R-2u)) + J_0(q(R+2u))}{1 + q/\sqrt{q^2 + \lambda_{\parallel}^{-2}} \operatorname{th}^{-1}(D\sqrt{q^2 + \lambda_{\parallel}^{-2}}/2)} \right\}, \quad (1.59)$$

где J_0 and K_0 – функция Бесселя и модифицированная функция Бесселя нулевого порядка, соответственно. Первое слагаемое в (1.59) пропорционально D и описывает взаимодействие двух деформированных стеков в массивном слоистом сверхпроводнике [186]. Второе слагаемое учитывает влияние поверхности пленки. На рис. 1.10 приведены типичные зависимости энергии взаимодействия в расчете на один слой ε_{int}/N от расстояния между вихрями R для различных значений толщины пленки D и продольного магнитного поля B_x .

На больших расстояниях $R \gg \lambda_{\parallel}$ модифицированные функции Бесселя в (1.59), описывающие короткодействующее отталкивание двух деформированных вихревых нитей, экспоненциально затухают с увеличением R , и вклад такого взаимодействия пренебрежимо мал. Основной объемный вклад в энергию $\varepsilon_{int}(R)$ дает логарифмическое слагаемое в выражении (1.59), которое описывает притяжение двух бесконечных ($D \rightarrow \infty$) деформированных вихревых нитей. Последнее слагаемое в (1.59) описывает дальнюю составляющую отталкивание

Пирла, которое спадает как $1/R$ и возникает из-за влияния поверхности пленки и полей рассеяния. Предполагая амплитуду u зигзаг-деформации вихревых нитей малой ($u \ll \lambda_{\parallel}$), можно получить из (1.59) следующее простое выражение для дальнедействующей части энергии взаимодействия

$$\varepsilon_{int}(R) \simeq \frac{\Phi_0^2}{8\pi^2} \left[-\frac{D u^2}{\lambda_{\parallel}^2 R^2} + \frac{2}{R} + \frac{4u^2}{R^3} \right], \quad (1.60)$$

справедливое при $R \gg \lambda_{\parallel}$. Из выражения (1.60) очевидно существование конкуренции дальнедействующих сил притяжения и отталкивания между двумя деформированными вихревыми нитями, подобно той, что наблюдалась для двух наклонных вихрей (см. выражение (1.29) в разделе 1.1.3). Последнее слагаемое в выражении (1.60) описывает влияние зигзаг-деформации стека на дальнедействующее пирловское отталкивание. Очевидно, что в массивном образце ($D \rightarrow \infty$) эффект Пирла отсутствует, и на больших расстояниях друг от друга преобладает притяжение между деформированными стеками PVs [186]. Поэтому в массивном образце потенциал межвихревого взаимодействия всегда имеет минимум, положение которого с логарифмической точностью можно оценить как $\ln(\lambda_{\parallel}/u)$. Однако, второе слагаемое в (1.60) имеет принципиальное значение даже в случае толстых пленок: для достаточно больших R энергия взаимодействия вихрей ε_{int} положительна, что соответствует их взаимному отталкиванию. С уменьшением расстояния R , становится заметным притяжение деформированных стеков вихрей, а знак энергии изменяется на противоположный при $R_0 \approx Du^2/2\lambda_{\parallel}^2 \gg \lambda_{\parallel}$, когда обычное короткодействующее отталкивание еще пренебрежительно мало. Подобная конкуренция различных видов взаимодействия может сопровождаться появлением минимума на потенциале взаимодействия ε_{int} . Условие $R_0 > R_m$ дает грубую оценку критической толщины пленки D_{cr} , при которой такой минимум существует, а формирование плотных цепочек вихрей становится энергетически выгодным:

$$D_{cr} \approx 4\sigma\lambda_{\parallel}\beta^2(\ln\beta)^3 \sim \frac{4\sigma\lambda_J^2}{\lambda_{\parallel}} \left(\frac{B_{\parallel}}{H_J} \right)^2, \quad (1.61)$$

где постоянная σ – число порядка единицы. Более точный критерий притяжения деформированных стеков вихрей может быть получен из условия

$$\varepsilon_{int}(R) = \varepsilon'_{int}(R) = 0,$$

где в качестве потенциала ε_{int} следует использовать выражение (1.59). На рис. 1.11 показан типичный пример зависимости критической толщины пленки D_{cr} от величины продольного магнитного поля B_{\parallel} . Из рисунка видно, что в присутствии плотной решетки джозефсоновских вихрей, вихри Абрикосова, состоящие из панкейков, образуют плотные вихревые

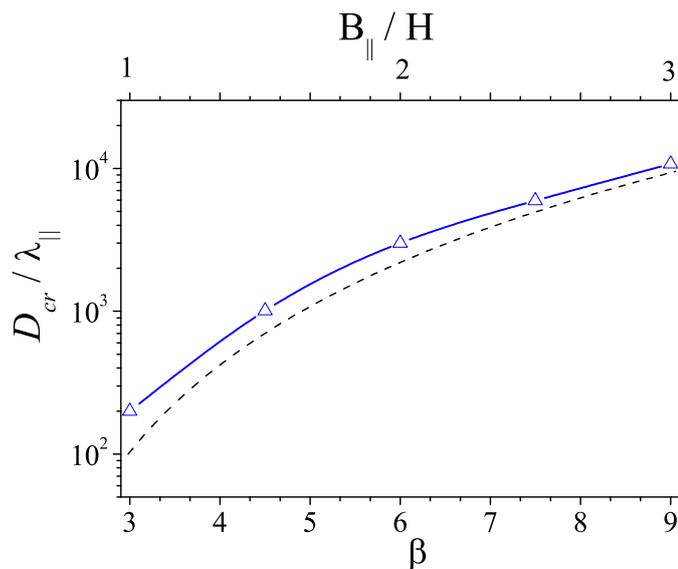


Рис. 1.11. Зависимость критической толщины пленки D_{cr} от величины продольного магнитного поля B_{\parallel} ($\beta = B_{\parallel} \lambda_J / H_J \lambda_{\parallel}$). Пунктирной линией показана оценка критической толщины D_{cr} , вычисленная по формуле (1.61). Здесь $s = 0.01 \lambda_{\parallel}$, $\Gamma = 300$, $\lambda_J = 3 \lambda_{\parallel}$, $\sigma = 2$.

цепочки только в достаточно толстых пленках слоистого сверхпроводника, с толщиной D превышающей некоторое критическое значение $D > D_{cr}$. В противном случае, при $D < D_{cr}$, в сверхпроводнике формируется обычная решетка Абрикосова, состоящая из деформированных в форме зигзага вихревых линий, состоящих из панкейков. Заметим, что, как следует из выражений (1.42), (1.60), взаимное притяжение таких двух вихревых линий растет при приближении температуры T к температуре сверхпроводящего перехода T_c из-за расходимости λ_{\parallel} вблизи T_c . Этот вывод, естественно, справедлив до тех пор, пока выполнено условие $\lambda_{\parallel} \ll \lambda_J$. Подобное поведение качественно отличается от случая наклонных вихрей (см. формулу (1.29) в разделе 1.1.3), для которых эффективная толщина пленки D_{eff} уменьшается вблизи T_c и притяжение вихрей ослабевает.

В сильном продольном магнитном поле $B_{\parallel} \gg H_J$, заметное перекрытие вихрей Джозефсона в плотной треугольной решетке ведет к уменьшению амплитуды u зигзаг-деформации вихревой нити [118]. Это обстоятельство проявляется в быстром увеличении критической толщины D_{cr} с ростом поля B_{\parallel} , как показано на рис. 1.11. Одновременно с этим сильно уменьшается глубина потенциального минимума на зависимости энергии взаимодействия $\varepsilon_{int}(R)$ (1.59) [186]. Как показал анализ, дальнедействующее притяжение между деформированными стеками вихрей наиболее ярко проявляется при $B_{\parallel} \sim H_J$. Для типичных значений $s = 15 \text{ \AA}$, $\Gamma = 300$ и $\lambda_{\parallel} = 0.2 \mu\text{m}$ получим $H_J \simeq 3 \text{ Т}$ и $D_{cr} \sim 40 \mu\text{m}$. На рисунке 1.10 приведены

расчеты потенциала взаимодействия $\varepsilon_{int}(R)$, соответствующие именно такому случаю. Заметим, однако, что наблюдение конкуренции дальнедействующего притяжения и пирловского отталкивания в столь больших магнитных полях представляется весьма трудной экспериментальной задачей, и более предпочтительным с точки зрения эксперимента является случай слабых полей $B_{\parallel} \ll H_J$.

Чтобы проиллюстрировать полученные выше результаты, обсудим примеры экспериментального наблюдения поведения вихрей в слоистых сверхпроводниках в наклонном поле. В экспериментах [206–208] наблюдались интересные аномалии фазовых диаграмм вихревого состояния в монокристаллах BSCCO в сильном наклонном магнитном поле ($B_{\parallel} \sim 0.6 \div 4.5$ Т, $B_{\perp} \sim 5 \div 100$ Ое), вызванные изменениями структуры вихревой решетки. Однако прямые наблюдения взаимодействия решеток вихрей Джозефсона и вихрей Пирла методом холловской магнитометрии были выполнены в слабом продольном магнитном поле $B_{\parallel} \sim 20 \div 30$ Ое [108]. Оценим для этого случая притяжение между деформированными вихревыми линиями. В слабом магнитном поле $B_{\parallel} \ll H_J$ расстояние между соседними вихрями Джозефсона вдоль оси z

$$L_z = \sqrt{\sqrt{3}\Gamma\Phi_0/2B_{\parallel}} \simeq s\sqrt{H_J/B_{\parallel}}$$

заметно превышает масштаб $2s$, типичный для плотной решетки, и пересечение вихрей Джозефсона с набором вихрей Пирла происходит редко, а длина L_z определяет расстояние между соседними деформированными участками вихревой линии. Каждая подобная деформация, вызванная пересечением вихревой нити с вихрем Джозефсона, обеспечивает взаимное притяжение вихревых линий и дает вклад в потенциал парного взаимодействия (1.59) [186]:

$$\tilde{\varepsilon}_{att}(R) = -\frac{s\Phi_0^2}{R^2} \left[\frac{\lambda_{\parallel}}{\lambda_J \ln(A\lambda_J/\lambda_{\parallel})} \right]^2, \quad (1.62)$$

где $A \approx 3.5$ [102]). Пренебрегая влиянием зигзаг деформации на пирловское отталкивание двух стеков, можно следующим образом оценить дальнедействующую составляющую энергии взаимодействия $\tilde{\varepsilon}_{int}(R)$ в пределе слабых полей $B_{\parallel} \ll H_J$ на расстояниях $R \gg \lambda_{\parallel}$:

$$\tilde{\varepsilon}_{int}(R) \simeq \frac{\Phi_0^2}{8\pi^2} \left[-\frac{D\tilde{u}^2}{\lambda_{\parallel}^2 R^2} + \frac{2}{R} \right], \quad (1.63)$$

где эффективное смещение вихрей в соседних слоях [102, 186]

$$\tilde{u} \simeq \frac{2\sqrt{2}\lambda_{\parallel}^2(B_{\parallel}/H_J)^{1/4}}{\lambda_J \ln(A\lambda_J/\lambda_{\parallel})} \quad (1.64)$$

медленно растет с увеличением продольного магнитного поля B_{\parallel} . Выражения (1.63) и (1.64) дают следующую оценку критической толщины сверхпроводящей пленки \tilde{D}_{cr} :

$$\tilde{D}_{cr} \sim \frac{\lambda_J^2 \ln^2(A\lambda_J/\lambda_{\parallel})}{2\lambda_{\parallel}} \left(\frac{H_J}{B_{\parallel}} \right)^{1/2}. \quad (1.65)$$

Как и в ранее рассмотренном случае плотной решетки вихрей Джозефсона, эффект притяжения вихрей в слабом продольном поле легче всего наблюдать при $B_{\parallel} \sim H_J$. Продольное поле $B_{\parallel} \sim H_J$ определяет кроссовер между режимами взаимодействия вихрей, описываемых формулами (1.61) и (1.65). Для типичных экспериментальных значений продольного магнитного поля [108] $B_{\parallel} = 20 \div 30$ Г критическая толщина сверхпроводящей пленки составляет $\tilde{D}_{cr} \sim 70 \mu\text{m}$.

Таким образом, полученные соотношения (1.61) и (1.65) позволяют оценить пороговое значение толщины пленки слоистого сверхпроводника, при которой на зависимости $\varepsilon_{int}(R)$ существует минимум энергии: в "слабом" продольном поле ($B_{\parallel} < H_J$) толщина D должна превышать значение \tilde{D}_{cr} (1.65), а в "сильном" продольном поле ($B_{\parallel} > H_J$) – значение D_{cr} (1.61)

$$D > \begin{cases} \tilde{D}_{cr}, & B_{\parallel} < H_J, \\ D_{cr}, & B_{\parallel} > H_J \end{cases}. \quad (1.66)$$

Взаимодействие между двумя зигзаг деформированными вихревыми линиями в слоистом сверхпроводнике в наклонном магнитном поле определяется конкуренцией двух дальнедействующих эффектов: притяжения и отталкивания. Отметим, что пирловское отталкивание играет заметную роль даже для сравнительно толстых пленок. Так в наиболее благоприятном для притяжения вихрей случае $B_{\parallel} \sim H_J$, дальнедействующее отталкивание полностью компенсирует притяжение деформированных вихревых линий в пленках с толщиной менее $\sim (50 \div 200) \lambda_{\parallel}$. Специфический вид потенциала парного взаимодействия вихрей $\varepsilon_{int}(R)$ (1.59), в котором пирловское отталкивание всегда преобладает на достаточно больших расстояниях R между вихрями, делает невозможным формирование в пленках слоистого сверхпроводника в наклонном магнитном поле бесконечных цепочек вихревых нитей и допускает образование необычных вихревых структур - вихревых молекул (кластеров) и/или многоквантовых решеток вихрей (подробнее см. раздел 1.2). Для определения характерного размера вихревого кластера, вычислим энергию когезии эквидистантной цепочки из зигзаг деформированных вихревых линий. Перпендикулярная компонента внешнего магнитного поля B_{\perp} определяет число вихревых нитей $M = B_{\perp} W^2 / \Phi_0$, пронизывающих пленку сверхпроводника с поперечным сечением $W \times W$. Рассмотрим случай слабого поля $B_{\perp} \ll \Phi_0 / \lambda_{\parallel}^2$, когда среднее расстояние между вихрями $R \sim W / \sqrt{M} \gg \lambda_{\parallel}$ велико, и энергия парного взаимодействия вихрей определяется в основном пирловским слагаемым $\sim 1/R$. Тогда, при обычном равномерном распределении вихрей (например, в случае регулярной решетки вихревых нитей), энергию взаимодействия в расчете на один вихрь ε_{int}/M легко оценить как $\varepsilon_{int}/M = \varepsilon_0 \sim \Phi_0 B_{\perp} W / 4\pi^2$.

Если вихри сгруппированы в кластеры по m вихрей в каждом, то можно показать, что пирловское взаимодействие между кластерами дает тот же самый вклад ε_0 в энергию ε_{int}/M (см. Приложение 1.5.2). Кроме этого, следует учесть взаимодействие вихрей внутри кластера. Для слабого продольного поля $B_{\parallel} \ll H_J$ эту энергию можно оценить, используя выражение (1.63) для дальнедействующей составляющей энергии взаимодействия:

$$\varepsilon_{int}^m = \frac{1}{m} \sum_{i>j}^m \tilde{\varepsilon}_{int}(R_{ij}), \quad (1.67)$$

где R_{ij} – это расстояние между i -ым и j -ым вихрями в цепочке, образующей кластер (молекулу). Полагая, что характерное расстояние \tilde{R}_m между соседними вихрями в цепочке определяется положением минимума потенциала межвихревого взаимодействия в массивном образце $\tilde{R}_m \approx 2\lambda_{\parallel} \ln(\lambda_J/\lambda_{\parallel})$, получим следующую оценку энергии когезии цепочки из m вихрей:

$$\varepsilon_{int}^m \sim \frac{\Phi_0^2}{8\pi^2} \left[-\frac{D \tilde{u}^2}{\lambda_{\parallel}^2 \tilde{R}_m^2} + \frac{2}{\tilde{R}_m} \ln m \right]. \quad (1.68)$$

Необходимое условие образования такой цепочки – отрицательная энергия когезии ($\varepsilon_{int}^m < 0$) – определяет число m вихрей в кластере:

$$m \approx \exp\left(\frac{D \tilde{u}^2}{2\lambda_{\parallel}^2 \tilde{R}_m}\right). \quad (1.69)$$

В свою очередь, условие $m > 1$ ($D \tilde{u}^2/2\lambda_{\parallel}^2 \tilde{R}_m > 1$) устанавливает минимальное значение продольного магнитного поля, при котором возможно образование цепочек из m вихрей (m -вихревых кластеров):

$$\frac{B_{\parallel}^{min}}{H_J} > \left[\frac{\lambda_J^2 \ln^3(\lambda_J/\lambda_{\parallel})}{2D \lambda_{\parallel}} \right]^2. \quad (1.70)$$

Для $D = 100 \lambda_{\parallel}$, $\lambda_J = 3 \lambda_{\parallel}$ and $H_J = 3 \text{ Т}$ получим $B_{\parallel}^{min} > 60 \text{ Г}$. Заметим, что число вихрей m в молекуле быстро растет с увеличением продольного магнитного поля B_{\parallel} . Конечно, обсуждаемый механизм образования вихревых молекул применим при низкой концентрации вихревых нитей, когда среднее расстояние между вихрями в плоскости $\sqrt{\Phi_0/B_{\perp}}$ существенно превышает характерное расстояние между вихрями в цепочке \tilde{R}_m . В обратном случае, следует ожидать формирование многоквантовых решеток вихрей, подобных тем, что были рассмотрены ранее в разделе 1.2.2 на примере наклонных вихрей.

В заключение отметим, что образование вихревых молекул и многоквантовых решеток вихрей с различным числом вихрей в элементарной ячейке возможно в пленках слоистого сверхпроводника с толщиной $D \gtrsim (10 - 100)\lambda_{\parallel}$. Наиболее подходящими экспериментальными методами для наблюдения подобных вихревых структур представляются сканирующая туннельная или холловская микроскопия, а также различные методы декорирования.

1.4. Выводы к главе

В заключение, подведем итоги главы 1, в которой приведены результаты теоретических исследований особенностей взаимодействия вихрей в тонких пленках слоистых сверхпроводников и изучены условия формирования вихревых молекул (кластеров) и многоквантовых решеток вихрей в таких системах.

- (1) В рамках модели Лондонов построена феноменологическая теория, описывающая взаимодействие вихрей в пленках слоистого сверхпроводника в наклонном магнитном поле, которая учитывает конкуренцию двух далекодействующих эффектов: пирловского отталкивания, вызванного полями рассеяния вихрей вне пленки, и притяжения из-за наклона вихревых линий относительно нормали к слоям или из-за деформации вихревой нити, состоящей из $2D$ вихрей, при взаимодействии их с продольными слоями вихрями Джозефсона.
- (2) Определена равновесная форма вихревой нити в пленке слоистого сверхпроводника во внешнем магнитном поле B , направленном под углом к поверхности пленки, когда вихревая нить образует набор (стек) квазидвумерных вихрей Пирла (панкейков), которые взаимодействуют друг с другом только через магнитные поля рассеяния. Используя уравнения вязкого движения вихрей, выполнены численные расчеты релаксации одиночной вихревой нити из панкейков в положение равновесия. Взаимодействие вихрей Пирла с мейснеровским током в слоях, экранирующим продольную компоненту B_{\parallel} внешнего магнитного поля, вызывает поворот и изгиб вихревой нити, который при $B_{\parallel} \leq H^*$ заканчивается формированием равновесной конфигурации вихрей в слоях. При $B_{\parallel} > H^*$ устойчивой конфигурации панкейков не существует, а вихревая нить разрывается на два сегмента, которые движутся в противоположных направлениях. Значение максимального продольного магнитного поля H^* существенно зависит от числа слоев в пленке и растет с уменьшением N (толщины сверхпроводящей пленки).
- (3) Вычислен потенциал взаимодействия двух наклонных прямолинейных вихревых линий, состоящих из вихрей Пирла, в тонкой пленке слоистого сверхпроводника без джозефсоновского взаимодействия между слоями. Показано, что межвихревое взаимодействие на больших расстояниях определяется конкуренцией двух далекодействующих эффектов: пирловского отталкивания из-за медленного спадания сверхтока экранирующего магнитное поле вихря, и притяжения, возникающего при наклоне вихревых линий относительно нормали к слоям. Это обстоятельство приводит к качественной модификации

потенциала межвихревого взаимодействия и препятствует формированию плотных цепочек наклонных вихревых нитей с "бесконечным" числом вихрей в цепочке.

- (4) Конкуренция двух дальнедействующих эффектов (притяжения и пирловского отталкивания вихрей) изменяет структуру вихревой материи, формируемой в тонкой пленке слоистого сверхпроводника наклонным магнитным полем и создает условия для образования нового типа вихревых структур - вихревых кластеров (молекул), представляющих собой цепочку вихревых нитей с небольшим числом вихрей в цепочке, и вихревых решеток с несколькими квантами магнитного потока в элементарной ячейке (многоквантовые решетки).
- (5) Выполнены расчеты энергии когезии вихревых молекул, образованных наклонными вихрями в тонкой пленке слоистого сверхпроводника. Изучено влияние толщины пленки и амплитуды продольного слоям магнитного поля, определяющего наклон вихревой нити, на размер вихревого кластера. Показано, что энергетически выгодное количество вихрей в такой молекуле, определяемое из условия минимума энергии зависит как от толщины пленки, так и от амплитуды продольного слоям магнитного поля, определяющего наклон вихревой нити.
- (6) Изучено влияние особенностей межвихревого взаимодействия в тонкой пленке слоистого сверхпроводника на структуру вихревой решетки, создаваемой перпендикулярной пленке компонентой внешнего магнитного поля. Найдены условия, при которых многоквантовая решетка вихрей становится энергетически более выгодной, чем обычная решетка Абрикосова с одним квантом магнитного потока на элементарную ячейку. Показано, что изменение продольной компоненты внешнего магнитного поля может служить причиной структурного фазового перехода с изменением числа вихрей в элементарной ячейке, а подобная мультипликация (удвоение или утроение) элементарной ячейки сопровождается заметной деформацией формы ячейки.
- (7) В модели пересекающихся решеток вихрей [102, 118] изучена деформация набора из N вихрей Пирла в пленке слоистого сверхпроводника, возникающей при взаимодействии их с плотной треугольной решеткой вихрей Джозефсона, параллельных слоям. Используя уравнения вязкого движения вихрей, выполнены численные расчеты равновесной конфигурации деформированной вихревой нити, принимающей характерный вид ломаной линии (зигзага) из-за смещения вихрей Пирла в соседних слоях в противоположном направлении. Амплитуда деформации уменьшается с увеличением продольной компо-

ненты B_{\parallel} внешнего магнитного поля. Для сверхпроводящих слоев вблизи поверхности пленки амплитуда деформации незначительно растет из-за уменьшения жесткости (упругости) вихревой нити.

- (8) Вычислен потенциал взаимодействия двух деформированных стеков вихрей Пирла в пленке слоистого сверхпроводника, формирующийся под влиянием двух далекодействующих эффектов: притяжения вихревых нитей из-за деформации и эффекта Пирла. Показано, что в присутствии плотной решетки джозефсоновских вихрей, притяжение вихревых нитей, состоящих из панкейков, преобладает только в достаточно толстых пленках слоистого сверхпроводника $D > D_{cr}$, причем критическое значение толщины пленки D_{cr} растет с увеличением амплитуды продольной компоненты B_{\parallel} внешнего магнитного поля. Как и в случае наклонных вихревых нитей конкуренция далекодействующего притяжения и пирловского отталкивания в режиме пересекающихся вихревых решеток делает невозможным формирование в пленках слоистого сверхпроводника в наклонном магнитном поле бесконечных цепочек вихревых нитей и допускает образование необычных вихревых структур - вихревых молекул (кластеров) и/или многоквантовых решеток вихрей с различным числом вихрей в элементарной ячейке.
- (9) Полученные результаты обсуждаются в контексте современных экспериментов по визуализации вихрей в высокотемпературных сверхпроводниках.

1.5. Приложения к главе

1.5.1. Потенциал взаимодействия двух наклонных вихрей: непрерывный предел

Вычислим энергию взаимодействия двух наклонных вихрей (1.25), если координаты панкейков в стеках определяются соотношениями

$$\mathbf{r}_n^{(1)} = ns \operatorname{tg} \gamma \mathbf{x}_0, \quad \mathbf{r}_n^{(2)} = \mathbf{r}_n^{(1)} + \mathbf{R}$$

и полагая, что $qs \ll 1$ и $q_x s \operatorname{tg} \gamma \ll 1$. Определим непрерывную координату $t = ns$ и функцию $f_{\mathbf{q}}(t)$. Тогда система линейных алгебраических уравнений (1.21) сводится к следующему интегральному уравнению:

$$f_{\mathbf{q}}(t) + \frac{1}{2q\lambda_{\parallel}^2} \int_{-D/2}^{D/2} dt' e^{-q|t-t'|} f_{\mathbf{q}}(t') = e^{iq_x t \operatorname{tg} \gamma}. \quad (1.71)$$

Уравнение (1.71) легко преобразовать в дифференциальное

$$\frac{d^2 f_{\mathbf{q}}}{dt^2} - (\lambda_{\parallel}^{-2} + q^2) f_{\mathbf{q}}(t) = - (q_x^2 \operatorname{tg}^2 \gamma + q^2) e^{iq_x t \operatorname{tg} \gamma} \quad (1.72)$$

на интервале $-D/2 < t < D/2$ с граничными условиями

$$\left(\frac{df_{\mathbf{q}}}{dt} \pm q f_{\mathbf{q}} \right) \Big|_{\pm D/2} = (iq_x \operatorname{tg} \gamma \pm q) e^{\pm iq_x D \operatorname{tg} \gamma / 2}. \quad (1.73)$$

Введем безразмерные величины

$$\tau = t \sqrt{q^2 + \lambda_{\parallel}^{-2}}, \quad L = D \sqrt{q^2 + \lambda_{\parallel}^{-2}}, \quad k = \frac{q}{\sqrt{q^2 + \lambda_{\parallel}^{-2}}}, \quad p = \frac{q_x \operatorname{tg} \gamma}{\sqrt{q^2 + \lambda_{\parallel}^{-2}}},$$

и перепишем уравнение (1.72) и граничное условие (1.73) в виде:

$$\frac{d^2 f_{\mathbf{q}}}{d\tau^2} - f_{\mathbf{q}} = - (p^2 + k^2) e^{ip\tau}, \quad (1.74)$$

$$\left(\frac{df_{\mathbf{q}}}{d\tau} \pm k f_{\mathbf{q}} \right) \Big|_{\pm L/2} = (ip \pm k) e^{ipL/2}. \quad (1.75)$$

Решение уравнения (1.74) имеет вид

$$f_{\mathbf{q}}(\tau) = \frac{p^2 + k^2}{1 + p^2} e^{ip\tau} + \left(1 - \frac{p^2 + k^2}{1 + p^2} \right) (a e^{\tau} + b e^{-\tau}), \quad (1.76)$$

где постоянные a и b определяются из граничных условий (1.75):

$$a = \frac{e^{(ip+1)L/2}(k+ip)(1+k) + e^{-(ip+1)L/2}(k-ip)(1-k)}{2(2k \operatorname{ch} L + (1+k^2) \operatorname{sh} L)}$$

$$b = \frac{e^{(ip-1)L/2}(k+ip)(1-k) + e^{-(ip-1)L/2}(k-ip)(1+k)}{2(2k \operatorname{ch} L + (1+k^2) \operatorname{sh} L)}.$$

Тогда выражение для энергии взаимодействия (1.25) в непрерывном пределе запишется в виде:

$$\varepsilon_{int} = \frac{\Phi_0^2}{16\pi^3\lambda_{\parallel}^2} \int \frac{d^2\mathbf{q}}{q^2} \cos(\mathbf{q}\mathbf{R}) S(\mathbf{q}), \quad (1.77)$$

а для функции

$$S(\mathbf{q}) = \int_{-D/2}^{D/2} dt f_{\mathbf{q}}(t) e^{-iq_x t \operatorname{tg}\gamma}$$

можно получить следующее аналитическое выражение:

$$S(\mathbf{q}) = D \frac{p^2 + k^2}{1 + p^2} + \frac{2(1 - k^2) [k(1 - p^2) \operatorname{sh}L + (k^2 - p^2)(\operatorname{ch}L - \cos(pL)) + 2kp \sin(pL)]}{\sqrt{q^2 + \lambda_{\parallel}^{-2}} (1 + p^2)^2 [2k \operatorname{ch}L + (1 + k^2) \operatorname{sh}L]}. \quad (1.78)$$

1.5.2. Энергия дальнегодействующего отталкивания вихревых кластеров

Покажем, что энергия дальнегодействующего отталкивания вихрей в тонкой сверхпроводящей пленке слабо зависит от деталей их расположения, а определяется в основном средней концентрацией вихрей. Рассмотрим участок пленки с характерным размером W в перпендикулярном внешнем магнитном поле B , в котором произвольно распределены M вихрей со средним расстоянием a между ними:

$$W^2 B = M\Phi_0, \quad a^2 B = \Phi_0, \quad (1.79)$$

где Φ_0 – квант магнитного потока. Предполагая, что вихри распределены равномерно, найдем энергию пирловского отталкивания вихрей с потенциалом парного взаимодействия $U_{rep}(R) = \Phi_0^2/R$. Энергию в расчете на один вихрь можно оценить:

$$\varepsilon_P \approx \int_0^W U_{rep}(R) \frac{R dR}{a^2} = W \left(\frac{\Phi_0}{a} \right)^2. \quad (1.80)$$

Если вихри сгруппированы в кластеры по N вихрей в каждом, то характерное расстояние между кластерами $A = a\sqrt{N}$, а энергию отталкивания таких вихревых молекул в расчете на молекулу по аналогии с (1.80) можно оценить как:

$$\varepsilon_P^N \approx W \left(\frac{N\Phi_0}{A} \right)^2. \quad (1.81)$$

Легко видеть, что энергия вихрей, сгруппированных в кластеры, в расчете на один вихрь

$$\varepsilon_P^c = \varepsilon_P^N/N \approx W \left(\frac{\Phi_0}{a} \right)^2 \quad (1.82)$$

совпадает с (1.80).

Пиннинг вихрей Абрикосова на протяженных мезоскопических дефектах

Проблема пиннинга магнитного потока является одним из фундаментальных вопросов физики вихревого состояния в сверхпроводниках второго рода, имеющим одновременно и большое прикладное значение [91, 209]. Возможности практического применения сверхпроводников второго рода существенно зависят от качества создаваемых в сверхпроводнике искусственных центров пиннинга, с которыми эффективно взаимодействуют вихри. Типичным примером подобных центров пиннинга служат разнообразные полости, заполненные нормальным металлом или изолятором, создаваемые литографическим путем (наноразмерные гранулы нормального металла [210, 211] или массив субмикронных отверстий [212, 213]), либо в результате облучения сверхпроводника протонами [214] или тяжелыми ионами [215]. Развитие технологии изготовления сверхпроводящих образцов, в которых созданы различные несверхпроводящие структуры, делает актуальной задачу о взаимодействии вихря Абрикосова с различными мезоскопическими неоднородностями и включениями и депиннинге (срыве) вихря под действием внешнего тока. С другой стороны при отсутствии объемного пиннинга магнитные и резистивные свойства сверхпроводников второго рода в широком диапазоне магнитных полей и температур определяются поверхностным (Бина-Ливингстона [216]) или краевым [217] барьерами, которые препятствуют проникновению магнитного потока в виде вихрей в сверхпроводящий образец.¹ Высота такого барьера, препятствующего входу/выходу вихря, зависит как от формы и структуры поверхности сверхпроводника [218–222] (в частности, от присутствия вблизи поверхности различных дефектов и неоднородностей [223–226]), так и от формы вихревой нити [227–232] и полей рассеяния вихря вне пленки сверхпроводника [233–236]. Различные проявления барьера Бина-Ливингстона или краевого барьера экспериментально изучены в многочисленных работах [237–240].

Ключевым вопросом для понимания явлений, связанных с пиннингом вихрей, является вычисление элементарной силы пиннинга, определяющей взаимодействие одиночного вихря Абрикосова и дефекта. Поскольку характерный размер кода вихря - длина когерентности ξ , пиннинг вихрей оказывается особенно сильным, если дефекты представляют собой протяженные полости с поперечными размерами порядка длины когерентности, вытянутые

¹ См. также обзор [81], где описаны и другие виды барьеров, препятствующих проникновению магнитного потока в сверхпроводник и приведен обширный список работ по этому вопросу.

вдоль направления вихревой нити (приложенного магнитного поля). Простейшей моделью такого локализованного центра пиннинга в сверхпроводнике может служить цилиндрическая полость, заполненная изолятором. Хорошо известны две основные причины, обеспечивающие притяжение вихря к полости, в которой сверхпроводящий параметр порядка подавлен или отсутствует. Прежде всего, это выигрыш в энергии конденсации, необходимой для создания нормальной сердцевины вихря Абрикосова. Кроме этого следует принимать во внимание возмущения сверхтока и магнитного поля в вихре, вызванные присутствием неоднородности. В результате возникает потенциальный барьер, препятствующий выходу вихря из полости, подобный барьеру Бина-Ливингстона [216]. Впервые задача о взаимодействии одиночного вихря Абрикосова и цилиндрической непроводящей полости радиуса $\xi \ll R \ll \lambda$ в массивном сверхпроводнике второго рода была решена в лондонском приближении в работе [241]. Здесь λ - это лондонская глубина проникновения магнитного поля в сверхпроводник, а ξ - длина когерентности. В этой же работе было показано, что максимальное число вихрей, захваченных такой полостью, не может превышать значения $R/2\xi$. Плотность критического тока депиннинга j_p , т.е. максимальное значение плотности внешнего тока j , при которой вихрь еще остается локализованным в цилиндрической полости, оказывается порядка плотности критического тока в модели Лондонов [192]:

$$j_p \sim j_c = \frac{cH_{cm}}{4\pi\lambda} = \frac{c\Phi_0}{8\sqrt{2}\pi^2\lambda^2\xi} \quad (2.1)$$

для дефектов с радиусом порядка длины когерентности $R \sim \xi$ и быстро спадает при уменьшении радиуса полости. Заметим, что плотность тока j_c близка по величине к плотности тока распаривания j_d (2.54), получаемой из микроскопической теории. Обобщение результатов [241] для случая $R \gtrsim \lambda$, когда становятся существенными эффекты экранировки, выполнено в работе [242], где было показано, что в предельном случае $R \rightarrow \infty$ взаимодействие вихря и цилиндрической непроводящей полости описывается хорошо известным потенциалом Бина-Ливингстона для вихря у плоской поверхности сверхпроводника второго рода [216], что немедленно дает оценку плотности тока депиннинга: $j_p \sim j_c$. В работе [243] было отмечено, что в сверхпроводниках с большим параметром Гинзбурга-Ландау $\kappa = \lambda/\xi \gg 1$ в широком диапазоне значений внешнего магнитного поля можно пренебречь лондонской экранировкой. Это позволило авторам предложить эффективный метод расчета взаимодействия вихря с цилиндрической непроводящей полостью, основанный на аналогии уравнения Лондонов и уравнений 2D электростатики: было показано, что магнитное поле может быть представлено в виде суммы полей, создаваемых вихрями в сверхпроводнике, и полей изображений вихрей, расположенных в полости. В дальнейшем данный метод был применен для расчета

потенциала пиннинга вихря Абрикосова, взаимодействующего с дефектами более сложной формы на расстояниях $\xi \ll r \ll \lambda$ [223, 244, 245]. Условия формирования многоквантовых вихрей, содержащих в себе сразу несколько квантов магнитного потока, в сверхпроводнике с так называемыми колончатыми ("columnar") дефектами во внешнем магнитном поле получены в [246]. Многоквантовые или гиганские вихри могут удерживаться полостью достаточно большого размера [247] или формироваться в мезоскопических сверхпроводящих образцах в сильном внешнем магнитном поле [50, 248]. Многоквантовые вихри, локализованные вблизи центров пиннинга, наблюдались разными методами в работах [249, 250]. Появление многоквантовых вихрей качественно изменяет структуру вихревой решетки, изменяет вид кривой намагничивания, что используется для экспериментального обнаружения таких вихрей [247]. Заметим, что в магнитных полях, превышающих второе критическое поле ($H > H_{c2}$), когда объемная сверхпроводимость становится невозможной, подобные мезоскопические дефекты могут способствовать формированию в своей окрестности локализованных зародышей сверхпроводящей фазы, имеющих ненулевую завихренность, что оказывает влияние на верхнее критическое поле образца [246, 251], аналогично эффекту поверхностной сверхпроводимости.

Для вычисления энергии пиннинга вихря Абрикосова на дефекте с характерными размерами порядка длины когерентности ξ при температурах T близких к критической температуре T_c , адекватным является использование приближения Гинзбурга–Ландау, которое учитывает неоднородность модуля параметра порядка в коре вихря. Грубые оценки потенциала пиннинга вихря на малом дефекте с учетом "продавливания" параметра порядка в области дефекта дают очевидную квадратичную зависимость критического тока депиннинга от размера дефекта R [91]:

$$j_p \sim j_c(R/\xi)^2. \quad (2.2)$$

Для более точного расчета энергии взаимодействия вихря и дефекта используются различные численные методы решения уравнений Гинзбурга–Ландау [252] или минимизации соответствующего функционала [253, 254]. В отдельных случаях – сильные магнитные поля ($H \lesssim H_{c2}$) и соизмеримость решетки вихрей и центров пиннинга (число вихрей и число центров пиннинга совпадает) – удается получить аналитическое выражение для критического тока депиннинга методом пробных функций [255]. Подобные расчеты предсказывают заметно большее значение тока депиннинга для дефектов с $R \lesssim \xi$, чем дает интуитивная оценка (2.2). По мнению авторов [252] зависимость критического тока депиннинга от размера дефекта R скорее линейная ($j_p \sim j_c(R/\xi)$ для $R \leq \xi$), что объясняется существенными

искажениями сверхтока в вихре из-за присутствия дефекта и влиянием межвихревого взаимодействия. Заметим, что в указанных случаях учитывалось и влияние соседних вихрей, т.е., по сути, исследовался коллективный пиннинг всей решетки вихрей Абрикосова в целом. Линейная зависимость j_p от R может быть также связана с сильной деформацией кора вихря и формирования квазиодномерной области ("струны") между кором вихря и границей дефекта с заметно подавленным параметром порядка [254, 255]. Приближенное аналитическое решение уравнений Гинзбурга–Ландау, описывающее вихрь Абрикосова вблизи малой цилиндрической непроводящей полости ($R \ll \xi$) и учитывающее вносимые дефектом искажения параметра порядка и сверхтока в вихре, получено недавно в работе [245]. Вычисленный авторами ток депиннинга вихря j_p примерно в пять раз превышает оценку (2.2). Заметим, что при $j < j_p$ авторами [245] было получено новое решение, описывающее связанное состояние вихря и дефекта, когда положение особенности $|\Delta| = 0$ в вихре располагается вне полости. Однако использование для расчета взаимодействия вихря с дефектом феноменологических моделей (лондоновское приближение или модель Гинзбурга–Ландау) ограничивает применимость описанных результатов областью высоких температур T вблизи критической температуры T_c . К тому же полученные из феноменологических моделей выводы и оценки применимы только для сравнительно больших дефектов, пока все характерные масштабы существенно превышают длину когерентности при нулевой температуре ξ_0 . Такое длинноволновое приближение не справедливо при низких температурах $T \ll T_c$ и/или если размер дефекта настолько мал $R \lesssim \xi_0$, что становятся заметными микроскопические эффекты и необходим последовательный учет квазичастичных возбуждений в коре вихря, определяющих как структуру, так и динамику вихрей Абрикосова при $T \ll T_c$ [86]. Применение в работах [124, 125] квазиклассической теории [127] для анализа взаимодействия вихря и точечного дефекта с сечением рассеяния $\sigma_{sc} \ll \xi_0^2$ показало, что определяющим в этом случае является механизм пиннинга, возникающий из-за рассеяния квазичастиц на дефекте. Таким образом, элементарная сила пиннинга, удерживающая вихрь Абрикосова в полости с размерами $R \ll \xi_0$, должна существенно зависеть от электронной структуры вихревого состояния, т.е., в конечном счете, от вида спектра квазичастичных возбуждений в вихре, взаимодействующим с дефектом. Оказалось, что самосогласованный учет модификации профиля свехпроводящего параметра порядка в вихре $|\Delta(r)|$, вызванный присутствием примеси в коре вихря, приводит для $R \ll \xi_0$ к существенному (в $\xi_0/R \gg 1$ раз) увеличению энергии пиннинга, по сравнению с интуитивно ожидаемой из модели Гинзбурга–Ландау величиной $\sim H_{cm}^2 R^3/8\pi$. Соответствующая модификация функционала Гинзбурга–Ландау, позволяющая феноменологически учесть подобное влияние дефекта, получена в работах [128–130].

Модификация спектра элементарных возбуждений, вызванная присутствием одиночного атома примеси, расположенного в области сердцевинки вихря, была изучена в работе [134] для случая $\Delta_0 \gg \omega_0 \gg \tau_{tr}^{-1}$ (сверхчистый предел), где $\omega_0 = \Delta_0^2/\varepsilon_F$ – расстояние между уровнями спектра подщелевых состояний (см. раздел 2.1), τ_{tr} – среднее время столкновений электронов с атомами примеси, а $\Delta_0 \equiv \Delta_\infty$ – сверхпроводящая щель при $T = 0$ далеко от вихря и дефекта. Оказалось, что даже малое количество рассеивающих примесей атомарных размеров вызывает существенную модификацию аномальной ветви и приводит к заметному изменению проводимости двумерных слоистых сверхпроводников. Квазиклассический расчет электронной структуры вихря, взаимодействующего с цилиндрической непроводящей полостью, выполненный в работе [A9], показал, что нормальное рассеяние квазичастиц на поверхности дефекта качественно изменяет вид спектра возбуждений: при $T = 0$ в спектре возникает минищель $\Delta_m \sim (R/\xi_0)\Delta_0 \gg \omega_0$ ($R \ll \xi_0$), размер Δ_m которой растет с увеличением радиуса дефекта, приближаясь к Δ_0 . Позднее этот вывод был подтвержден в работе [135] расчетами аналогичного спектра с использованием уравнений Боголюбова-де-Жена [84, 136]. Образование минищели Δ_m в спектре локализованных состояний и "разрыв" аномальной (подщелевой) ветки спектра должны приводить к подавлению диссипации при низких температурах $T \ll \Delta_m$ [86, 256]. Макроскопически подавление диссипации должно означать прекращение движения вихрей под действием внешнего тока, т.е. пиннинг вихрей. Принимая во внимание описанную модификацию спектра квазичастичных возбуждений, в работе [A10] была предложена микроскопическая теория депиннинга вихря из полости с размером меньше или порядка сверхпроводящей длины когерентности ξ_0 под действием внешнего тока с плотностью j и установлена связь между процессом срыва вихря с центра пиннинга и топологическими изменениями вида квазиклассической орбиты, соответствующей энергии Ферми (см. раздел 2.3). Численные расчеты спектра элементарных возбуждений и волновых функций квазичастиц в многоквантовом вихре, локализованном на мезоскопическом цилиндрическом дефекте из нормального металла, выполнены в [131, 132] для различных значений завихренности M . Как и в случае отсутствия дефекта [133], спектр подщелевых состояний M -квантового вихря содержит M аномальных ветвей, пересекающих уровень Ферми. Квазиклассические расчеты аномальных ветвей спектра в M -квантовом вихре, расположенном в цилиндрической непроводящей полости с $R < \xi_0$ выполнены в [A9]. Как и в случае одноквантового вихря, нормальное отражение квазичастиц от поверхности дефекта качественно изменяет вид спектра: для малых значений углового момента квазичастиц $|\mu| < k_F R$ возникают новые связанные состояния с энергией $\sim \pm\Delta_0$. При увеличении радиуса дефекта подщелевые ветви спектра отодвигаются от уровня Ферми, формируя минищель в спектре элементарных возбуждений.

Электронная структура вихря на дефекте может быть экспериментально изучена, например, методами низкотемпературной сканирующей туннельной микроскопии (STM) [123, 257, 258], или с помощью измерений характеристик теплового транспорта вдоль направления магнитного поля [259, 260]. Современные методы STM позволяют исследовать локальный профиль плотности состояний (LDOS) квазичастиц на уровне Ферми, с высоким пространственным разрешением и, таким образом, получить информацию о числе и конфигурации аномальных ветвей в спектре возбуждений. Недавние STM эксперименты с монокристаллами NbSe_2 , на поверхности которого создан регулярный массив субмикронных частиц Au, позволили наблюдать как одноквантовые, так и многоквантовые вихри, локализованные вблизи нормальных частиц, выполняющих роль центров пиннинга [249]. Появление минищели Δ_m в спектре элементарных возбуждений вихря, который захвачен непроводящей полостью, проявляется в подавлении пиков локальной плотности состояний на уровне Ферми [A9], что вполне доступно для наблюдения современными экспериментальными методами.

В данной главе диссертации приведены результаты теоретических исследований особенностей индивидуального пиннинга вихря Абрикосова цилиндрической непроводящей полостью с характерными размерами, порядка сверхпроводящей длины когерентности ξ_0 . Выполнены квазиклассические расчеты спектра элементарных возбуждений и волновых функций квазичастиц в вихре, локализованном в мезоскопической цилиндрической полости, и построена микроскопическая теория депиннинга (срыва) вихря Абрикосова из полости под влиянием внешнего транспортного тока J , учитывающая модификацию спектра квазичастичных возбуждений в вихре, захваченном на дефекте, под действием тока. Основные результаты опубликованы в работах [A9, A10, A21].

2.1. Электронная структура вихрей Абрикосова, захваченных протяженным дефектом

При использовании микроскопических моделей для расчета энергии (силы) пиннинга вихря на дефекте необходимо учитывать особенности элементарных возбуждений с энергиями, лежащими в области сверхпроводящей щели, которые определяют как структуру, так и динамику вихрей Абрикосова при низких температурах [86]. Такие подщелевые состояния в коре вихря, как известно, формируют аномальные ветви в спектре возбуждений, которые пересекают уровень Ферми. Для одиночного вихря Абрикосова эти состояния описываются теорией Кароли–де Жена–Матрикона (Caroli–de Gennes–Matricon) (CdGM) [119]: энергия подщелевых состояний $\varepsilon(\mu, k_{\perp})$ изменяется от $-\Delta_0$ до $+\Delta_0$ при изменении углового момента частицы $\mu = -bk_{\perp} = [\mathbf{r} \times \mathbf{k}_{\perp}] \cdot \mathbf{z}_0 = k_{\perp} r \sin(\theta_p - \theta)$, вычисленного относительно оси вихря, а число таких аномальных ветвей M определяется величиной завихренности M . Здесь Δ_0 – величина сверхпроводящей щели далеко от оси вихря, $k_F = 2\pi/\lambda_F$ – волновой вектор на поверхности Ферми, λ_F – фермиевская длина волны, а b – прицельный параметр квазиклассической траектории с волновым вектором $\mathbf{k} = k_{\perp}(\cos \theta_p \mathbf{x}_0 + \sin \theta_p \mathbf{y}_0) + k_z \mathbf{z}_0$, проходящей через точку с координатами (r, θ, z) , где $k_{\perp}^2 = k_F^2 - k_z^2$, а k_z – проекция волнового вектора на ось вихря \mathbf{z}_0 (рис. 2.1). При малых энергиях $|\varepsilon| \ll \Delta_0$ спектр является линейной функцией дискретной величины $\mu = n + 1/2$ (n – целое число): $\varepsilon(\mu, k_{\perp}) \simeq \varepsilon_0(\mu, k_{\perp}) = -\mu \hbar \omega_0$. Здесь $\hbar \omega_0 \approx \Delta_0 \ln \Lambda / (k_{\perp} \xi_0)$ – расстояние между соседними уровнями в спектре, $\xi_0 = \hbar v_F / \Delta_0$ и

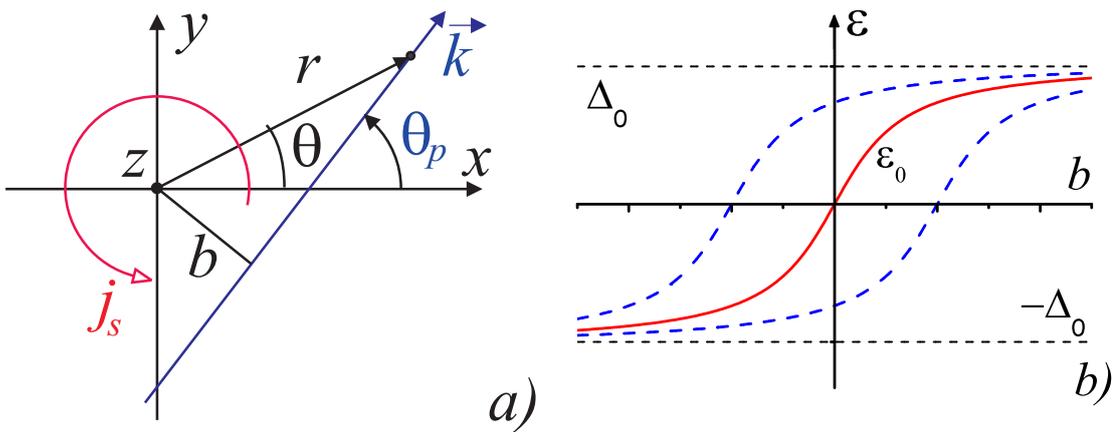


Рис. 2.1. (а) Квазиклассическая траектория \mathbf{k} , проходящая через точку (r, θ) с прицельным параметром b для вихря, расположенного в начале координат $x = y = 0$. (б) Аномальные ветви спектра подщелевых состояний $\varepsilon(b)$ для одноквантового вихря $M = 1$ (сплошная линия) и для двухквантового вихря $M = 2$ (пунктирная линия).

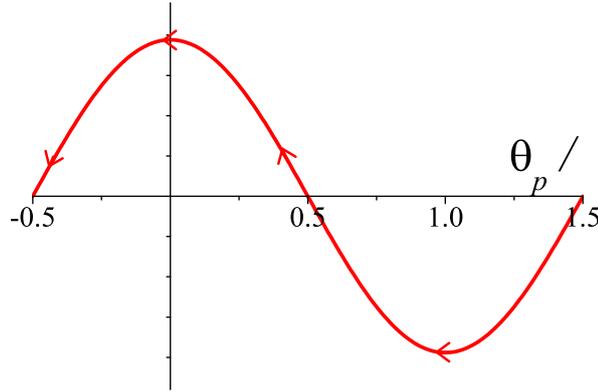


Рис. 2.2. Схематическое изображение квазиклассической орбиты, соответствующей энергии Ферми $\varepsilon = 0$, на плоскости (μ, θ_p) для возбуждений, локализованных в коре вихря, ось которого расположена в точке $(0, s_0)$ для $s_0 < 0$. Каждая точка на кривой определяет квазиклассическую траекторию, проходящую через ось вихря. Направление прецессии квазиклассической траектории показано стрелками.

V_F – скорость Ферми. Логарифмический фактор $\Lambda \sim \Delta_0/T$ отражает изменение структуры кора вихря вследствие эффекта Крамера–Пеша (Kramer–Pesch effect) [86, 261]. Пренебрегая при $T \gg \hbar\omega_0$ квантованием углового момента μ , получим, что аномальная ветвь пересекает уровень Ферми при $\mu = 0$ для всех направлений волнового вектора \mathbf{k}_F , определяемых углом θ_p . Таким образом, условие $\mu = 0$ определяет на плоскости канонически сопряженных величин (μ, θ_p) квазиклассическую орбиту (фазовую траекторию) для возбуждений в коре вихря, соответствующую уровню Ферми $\varepsilon = 0$.² В том случае, если ось вихря смещена в плоскости (x, y) относительно начала координат на вектор $\mathbf{r}_0 = x_v \mathbf{x}_0 + y_v \mathbf{y}_0$, угловой момент квазичастиц с волновым вектором \mathbf{k} относительно оси вихря $\tilde{\mu}$ связан с угловым моментом μ обычным соотношением

$$\tilde{\mu} = \mu - [\mathbf{r}_v \times \mathbf{k}_\perp] \cdot \mathbf{z}_0. \quad (2.3)$$

² Поскольку аномальная ветвь пересекает уровень Ферми $\varepsilon = 0$ при $\mu = 0$ для всех направлений волнового вектора \mathbf{k}_F , можно ввести понятие Ферми поверхности для возбуждений, локализованных в коре вихря (более подробно, см.[262]). Заметим, что транспортные и магнитные свойства, пиннинг, поток тепла в вихревом состоянии, особенности плотности состояний квазичастиц в вихрях – все основные параметры вихревой материи чрезвычайно чувствительны к изменению строения аномальных ветвей спектра, т.е., другими словами, определяются топологией Ферми поверхности для возбуждений в вихрях.

Для фиксированной энергии квазичастиц $\varepsilon = -\hbar\omega_0 \tilde{\mu}$ получим уравнение, определяющее квазиклассические орбиты на плоскости канонически сопряженных величин (μ, θ_p) :

$$\mu(\theta_p) = -\varepsilon/\hbar\omega_0 + [\mathbf{r}_v \times \mathbf{k}_\perp] \cdot \mathbf{z}_0. \quad (2.4)$$

На рис. 2.2 показана квазиклассическая орбита, соответствующая уровню Ферми $\varepsilon = 0$, для возбуждений, локализованных в коре вихря, ось которого расположена в точке $(0, s_0)$: $\mu(\theta_p) = -s_0 \cos \theta_p$. Каждая точка этой орбиты определяет квазиклассическую траекторию, проходящую через ось вихря. Подобной открытой ("пролетной") орбите соответствует инфинитная прецессия квазиклассической траектории, описываемая уравнением Гамильтона

$$\hbar \frac{\partial \theta_p}{\partial t} = \frac{\partial \varepsilon}{\partial \mu}, \quad (2.5)$$

которое определяет частоту прецессии $\Omega_p = -\omega_0$. Направление прецессии квазиклассической траектории показано на рис. 2.2 стрелками.

2.1.1. Квазиклассические уравнения в импульсном представлении

Для расчета спектра элементарных возбуждений в вихре, захваченным на бесконечном непроводящем цилиндре радиуса R , воспользуемся двумерными уравнениями Боголюбова–де-Жена (Bogolubov-de Gennes equations) [84, 136] (BdG) для электронной (u) и дырочной (v) частей двухкомпонентной волновой функции $\hat{\Psi}(\mathbf{r}, z) = (u, v) \exp(ik_z z)$:

$$-\frac{\hbar^2}{2m} (\nabla^2 + k_\perp^2) u + \Delta(\mathbf{r}) v = \varepsilon u \quad (2.6)$$

$$\frac{\hbar^2}{2m} (\nabla^2 + k_\perp^2) v + \Delta^*(\mathbf{r}) u = \varepsilon v. \quad (2.7)$$

Здесь $\nabla = \partial_x \mathbf{x}_0 + \partial_y \mathbf{y}_0$, $\mathbf{r} = (x, y)$ – радиус-вектор в плоскости, перпендикулярной оси цилиндра, функция $\Delta(\mathbf{r})$ описывает профиль сверхпроводящей щели в вихре, и $k_\perp^2 = k_F^2 - k_z^2$. Считается, что система однородна вдоль оси z и, поэтому, проекция волнового вектора k_z сохраняется. Следуя процедуре подробно описанной в работах [263–265] перепишем уравнения (2.6,2.7) в импульсном представлении:

$$\hat{\psi}(\mathbf{r}) = \begin{pmatrix} u \\ v \end{pmatrix} = \frac{1}{(2\pi\hbar)^2} \int d^2\mathbf{p} e^{i\mathbf{p}\mathbf{r}/\hbar} \hat{\psi}(\mathbf{p}) \quad (2.8)$$

где $\mathbf{p} = |\mathbf{p}| (\cos \theta_p, \sin \theta_p) = p \mathbf{p}_0$, а единичный вектор $\mathbf{p}_0 = (\cos \theta_p, \sin \theta_p)$ определяет направление траектории в плоскости (x, y) . Поскольку характерный масштаб волновой функции квазичастиц определяется сверхпроводящей длиной когерентности ξ_0 , которая существенно

превышает фермиевскую длину волны ($k_F \xi_0 \gg 1$), абсолютное значение импульса p в решении 2.8 близко к значению $\hbar k_\perp$: $p = \hbar k_\perp + q$ ($|q| \ll \hbar k_\perp$). Вводя преобразование Фурье

$$\hat{\psi}(\mathbf{p}) = \frac{1}{k_\perp} \int_{-\infty}^{+\infty} ds e^{i(k_\perp - |\mathbf{p}|/\hbar)s} \hat{\psi}(s, \theta_p), \quad (2.9)$$

запишем волновую функцию $\hat{\psi}(r, \theta)$ в реальном пространстве (r, θ, z) в следующем виде (подробно см. [263]):

$$\hat{\psi}(r, \theta) = \int_0^{2\pi} e^{ik_\perp r \cos(\theta_p - \theta)} \hat{\psi}(r \cos(\theta_p - \theta), \theta_p) \frac{d\theta_p}{2\pi}. \quad (2.10)$$

Внутри непроводящего дефекта волновая функция квазичастиц $\hat{\psi}(r, \theta)$ должна обращаться в нуль. Предполагая потенциальный барьер для квазичастиц на границе сверхпроводник–изолятор цилиндра бесконечно большим, получим следующее граничное условие для волновой функции $\hat{\psi}(r, \theta)$ на поверхности непроводящего цилиндра:

$$\hat{\psi}(R, \theta) = \left(\begin{matrix} u \\ v \end{matrix} \right)_{r=R} = \frac{1}{2\pi} \int_0^{2\pi} d\theta_p e^{ik_\perp R \cos(\theta_p - \theta)} \hat{\psi}(R \cos(\theta_p - \theta), \theta_p) = 0. \quad (2.11)$$

Для получения квазиклассических уравнений Андреева воспользуемся эйкональным приближением

$$\hat{\psi}(s, \theta_p) = e^{iS(\theta_p)} \hat{g}(s, \theta_p),$$

полагая, что функция \hat{g} слабо зависит от угла θ_p . Квазичастицы, движущиеся по классическим траекториям параллельно $\mathbf{k}_\perp = k_\perp (\cos \theta_p, \sin \theta_p)$, характеризуются угловым моментом $\mu = -k_\perp b$, где

$$b = -\frac{1}{k_\perp} \frac{\partial S}{\partial \theta_p} \quad (2.12)$$

– прицельный параметр траектории. Предполагая аксиальную симметрию задачи, при которой угловой момент μ сохраняется, получим следующие квазиклассические уравнения Андреева для огибающей функции $\hat{g}(s, \theta_p)$:

$$-i\hbar V_\perp \hat{\sigma}_z \frac{\partial \hat{g}}{\partial s} + \hat{\sigma}_x \text{Re} \Delta(\mathbf{r}) \hat{g} - \hat{\sigma}_y \text{Im} \Delta(\mathbf{r}) \hat{g} = \epsilon \hat{g}, \quad (2.13)$$

где $\hat{\sigma}_i$ – матрицы Паули, $mV_\perp = \hbar k_\perp$, и

$$x = s \cos \theta_p - b \sin \theta_p, \quad y = s \sin \theta_p + b \cos \theta_p, \quad x \pm iy = (s \pm ib) e^{\pm i\theta_p}.$$

Дальнейший анализ спектра элементарных возбуждений в вихре, захваченным на бесконечном непроводящем цилиндре радиуса R , основан на решении уравнений (2.13) с граничными условиями (2.11).

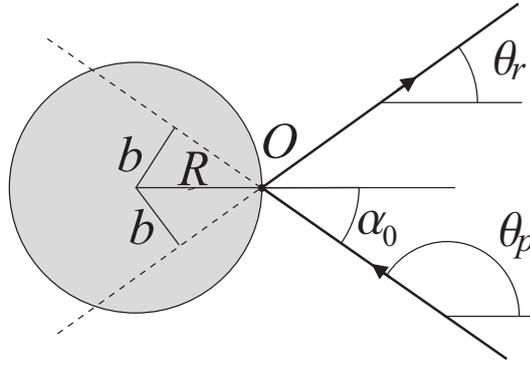


Рис. 2.3. Зеркальное отражение квазиклассической траектории от поверхности цилиндрического дефекта.

2.1.2. Спектр электронных состояний одноквантового вихря в цилиндрической полости

Изучим как меняется спектр спектр электронных состояний в вихре, захваченным на протяженном дефекте. В простейшем случае, позволяющем проанализировать основные особенности спектра квазичастиц, дефект представляет собой идеальный непроводящий цилиндр радиуса R , а ось цилиндра совпадает с осью вихревой линии, параллельной оси \mathbf{z}_0 . Нормальное рассеяние квазичастиц на поверхности цилиндра вызывает существенную перестройку аномальной ветви энергетического спектра квазичастиц, подобно тому, как это происходит в задачах об электронной структуре вихря в присутствии точечного рассеивателя [134] или в мезоскопическом сверхпроводнике [263, 266] из-за конкуренции нормального и андреевского механизмов отражения.

Качественное рассмотрение

Спектр квазичастичных состояний в вихре на дефекте может быть проанализирован качественно, рассматривая движение электронов и дырок вдоль квазиклассических траекторий, которые лежат в плоскости (x, y) , перпендикулярной оси вихря ($k_z = 0$). Такие траектории полностью определяются прицельным параметром относительно центра вихря $b = -\mu/k_F$ и углом ориентации траектории θ_p в плоскости (см. рис. 2.3). Для малых значений прицельного параметра $b \leq R$ траектории испытывают зеркальное отражение от поверхности дефекта. Далеко от точки отражения O сверхпроводящий параметр порядка $\Delta = |\Delta|e^{i\varphi}$ однороден ($|\Delta| = \Delta_0$), а сверхпроводящая разность фаз $\delta\varphi$, набегаящая вдоль траектории, отраженной от поверхности цилиндра, определяются значением прицельного параметра b : $\delta\varphi = 2 \arcsin(|b|/R)$. Пренебрегая неоднородностью профиля параметра порядка в вихре, легко получить зависимость сверхпроводящего параметра порядка от координаты s вдоль

траектории:

$$\Delta(s) = \Delta_0 \exp(i \arcsin(|b|/R) \operatorname{sign} s).$$

Спектр локализованных подщелевых состояний квазичастиц (электронов и дырок) в этом случае можно определить, используя очевидную аналогию с задачей об андреевских уровнях энергии в одномодовой джозефсоновской структуре [267, 268]:

$$\varepsilon_J(b) = \pm \Delta_0 \cos(\delta\varphi/2) = \pm \Delta_0 \sqrt{1 - b^2/R^2}. \quad (2.14)$$

Данный спектр подщелевых состояний содержит две ветви, которые соответствуют квазичастицам, распространяющимся вдоль траектории в противоположных направлениях. Таким образом, рассеяние на дефекте квазичастиц с малыми значениями прицельного параметра $b \leq R$ приводит к формированию новой ветви спектра, на которой энергия локализованных состояний убывает, как функция растущего прицельного параметра траектории b . С другой стороны, квазиклассические траектории для больших значений прицельного параметра $b > R$ практически не искажаются дефектом. Следовательно, спектр квазичастиц в этом случае должен совпадать с CdGM спектром для локализованных состояний в вихре Абрикосова $\varepsilon(\mu, k_\perp)$ [119], который при $b < \xi_0$ хорошо описывается линейной зависимостью: $\varepsilon_0(b) \approx \pm \Delta_0 b/\xi_0$. Термы, соответствующие ветвям $\varepsilon_J(b)$ и $\varepsilon_0(b)$ пересекаются в области $b \sim \pm R$, где CdGM ветвь $\varepsilon_0(b)$ обрывается при энергиях $\sim \pm \varepsilon_0(R)$ и трансформируется в спектральную ветвь $\varepsilon_J(b)$, которая при дальнейшем уменьшении $|b|$ достигает значений энергии, соответствующих сверхпроводящей щели $\pm \Delta_0$:

$$\varepsilon(b) \approx \pm \Delta_0 \begin{cases} \sqrt{1 - b^2/R^2}, & b \leq R \\ b/\xi_0, & b > R \end{cases}. \quad (2.15)$$

В отличие от классического CdGM спектра, полученный спектр (2.15) не пересекает уровень Ферми: в спектре локализованных состояний появляется минищель $\Delta_m \sim \varepsilon_0(R) = \Delta_0 R/\xi_0$, величина которой растет с увеличением радиуса дефекта R . При $R \gg \xi_0$ энергия подщелевых состояний лишь незначительно отличается от $\pm \Delta_0$.

Вычислим спектр подщелевых элементарных возбуждений в одноквантовом вихре, захваченном на бесконечном непроводящем цилиндре радиуса R . Распределение параметра порядка $\Delta(x, y)$ в вихре и имеет вид

$$\Delta = \Delta_0 \delta_v(r) e^{i\theta}, \quad r = \sqrt{x^2 + y^2} \geq R. \quad (2.16)$$

Здесь функция $\delta_v(r)$, нормированная так, чтобы $\delta_v(r) = 1$ для $r \rightarrow \infty$, описывает профиль сверхпроводящей щели в вихре с центром в точке $r = 0$. Переходя к переменным (s, θ_p) для

$r = \sqrt{s^2 + b^2} \geq R$ получим:

$$\Delta = D_b(s) e^{i\theta_p}, \quad D_b(s) = \Delta_0 \frac{\delta_v(\sqrt{s^2 + b^2})}{\sqrt{s^2 + b^2}} (s + ib). \quad (2.17)$$

Используя калибровочное преобразование

$$\hat{g}(s, \theta_p) = e^{i\hat{\sigma}_z \theta_p / 2} \hat{f}(s). \quad (2.18)$$

выделим явную зависимость функции \hat{g} от переменной θ_p и перепишем квазиклассическое уравнение (2.13) следующим образом:

$$-i\hbar V_\perp \hat{\sigma}_z \partial_s \hat{f} + \hat{\Delta}_b(s) \hat{f} = \epsilon \hat{f}, \quad (2.19)$$

где новый оператор щели $\hat{\Delta}_b(s)$ имеет вид:

$$\hat{\Delta}_b(s) = \hat{\sigma}_x \operatorname{Re} D_b(s) - \hat{\sigma}_y \operatorname{Im} D_b(s). \quad (2.20)$$

В силу однозначности волновой функции $\hat{\psi}(s, \theta_p)$, угловой момент μ принимает только полуцелые значения: $\mu = n + 1/2$ (n – целое). Изменяя знак координаты s на противоположный, легко убедиться, что решение уравнений (2.19) обладает следующим полезным свойством симметрии:

$$\hat{f}(-s) = \pm \hat{\sigma}_y \hat{f}(s). \quad (2.21)$$

Граничное условие для функции \hat{f} на поверхности цилиндра получается из (2.11) заменой $\alpha = \theta_p - \theta$ и сдвигом пределов интегрирования:

$$\int_0^{2\pi} d\alpha e^{ik_\perp R \cos \alpha + i\mu\alpha} \left[e^{i\hat{\sigma}_z \alpha / 2} \hat{f}(R \cos \alpha) \right] = 0. \quad (2.22)$$

Предполагая, что $k_\perp R \gg 1$ и функция $e^{i\hat{\sigma}_z \alpha / 2} \hat{f}(s)$ медленно меняется на атомном масштабе $\sim 1/k_F$, вычислим интеграл (2.22) методом стационарной фазы. Для фиксированного значения орбитального момента μ точки стационарной фазы определяются из условия: $\sin \alpha_{1,2} = \mu/k_\perp R = -b/R$. Очевидно, что при $|b| > R$ точки стационарной фазы отсутствуют и интеграл (2.22) всегда пренебрежимо мал. Это означает, что для траекторий без отражения присутствие цилиндрического дефекта не оказывает влияния на волновую функцию \hat{f} , определенную на таких траекториях. В обратном случае, $|b| < R$, существуют две точки стационарной фазы, соответствующие углам $\alpha_1 = \alpha_0 \equiv -\arcsin(b/R)$ и $\alpha_2 = \pi - \alpha_0$, которые определяют углы ориентации падающей θ_p и зеркально отраженной θ_r траекторий (см. рис. 2.3). Суммируя вклады от этих двух точек стационарной фазы, можно переписать граничное условие (2.22) в виде:

$$e^{i\hat{\varphi}_0} \hat{f}(s_0) = e^{-i\hat{\varphi}_0} \hat{f}(-s_0), \quad (2.23)$$

где $s_0 = \sqrt{R^2 - b^2}$, $2\beta_0 = \alpha_0 - \pi/2$ и $\hat{\varphi}_0 = k_\perp s_0 + (2\mu + \hat{\sigma}_z)\beta_0 - 3\pi/4$.

Для больших значений прицельного параметра $|b| > R$ нормальное рассеяние квази-частиц на цилиндрической поверхности дефекта отсутствует, и траектории практически не искажаются дефектом. Следовательно, аномальная ветвь спектра элементарных возбуждений описывается стандартным CdGM решением для локализованных состояний в изолированном вихре Абрикосова [119]. Для вычисления CdGM спектра воспользуемся методикой, предложенной в [133], и будем считать мнимую часть оператора щели (2.20) возмущением. Пренебрегая этим слагаемым в уравнении (2.19) получим:

$$-i\hbar V_\perp \hat{\sigma}_z \partial_s \hat{f}_0 + \hat{\sigma}_x \text{Re} D_b(s) \hat{f}_0 = \epsilon \hat{f}_0. \quad (2.24)$$

Легко убедиться, что $\epsilon = 0$ является собственным значением последнего уравнения, а соответствующие ему нормированные собственные функции \hat{f}_0 имеют вид:

$$\hat{f}_0 = \sqrt{\frac{1}{2I_0}} \begin{pmatrix} 1 \\ -i \end{pmatrix} e^{-K_0(s)}, \quad (2.25)$$

где

$$K_0(s) = \frac{1}{\hbar V_\perp} \int_0^s dt \text{Re} D_b(t), \quad I_0 = \int_{-\infty}^{+\infty} ds e^{-2K_0(s)}. \quad (2.26)$$

Тогда в первом порядке теории возмущений получим обычное выражение для CdGM спектра $\epsilon_0(b)$, справедливое, если $|b| > R$:

$$\epsilon_0(b) = \frac{b \Delta_0}{I_0} \int_{-\infty}^{+\infty} ds \frac{\delta_v(\sqrt{s^2 + b^2})}{\sqrt{s^2 + b^2}} e^{-2K_0(s)}. \quad (2.27)$$

В том случае, когда прицельный параметр мал $|b| < R$, зеркальное отражение квази-частиц от цилиндрической поверхности дефекта (см. рис. 2.3), изменяет направление траектории и спектр подщелевых состояний. Введем новую функцию

$$\hat{F}(s) = \begin{cases} e^{+i\hat{\varphi}_0} \hat{f}(s + s_0), & s > 0 \\ e^{-i\hat{\varphi}_0} \hat{f}(s - s_0), & s < 0 \end{cases}, \quad (2.28)$$

которая определена на всей оси s и, в соответствии с граничным условием (2.23), непрерывна в точке $s = 0$: $\hat{F}(-0) = \hat{F}(+0)$. Тогда уравнение относительно \hat{F} имеет вид:

$$-i\hbar V_\perp \hat{\sigma}_z \partial_s \hat{F} + \hat{\sigma}_x \text{Re} G(s) \hat{F} - \hat{\sigma}_y \text{Im} G(s) \hat{F} = \epsilon \hat{F}, \quad (2.29)$$

где

$$G(s) = -\Delta_0 \frac{\delta_v(\sqrt{(|s| + s_0)^2 + b^2})}{\sqrt{(|s| + s_0)^2 + b^2}} \left[s b/R + i \left(R + |s| \sqrt{1 - b^2/R^2} \right) \right]. \quad (2.30)$$

В пределе больших значений $|s|$ выражение (2.30) принимает вид

$$G(s) \simeq -i\Delta_0 e^{i\alpha_0 |s|/s}, \quad (2.31)$$

что согласуется с результатом качественного рассмотрения: разность фаз сверхпроводящего параметра порядка между точками на концах траектории определяется её прицельным параметром $\delta\varphi = -2\alpha_0 = 2 \arcsin(b/R)$. Пренебрегая неоднородностью амплитуды и фазы параметра порядка вдоль траектории с прицельным параметром b , легко получить точное решение задачи Штурма–Лиувилля (2.29), (2.31):

$$\epsilon = \chi\Delta_0 \sqrt{1 - b^2/R^2}, \quad (2.32)$$

$$\hat{F}(s) = \sqrt{\frac{|b|}{4R\xi_0}} \begin{pmatrix} 1 \\ i\chi \end{pmatrix} e^{-|b||s|/R\xi_0}, \quad (2.33)$$

где $\chi = \text{sign } b$, and $\xi_0 = \hbar V_F/\Delta_0$ – длина когерентности. Используемое здесь весьма грубое приближение о постоянстве амплитуды и фазы параметра порядка вдоль траектории не позволяют однако детально проследить переход ветви (2.32) в спектр CdGM (2.27), который происходит при $b \sim \pm R$. Более точное аналитическое выражение для энергии подщелевых состояний с малыми прицельными параметрами $|b| < R$, учитывающее профиль сверхпроводящей щели в вихре (2.16), может быть получено по теории возмущений, используя подход, аналогичный предложенному в [133] для нахождения ветви CdGM (см. Приложение 2.5.1).

В результате получим следующее выражение для спектра элементарных возбуждений

$$\epsilon_s(b) = \frac{\chi\Delta_0}{I} \int_{-\infty}^{+\infty} ds \frac{\delta_v(\sqrt{(|s| + s_0)^2 + b^2})}{\sqrt{(|s| + s_0)^2 + b^2}} \left(R + |s| \sqrt{1 - b^2/R^2} \right) e^{-2K(s)}, \quad (2.34)$$

справедливое для малых значений прицельного параметра $|b| < R$. Очевидно, что $\epsilon_s(R) = \epsilon_0(R)$, и выражения (2.27) и (2.34) описывают весь спектр подщелевых состояний для любого значения прицельного параметра b :

$$\epsilon(b) = \begin{cases} \epsilon_s(b), & |b| \leq R \\ \epsilon_0(b), & |b| > R \end{cases}. \quad (2.35)$$

Отметим, что особенность в поведении производной $d\epsilon/db$ при $|b| = R$ возникает вследствие неприменимости квазиклассического описания для прямолинейных траекторий, которые касаются поверхности дефекта.

Сравним приближенное аналитическое решение (2.34) с грубой оценкой спектра (2.32), полученной в предположении однородности параметра порядка вокруг дефекта. Поскольку качественное поведение спектра слабо зависит от профиля модуля щели $|\Delta_0(r)|$, выберем в качестве функции $\delta_v(r)$ следующую модельную зависимость

$$\delta_v(r) = r/\sqrt{r^2 + \xi_0^2}, \quad (2.36)$$

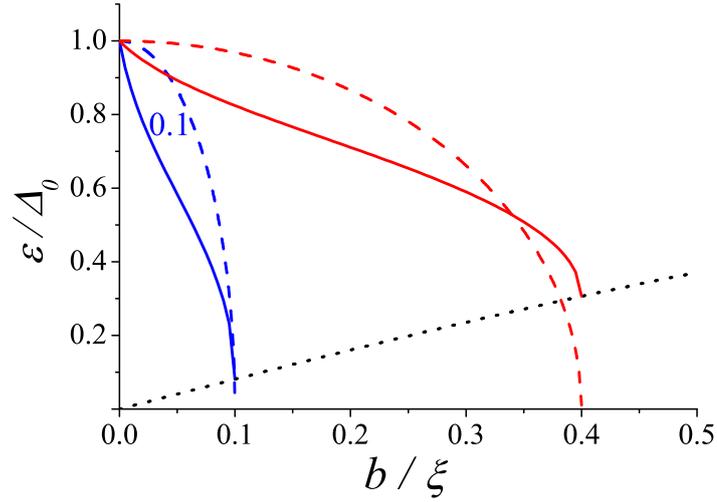


Рис. 2.4. Спектр возбуждений, вычисленный по формулам (2.34) и (2.36) для $k_z = 0$ и двух значений радиуса дефекта $R = 0.1\xi_0$; $0.4\xi_0$ показан сплошными линиями. Цифры рядом с кривыми указывают значение R/ξ_0 . Для сравнения пунктиром показаны зависимости (2.32), не учитывающие неоднородности профиля щели. Точками показана CdGM ветвь спектра возбуждений (2.27).

пренебрегая, тем самым, влиянием дефекта на профиль параметра порядка в вихре. Используя известное свойство симметрии спектра $\epsilon(-b, k_z) = -\epsilon(b, k_z)$ и $\epsilon(b, -k_z) = \epsilon(b, k_z)$, мы приводим здесь только часть спектра для положительных значений ϵ и k_z . На рис. 2.4 показан вид спектра, вычисленный по формулам (2.34) и (2.36) для $k_z = 0$ и двух значений радиуса дефекта $R = 0.1\xi_0$; $0.4\xi_0$. Для сравнения изображен спектр (2.32), вычисленный без учета неоднородности щели вдоль траектории. Решение (2.32) хорошо аппроксимирует приближенное аналитическое решение в области $|b| \lesssim R$ только для достаточно малых значений $R \ll \xi_0$, когда доплеровский сдвиг уровней энергии, вызванный фазовой неоднородностью параметра порядка вдоль траектории, незначителен. В противном случае ($R \lesssim \xi_0$) доплеровский сдвиг оказывает заметное влияние на спектр. В тоже время влияние неоднородности модуля параметра порядка вдоль траектории на спектр возбуждений в вихре оказывается более слабым по сравнению с доплеровским сдвигом и заметно только для дефектов малого радиуса $R \ll \xi_0$.

На рис. 2.5 для сравнения показаны типичные спектры подщелевых состояний, вычисленный по аналитическим формулам (2.34) и (2.36) и результаты численного решения задачи на собственные значения (2.19), (2.37). Для численного расчета спектра $\epsilon(b, k_z)$ мы искали решения квазиклассического уравнения (2.19) для $s \geq s_0$, которые затухают при $s \rightarrow \infty$. Необходимое граничное условие для электронной f_u и дырочной f_v частей двухкомпонент-

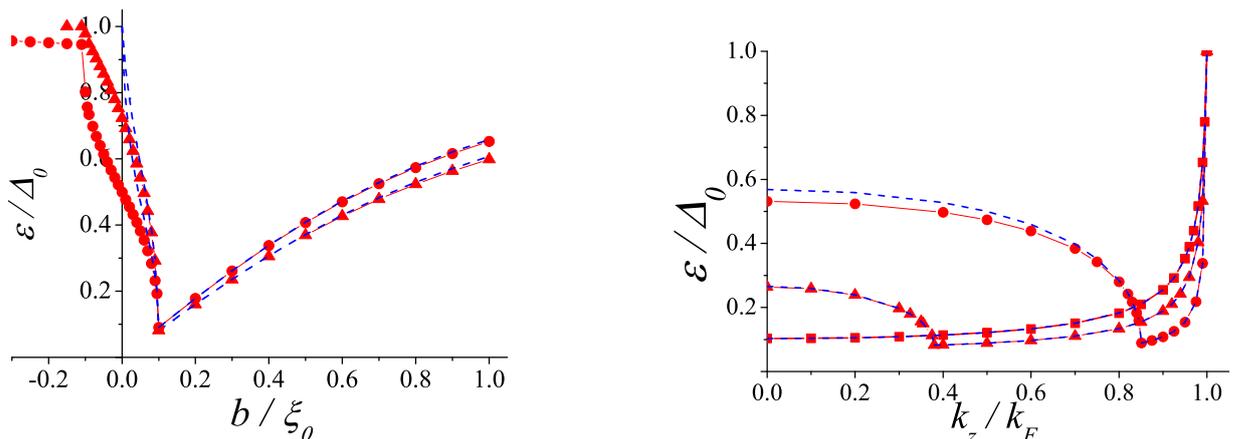


Рис. 2.5. Спектр возбуждений $\epsilon(b, k_z)$ в вихре на цилиндрическом дефекте, полученный в результате численного решения задачи на собственные значения (2.19), (2.37) ($R = 0.1 \xi_0$, $k_F \xi_0 = 200$)

(а) Зависимости $\epsilon(b)$ для нескольких значений квазиимпульса вдоль оси вихря k_z : \blacktriangle – $k_z = 0$; \bullet – $k_z = 0.9k_F$. (б) Зависимости $\epsilon(k_z)$ для нескольких значений углового момента μ : \bullet – $\mu = -10.5$; \blacktriangle – $\mu = -18.5$; \blacksquare – $\mu = -25.5$. Пунктиром показаны ветви спектра, вычисленные при помощи аналитических выражений (2.27), (2.34), (2.35). В качестве функции $\delta_v(r)$ при расчетах использовалась зависимость (2.36).

ной волновой функции $\hat{f} = (f_u, f_v)$ при $s = 0$ можно определить из уравнения (2.23) и свойств симметрии (2.21):

$$f_v(s_0) = e^{i\alpha_0} f_u(s_0). \quad (2.37)$$

Для траекторий, не взаимодействующих с дефектом ($|b| > R$), следует положить $s_0 = 0$, и граничное условие (2.37) имеет вид: $f_v(0) = -i \chi f_u(0)$. Можно заметить, что приближенный спектр (2.35) хорошо совпадает с результатами численного решения, для большинства значений прицельного параметра b . Заметные отличия аналитического и численного решений наблюдаются, как и ожидалось, в области малых значений прицельного параметра $|b| \ll R$. Самосогласованные численные расчеты спектра возбуждений локализованных в вихре, захваченным непроводящей цилиндрической полостью, выполненные в работе [135] с использованием уравнений VdG (2.6, 2.7), показали хорошее совпадение аналитического решения (2.27), (2.34), (2.35) для профиля щели (2.36) с результатами численных расчетов спектра, в области справедливости квазиклассического приближения: $k_\perp \xi_0 \gg 1$.

Таким образом, спектр возбуждений в вихре $\epsilon(\mu, k_\perp)$, захваченным в цилиндрической полости, качественно отличается от обычного CdGM спектра. Для достаточно больших значений углового момента $|\mu| \geq \mu_a = k_\perp R$ квазиклассические траектории не искажаются

дефектом, оставаясь прямолинейными, и спектр элементарных возбуждений совпадает со спектром обычного вихря Абрикосова, описываемого теорией Кароли–де-Жена–Матрикона. В противоположном случае ($|\mu| < \mu_a$), траектория квазичастиц испытывает нормальное отражение от поверхности дефекта, что приводит к разрушению аномальной ветви спектра в окрестности энергии Ферми: энергия связанных состояний быстро приближается к значениям сверхпроводящей щели $\pm\Delta_0$. Таким образом, в отличие от обычного CdGM спектра, подщелевые ветви спектра возбуждений в вихре, захваченном в цилиндрической полости, не пересекают уровень Ферми: в спектре формируется минищель $\Delta_{min} \sim |\varepsilon_0(k_F R, k_F)|$, которая растет с увеличением радиуса дефекта R . Заметим, что при $k_F \xi_0 \gg 1$ величина минищели существенно превышает расстояние между соседними уровнями в спектре $\hbar\omega_0 \sim \Delta_0^2/\varepsilon_F$ из-за дискретности углового момента μ . Существование такой минищели в спектре элементарных возбуждений должно оказывать существенное влияние на локальную плотность состояний (LDOS) квазичастиц в вихре и может быть экспериментально обнаружена методами низкотемпературной сканирующей туннельной микроскопии [121, 249, 258, 269–271]. Результаты расчета LDOS для одноквантового вихря в полости приведены в следующем разделе 2.2 диссертации. Поскольку для $|\mu| < k_F R$ спектр $\epsilon(k_z)$ имеет минимум (см. рис. 2.5b), можно ожидать появление особенности ван-Хола в зависимости плотности состояний от энергии.

2.1.3. Спектр электронных состояний многоквантового вихря в цилиндрической полости

Обобщим результаты, полученные в разделе 2.1.2 и изучим электронную структуру многоквантового вихря, захваченного цилиндрической полостью радиуса R . Как известно, в отсутствие внешнего тока, в достаточно большой полости может быть захвачено сразу несколько квантов магнитного потока (многоквантовый вихрь) [241, 247, 249–251]. В отсутствие дефекта спектр квазичастиц в многоквантовом вихре с завихренностью M содержит M аномальных веток [133], поведение и свойства которых подробно изучались как аналитическими [132, 265, 272, 273], так и численными методами [131, 132]. Для расчета спектра многоквантового вихря в полости будем численно решать задачу на собственные значения (2.19), полагая, что профиль вихревого параметра порядка описывается формулой

$$\Delta_M(r) = \Delta_0 [\delta_v(r)]^M e^{iM\theta}, \quad r \geq R, \quad (2.38)$$

где радиальная зависимость $\delta_v(r)$ определяется выражением (2.36). В (s, θ_p) представлении для $s \geq s_0$ получим:

$$\Delta_M = D_M(s) e^{iM\theta_p}, \quad D_M(s) = \Delta_0 \left[\frac{\delta_v(\sqrt{s^2 + b^2})}{\sqrt{s^2 + b^2}} \right]^M (s + ib)^M. \quad (2.39)$$

Используя преобразование

$$\hat{g}(s, \theta_p) = e^{iM\hat{\sigma}_z\theta_p/2} \hat{f}(s) \quad (2.40)$$

можно переписать квазиклассические уравнения (2.13) в форме (2.19), где оператор сверхпроводящей щели имеет вид:

$$\hat{\Delta}_b(s) = \hat{\sigma}_x \text{Re}D_M(s) - \hat{\sigma}_y \text{Im}D_M(s). \quad (2.41)$$

Свойства симметрии оператора щели $\hat{\Delta}_b(s)$ и уравнения (2.19) различны для четных/нечетных значений M :

$$\hat{\Delta}_b(-s) = \begin{cases} \hat{\Delta}_b^*(s), & M = 2n \\ -\hat{\Delta}_b^*(s), & M = 2n - 1 \end{cases}, \quad (2.42)$$

где n – целое число. Условия (2.42) определяют следующие свойства симметрии для функции $\hat{f}(s)$ на траектории

$$\hat{f}(-s) = \begin{cases} C \hat{\sigma}_x \hat{f}(s), & M = 2n \\ C \hat{\sigma}_y \hat{f}(s), & M = 2n - 1 \end{cases}, \quad (2.43)$$

которые обобщают условия (2.21) на случай произвольного значения M . Здесь C – произвольная константа. Используя, как и прежде, метод стационарной фазы можно записать граничные условия для волновых функций $\hat{f}(s)$ на поверхности изолирующего цилиндра в виде:

$$e^{i\hat{\varphi}_M} \hat{f}(s_0) = e^{-i\hat{\varphi}_M} \hat{f}(-s_0), \quad \hat{\varphi}_M = k_\perp s_0 + (2\mu + M\hat{\sigma}_z)\beta_0 - 3\pi/4. \quad (2.44)$$

Учитывая свойства симметрии (2.43) из граничного условия (2.44) можно получить следующее соотношение между электронной f_u и дырочной f_v частями волновой функции \hat{f} на поверхности дефекта:

$$f_v(s_0) = \pm e^{iM\alpha_0} f_u(s_0). \quad (2.45)$$

Для $|b| > R$ можно положить $s_0 = 0$ и $\alpha_0 = -\pi/2$. Выбор знака в выражении (2.45) зависит от числа веток спектра M , т.е. от завихренности. На рис. 2.6 приведены примеры спектров квазичастиц в многоквантовом вихре, полученные в результате численного решения задачи Штурма-Лиувилля (2.19), (2.41) с граничными условиями (2.45) для вихрей с $M = 2, 3$. Аналогично ранее рассмотренному случаю одноквантового вихря, нормальное отражение

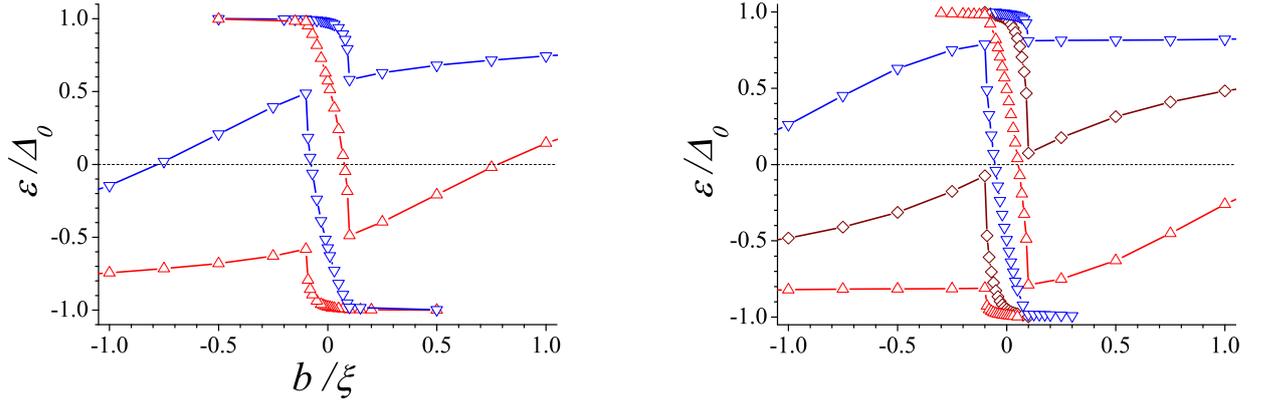


Рис. 2.6. Спектр квазичастичных возбуждений в многоквантовом вихре $M = 2$ (а) и $M = 3$ (б), полученный в результате численного решения задачи на собственные значения (2.19), (2.41) с граничными условиями (2.45) ($R = 0.1 \xi_0$, $k_F \xi_0 = 200$, $k_z = 0$).

квазичастиц от поверхности дефекта качественно изменяет вид спектра для малых значений углового момента $|\mu| < \mu_a$ (прицельного параметра $|b| < R$): возникают новые ветви, энергия связанных состояний на которых близка к значениям сверхпроводящей щели $\pm \Delta_0$. Эти новые ветви переходят в ветви обычного CdGM спектра при $|b| \geq R$. Отметим, что при увеличении радиуса цилиндра подщелевые ветви спектра отодвигаются от уровня Ферми, формируя минищель в спектре элементарных возбуждений.

2.2. Локальная плотность состояний вихрей Абрикосова в цилиндрической полости

В экспериментах особенности локальной плотности состояний квазичастиц в вихрях определяется из измерений локальной дифференциальной проводимости

$$\frac{dI/dV}{(dI/dV)_N} = \int_{-\infty}^{\infty} d\varepsilon \frac{N(\mathbf{r}, \varepsilon)}{N_0} \frac{\partial f(\varepsilon - eV)}{\partial V}, \quad (2.46)$$

где V – это приложенное к игле микроскопа напряжение, $(dI/dV)_N$ – проводимость туннельного барьера с нормальным металлом, и $f(\varepsilon) = 1/(1 + \exp(\varepsilon/T))$ – функция Ферми. Для простоты расчетов будем полагать, что поверхность Ферми цилиндрическая, и пренебрежем зависимостью энергии квазичастиц от проекции квазиимпульса k_z вдоль оси цилиндра z . Это приближение соответствует случаю вихря в тонкой пленке сверхпроводника, когда движение квазичастиц происходит в основном в плоскости (x, y) пленки. В квазиклассическом приближении LDOS $N(\mathbf{r}, \varepsilon)$ выражается через электронную компоненту $u_b(\mathbf{r})$ квазиклассической волновой функции $\hat{\Psi}_b(r, \theta)$, соответствующей энергии $\varepsilon(b)$ (2.27), (2.34), (2.35):

$$N(\mathbf{r}, \varepsilon) = k_F \int db |u_b(\mathbf{r})|^2 \delta(\varepsilon - \varepsilon(b)). \quad (2.47)$$

В пределе $k_F r \gg 1$ волновая функция

$$\hat{\psi}_b(r, \theta) = \begin{pmatrix} u_b(r, \theta) \\ v_b(r, \theta) \end{pmatrix} = e^{i(2\mu + \hat{\sigma}_z)\theta/2} \int_0^{2\pi} \frac{d\alpha}{2\pi} e^{ik_F r \cos \alpha + i(2\mu + \hat{\sigma}_z)\alpha/2} \hat{f}(r \cos \alpha) \quad (2.48)$$

может быть вычислена методом стационарной фазы. Точки стационарной фазы для прицельного параметра $|b| \leq r$ определяются из условия $\sin \alpha_{1,2} = -b/r$. Суммируя вклады в (2.48) от окрестностей двух стационарных углов $\alpha_1 = \alpha_r$ и $\alpha_2 = \pi - \alpha_r$ получим следующее выражение для электронной компоненты волновой функции

$$u_b(r, \theta) = \left(\frac{1}{2\pi k_F} \right)^{1/2} \frac{e^{i(2\mu+1)\theta/2}}{\sqrt{s_r}} \times [f_u(s_r) e^{i\varphi_r} + f_u(-s_r) e^{-i\varphi_r + i(2\mu+1)\pi/2}], \quad (2.49)$$

где $s_r = r |\cos \alpha_r| = \sqrt{r^2 - b^2}$. Фаза

$$\varphi_r = k_F r \cos \alpha_r + |\mu| \alpha_r - \chi \alpha_r / 2 - \pi / 4$$

определяется углом ориентации траектории $\alpha_r = -\arcsin(b/r)$. Пренебрегая осцилляциями

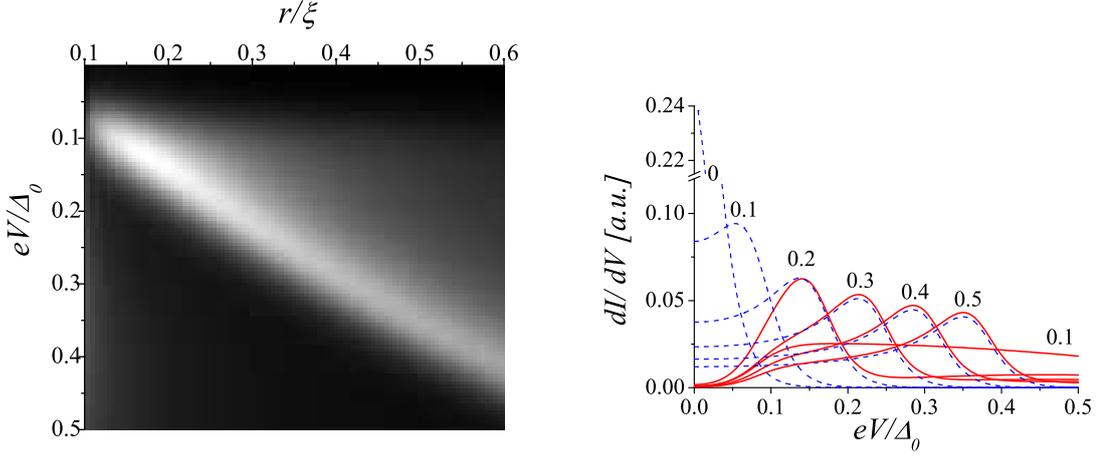


Рис. 2.7. (а) Распределение локальной дифференциальной проводимости как функция приложенного напряжения eV и расстояния r до оси цилиндрической полости. (б) Зависимость локальной дифференциальной проводимости dI/dV от приложенного напряжения eV на различном расстоянии от оси цилиндра (сплошные линии). Для сравнения пунктиром показаны распределения dI/dV на разных расстояниях r от оси вихря Абрикосова в отсутствие дефекта. Цифры рядом с кривыми обозначают соответствующее значение r , измеренное в единицах длины когерентности ξ ($R/\xi = 0.1$ и $T/\Delta_0 = 0.02$).

на атомном масштабе ($1/k_F$), медленно меняющаяся огибающая волновой функции имеет вид:

$$|u_b(r)|^2 \simeq \frac{\exp[-2K_b(\sqrt{r^2 - b^2})]}{2\pi k_F I_b \sqrt{r^2 - b^2}}, \quad (2.50)$$

где

$$K_b(s) = \begin{cases} K(s), & |b| \leq R \\ K_0(s), & R \leq |b| \leq r \end{cases}, \quad I_b = \int_{-\infty}^{+\infty} ds e^{-2K_b(s)}.$$

На рис.2.7 приведены результаты расчета локальной дифференциальной проводимости dI/dV (2.46),(2.47),(2.50) для $T/\Delta_0 = 50$ и $R/\xi = 0.1$. Для сравнения на рис. 2.7б показаны зависимости $dI/dV(V)$ на разных расстояниях r от оси вихря Абрикосова при отсутствии дефекта, когда спектр подщелевых состояний описывается стандартным CdGM выражением. Легко видеть, что типичная для вихря Абрикосова особенность на уровне Ферми ("zero bias peak" [120, 121, 270, 274]) отсутствует для вихря захваченного полостью, и появляется минищель $eV/\Delta_0 \sim R/\xi = 0.1$ из-за нормального рассеяния квазичастиц на дефекте.

2.3. Депиннинг вихря Абрикосова из полости и электронные топологические переходы в коре вихря

В смешанном состоянии при отсутствии в сверхпроводнике неоднородностей и дефектов, притягивающих вихри, любой сколь угодно малый внешний ток с плотностью j вызывает движение вихрей под действием силы Лоренца $F_L = \Phi_0 j / c$ в поперечном к току и магнитному полю направлении. Такое движение вихрей Абрикосова приводит к диссипации и означает переход сверхпроводника в резистивное состояние. Если пренебречь при $T \gg \hbar\omega_0$ дискретностью уровней квазичастиц, локализованных в коре вихря, то с микроскопической точки зрения механизм диссипации связан с переносом возбуждений через сверхпроводящую щель по состояниям аномальной ветви спектра [86]. Поэтому образование минищели Δ_m в спектре локализованных состояний и "разрыв" аномальной ветви спектра должны приводить к подавлению диссипации при низких температурах $T < \Delta_m$. Макроскопически подавление диссипации должно означать прекращение движения вихрей под действием внешнего тока, т.е. пиннинг вихрей. С другой стороны, образование минищели Δ_m в окрестности $\varepsilon = 0$ означает отсутствие на уровне Ферми состояний для возбуждений, локализованных в коре вихря, и является отличительной чертой вихря, захваченного непроводящей полостью (т.е. вихря, удерживаемого центром пиннинга). Поэтому естественно ожидать, что срыв вихря с центра пиннинга внешним током (депиннинг вихря) должен сопровождаться разрушением минищели, восстановлением непрерывной аномальной ветви спектра и, как следствие, появлением открытой квазиклассической орбиты (фазовой траектории) с энергией Ферми ($\varepsilon = 0$) на плоскости (μ, θ_p) , характерной для свободного вихря Абрикосова (см. рис.2.2). Изменяя магнитное поле или внешний ток можно индуцировать переходы между различными вихревыми состояниями. Механизм трансформации спектра при изменении вихревого состояния образца связан с перестройкой аномальных спектральных ветвей, пересекающих уровень Ферми, и сопровождается изменением топологии орбит, соответствующих таким состояниям. Можно выделить два характерных типа топологических переходов, возможных в вихревой материи: 1) появление состояний на уровне Ферми при возникновении пары вихрь–антивихрь [265, 275]; 2) слияние и перезамыкание различных участков орбит из-за туннелирования квазичастиц между вихрями по механизму Ландау–Зинера [264, 265].³

Изучим электронные топологические переходы в коре вихря Абрикосова, захваченно-

³ Используя понятие Ферми поверхности для квазичастиц в вихре Абрикосова [262], можно провести аналогию между топологическими переходами в спектре квазичастиц вихревых систем и топологическими переходами Лифшица в зонном спектре металлов [276, 277].

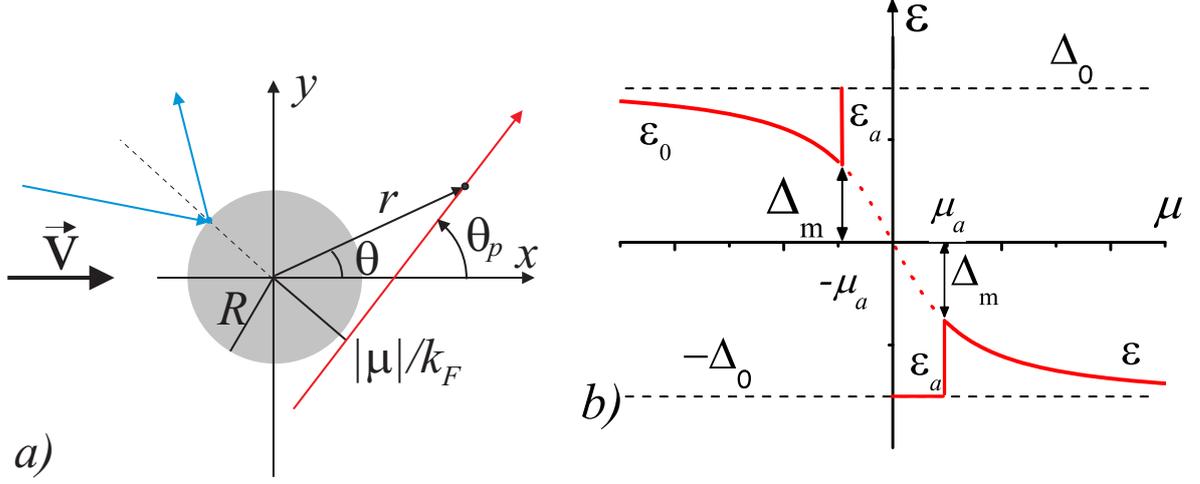


Рис. 2.8. (а) Квазиклассическая траектория \mathbf{k} , проходящая через точку (r, θ) с прицельным параметром $b = -\mu/k_{\perp}$ для вихря, захваченного цилиндрическим дефектом радиуса R . Область дефекта показана серым цветом. Внешний однородный по сечению ток $\mathbf{j} = en_s \mathbf{V}$ направлен вдоль оси x . (б) Модельный вид спектра подщелевых состояний $\varepsilon(\mu)$ для одноквантового вихря, захваченного непроводящим цилиндрическим дефектом радиуса R .

го протяженной цилиндрической полостью радиуса $R \ll \xi_0$, под действием внешнего тока с плотностью $\mathbf{j} = en_s \mathbf{V}$, направленного перпендикулярно оси вихря (см. рис. 2.8а). Для простоты будем использовать модельный вид спектра подщелевых состояний в вихре, захваченном цилиндрической полостью радиуса R

$$\varepsilon(\mu, k_{\perp}) = \begin{cases} \varepsilon_0(\mu, k_{\perp}), & |\mu| > \mu_a \\ -\Delta_0 \operatorname{sign} \mu, & |\mu| \leq \mu_a \end{cases}, \quad (2.51)$$

показанный на рис. 2.8b, где $\varepsilon_0(\mu, k_{\perp})$ – CdGM ветвь спектра. Мы ограничимся для $|\mu| \ll k_{\perp} \xi_0$ линейным участком CdGM ветви, полагая $\varepsilon_0(\mu, k_{\perp}) \simeq -\mu \hbar \omega_0$, где $\hbar \omega_0 \approx \Delta_0 \ln \Lambda / (k_{\perp} \xi_0) \sim \Delta_0^2 / \varepsilon_F$ – расстояние между соседними уровнями в спектре, $\xi_0 = \hbar V_F / \Delta_0$ – длина когерентности при $T = 0$, а V_F и ε_F – скорость и энергия Ферми, соответственно. Логарифмический фактор $\Lambda \sim \Delta_0 / T$ отражает изменение структуры кора вихря вследствие эффекта Крамера–Пеша [86, 261]. Для малых значений углового момента $|\mu| < \mu_a = k_{\perp} R$, которые соответствуют траекториям, испытывающим зеркальное отражение от поверхности дефекта, будем для простоты полагать, что энергия локализованных состояний в коре вихря совпадает с энергией сверхпроводящей щели $\pm \Delta_0$. Специальная ветвь спектра ε_a для траекторий, касающихся дефекта, соединяет эти два участка спектра, проходя от $\pm \Delta_m$ до $\pm \Delta_0$ для $\mu = \mp \mu_a$, где $\Delta_m(R) = |\varepsilon_0(k_F R, k_F)|$ – минищель в спектре, образовавшаяся из-за нормального рассеяния квазичастиц на дефекте. Такой упрощенный вид спектра возбуждений, как легко видеть,

учитывает все основные особенности спектра (2.35): разрыв аномальной ветви спектра, минищель и отсутствие состояний на уровне Ферми.

Внешний ток $\mathbf{j} = j \mathbf{x}_0$ вызывает доплеровский сдвиг уровней $\varepsilon_d = (\hbar \mathbf{k}_\perp \cdot \mathbf{V})$ и модифицирует спектр подщелевых состояний квазичастиц (2.51)

$$\tilde{\varepsilon}(\mu, k_\perp, \theta_p) = \begin{cases} \varepsilon_0(\mu, k_\perp) + \hbar k_\perp V \cos \theta_p, & |\mu| > \mu_a \\ -\Delta_0 \operatorname{sign} \mu, & |\mu| \leq \mu_a \end{cases}, \quad (2.52)$$

Здесь вектор $\mathbf{k}_\perp = k_\perp (\cos \theta_p, \sin \theta_p)$ определяет угол ориентации траектории в плоскости (x, y) и $\mathbf{V} = V \mathbf{x}_0$. Полагая доплеровский сдвиг малым по сравнению со сверхпроводящей щелью ($|\varepsilon_d| \ll \Delta_0$), мы пренебрегли в (2.52) смещением уровней $\varepsilon = \pm \Delta_0$ для $|\mu| < \mu_a$. Процесс депиннинга вихря из полости можно представить в виде двух последовательных топологических переходов, в результате которых восстанавливается аномальная ветка спектра, пересекающая уровень Ферми, и появляется характерная для свободного вихря Абрикосова открытая квазиклассическая орбита с энергией $\varepsilon = 0$ (см. рис. 2.2).

Первый переход происходит при критическом токе $j_L = en_s V_L$ и связан с появлением состояний на уровне Ферми, когда для какой-либо траектории \mathbf{k}_\perp ветви спектра (2.52) пересекают уровень Ферми, и минищель в спектре квазичастиц исчезает:

$$V \gtrsim V_L = \Delta_m(R) / \hbar k_F. \quad (2.53)$$

Это условие фактически совпадает с известным критерием сверхтекучести Ландау [256]. Соответствующая условию (2.53) критическая плотность тока может быть записана через плотность тока распаривания

$$j_d = \frac{ek_F^2 \Delta_0}{3\pi^2 \hbar} \quad (2.54)$$

и CdGM спектр $\varepsilon_0(\mu, k_\perp)$:

$$j_L = j_d \frac{|\varepsilon_0(k_F R, k_F)|}{\Delta_0} \leq j_d. \quad (2.55)$$

Для дефектов с поперечным размером заметно меньшим длины когерентности ($R \ll \xi_0$) в пределе низких температур $T \rightarrow 0$ можно получить следующие выражения для критической скорости V_L и плотности критического тока j_L :

$$V_L = \Delta_0 R \ln \Lambda / \hbar k_F \xi_0, \quad j_L = j_d (R / \xi_0) \ln \Lambda \ll j_d, \quad (2.56)$$

где $\Lambda \sim \xi_0 / R \gg 1$. Полагая в (2.52) $\tilde{\varepsilon} = 0$ получим уравнение, описывающее участки квазиклассической орбиты на плоскости (μ, θ_p) для CdGM ветви спектра:

$$\varepsilon_0(\mu, k_\perp) = -\hbar k_\perp V \cos \theta_p, \quad |\mu| > \mu_a. \quad (2.57)$$

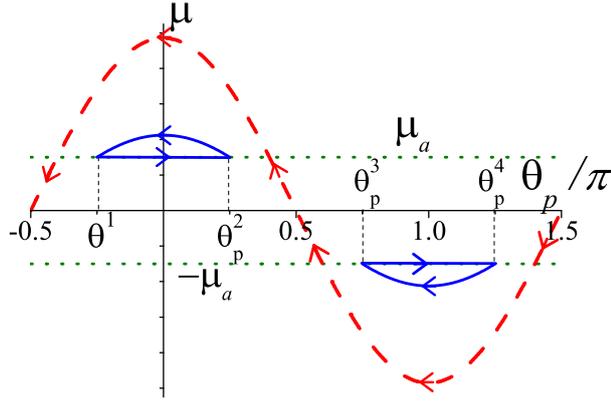


Рис. 2.9. Схематическое изображение квазиклассических орбит, соответствующих энергии Ферми $\varepsilon = 0$, на плоскости (μ, θ_p) : замкнутая орбита для $V_L < V \ll V_p$ (сплошная линия) и для открытая орбита для $V > V_p$ (пунктир). Направление прецессии квазиклассической траектории определяется уравнением Гамильтона (2.5) и показано стрелками.

Концы участков орбиты (2.57) соединяются линией $\mu = \pm\mu_a$, которая соответствует вертикальной ветви ε_a спектра, изображенного на рис. 2.8b. На рис. 2.9 показаны изоэнергетические линии $\tilde{\varepsilon} = 0$ в предельном случае $R \ll \xi_0$, когда $\varepsilon_0(\mu, k_\perp) \simeq -\hbar\omega_0\mu$. Получившиеся в итоге замкнутые ("захваченные") орбиты существуют только в разрешенных сегментах углов $\theta_p^{1,3} \leq \theta_p \leq \theta_p^{2,4}$ и разделены запрещенной областью (см. рис. 2.9). При $V = V_L$ каждая из двух квазиклассических орбит для энергии $\tilde{\varepsilon} = 0$ сжимается в точку $(\theta_p = 0 (\pi), \mu = \mu_a (-\mu_a))$, что соответствует значительному уменьшению числа состояний на уровне Ферми. При $V < V_L$ орбиты исчезают.

Покажем, что появление состояний на уровне Ферми при $V > V_L$ приводит к качественному изменению распределения фазы сверхпроводящего параметра порядка, при котором вне полости формируется связанное вихревое состояние. Чтобы определить характер появившейся при $V > V_L$ фазовой особенности, исследуем структуру вихревого состояния в окрестности дефекта. Для простоты в дальнейшем будем полагать $k_\perp = k_F$, что типично для сильно анизотропного слоистого сверхпроводника, если вихревая нить ориентирована вдоль оси анизотропии. В плоскости перпендикулярной оси вихря выберем полярную систему координат (r, θ) , начало которой лежит на оси цилиндрической полости (рис. 2.8). В уравнении самосогласования можно выделить два аддитивных вклада в комплексную функцию $\Delta(r, \theta)$, определяющую структуру амплитуды и фазы сверхпроводящего параметра порядка: 1) слагаемое Δ_1 , связанное с локализованными подщелевыми состояниями в коре вихря; 2) слагаемое Δ_2 которое формируют делокализованные квазичастицы в больших энергиях $\varepsilon \gtrsim \Delta_0$. При

низких температурах вклад Δ_2 слабо меняется под действием внешнего тока $j \ll j_d$, поскольку соответствующий доплеровский сдвиг уровней ε_d много меньше сверхпроводящей щели: $|\delta\Delta_2| \sim |\varepsilon_d| \ll \Delta_0$. С другой стороны, величина Δ_1 сильно меняется в присутствии внешнего тока при условии, что доплеровский сдвиг ε_d превышает величину минищели $\Delta_m(R)$. Для грубого расчета изменения слагаемого $\Delta_1(r, \theta)$ из-за доплеровского смещения уровней внешним током воспользуемся полуклассической формой уравнения самосогласования [278]:

$$\delta\Delta_1(r, \theta) = \frac{\Delta_b}{4i} \int_0^{2\pi} d\theta_p e^{i\theta_p} (\text{sign } \tilde{\varepsilon} - \text{sign } \varepsilon), \quad (2.58)$$

где $\varepsilon(\mu)$ ($\tilde{\varepsilon}(\mu, \theta_p)$) – спектр подщелевых состояний, если внешний ток отсутствует (присутствует), $\mu = k_F r \sin(\theta_p - \theta)$, и $\Delta_b \sim \Delta_0$ – амплитуда вклада состояний, расположенных на CdGM ветви спектра. В вычислениях мы пренебрегли координатной зависимостью электронной и дырочной частей волновой функции на масштабе $r \sim R \ll \xi_0$ и положили $T = 0$. При скоростях, близких к критической $V \sim V_L$, и для малых $\mu \sim \mu_a$, энергия подщелевых состояний $\tilde{\varepsilon}$ (2.52) для траектории с $|\mu| > \mu_a$, проходящей через точку (r, θ) под углом θ_p (см. рис. 2.8a), может быть записана в виде ($\varepsilon_0(\mu, k_\perp) \simeq -\mu\hbar\omega_0$):

$$\frac{\tilde{\varepsilon}}{\hbar\omega_0} = k_F [(r + r_0) \sin \alpha + r_0 \cos \theta \cos \alpha] \sim \sin(\alpha + \alpha_0), \quad \alpha_r \leq |\alpha| \leq \pi - \alpha_r, \quad (2.59)$$

где $\alpha = \theta - \theta_p = \arcsin(b/r)$, $r_0 = V/\omega_0$, $\sin \alpha_r = R/r$, and

$$\sin \alpha_0 = \frac{r_0 \cos \theta}{\sqrt{r^2 + 2r_0 r \sin \theta + r_0^2}}.$$

На рис. 2.10 показаны типичные примеры зависимости $\tilde{\varepsilon}(\alpha)$ (2.59) для различных траекторий. Для малых скоростей $V < V_L$ спектр $\tilde{\varepsilon}(\mu, \theta_p)$ (рис. 2.10b) качественно не отличается от невозмущенного спектра $\varepsilon(\mu)$ (рис. 2.10a) и распределение параметра порядка $\Delta_1 = \Delta_b e^{i\theta}$ остается неизменным ($\delta\Delta_1 = 0$). В противном случае $V > V_L$ доплеровский сдвиг уровней качественно изменяет спектр $\tilde{\varepsilon}(\mu, \theta_p)$ (рис. 2.10c-e) и распределение параметра порядка $\Delta_1(r, \theta)$ в окрестности дефекта. В результате распределение параметра порядка

$$\Delta_1(r, \theta) = |\Delta_1| \exp(i\phi) = \Delta_b e^{i\theta} + \delta\Delta_1(r, \theta)$$

может быть записано при помощи следующей кусочной функции

$$\Delta_1(r, \theta) = \Delta_b e^{i\theta} \begin{cases} 1, & \text{in } B, \\ 1 - 2\sqrt{r^2 - R^2}/r, & \text{in } C, \\ 1 - e^{i\alpha_r} + e^{-i\alpha_0}, & \text{in } D, \\ 1 - e^{-i\alpha_r} + e^{-i\alpha_0}, & \text{in } E. \end{cases} \quad (2.60)$$

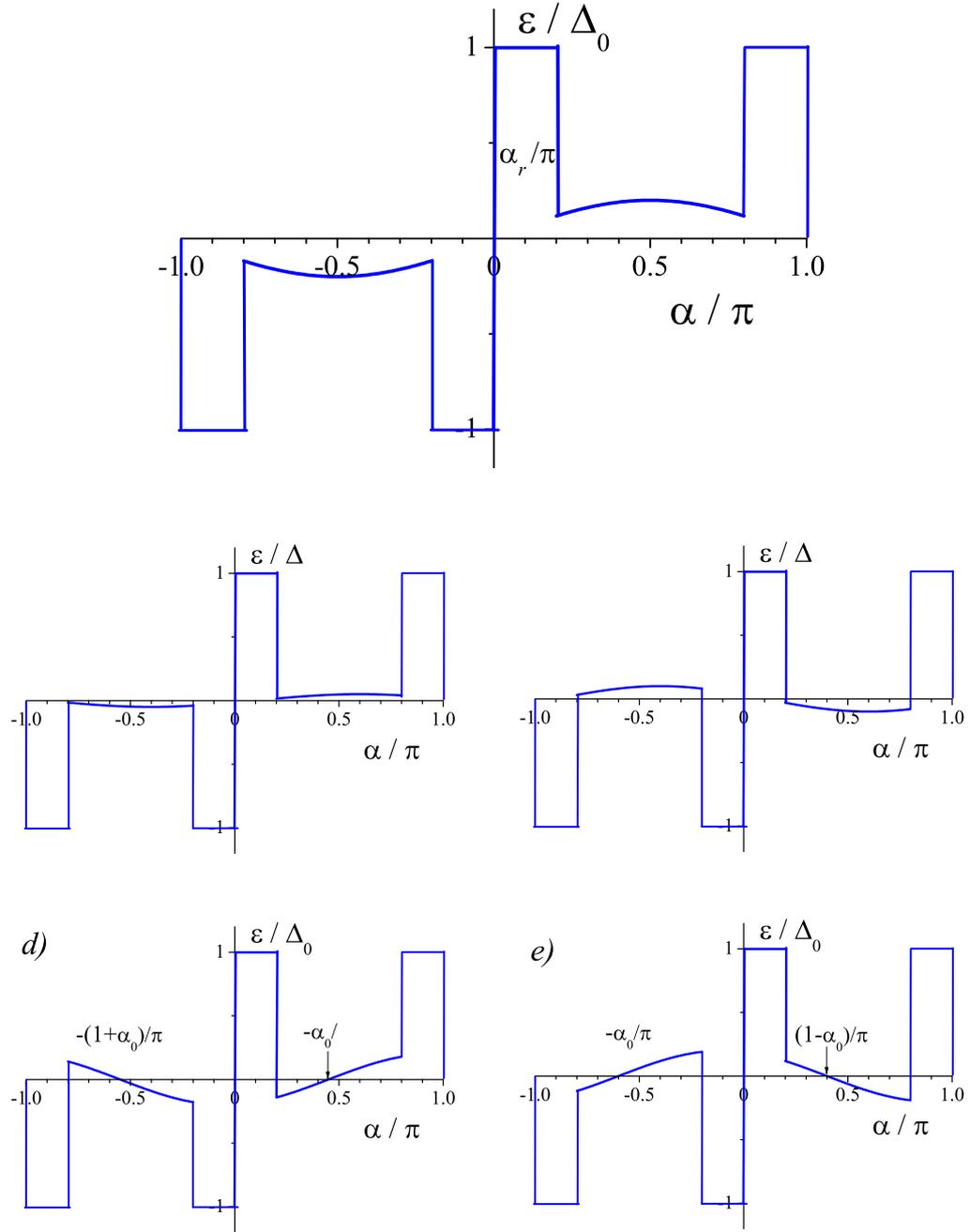


Рис. 2.10. а) Схематичное изображение исходного спектра квазичастиц $\varepsilon(\alpha)$ (2.52) для $V = 0$ ($\alpha = \arcsin(b/r)$). б) – е) Примеры модификации исходного спектра вследствие эффекта Доплера при $V > V_L$ для различных траектории, соответствующих областям $B \div E$ на рис. 2.11, соответственно.

Соответствующие области $B \div E$ на плоскости (x, y) вне полости показаны на рис. 2.11. Границы областей определяются поверхностью полости ($x^2 + y^2 = R^2$) и прямыми $\alpha_0 = \pm \alpha_r$, которые проходят через точку $S(x = 0, y = -r_0)$ касаясь поверхности полости. Пунктиром на рис. 2.11 схематично показано распределение градиента фазы сверхпроводящего параметра порядка $\nabla \phi$ в окрестности дефекта при $V > V_L$. Топология распределения $\nabla \phi$ ясно свидетель-

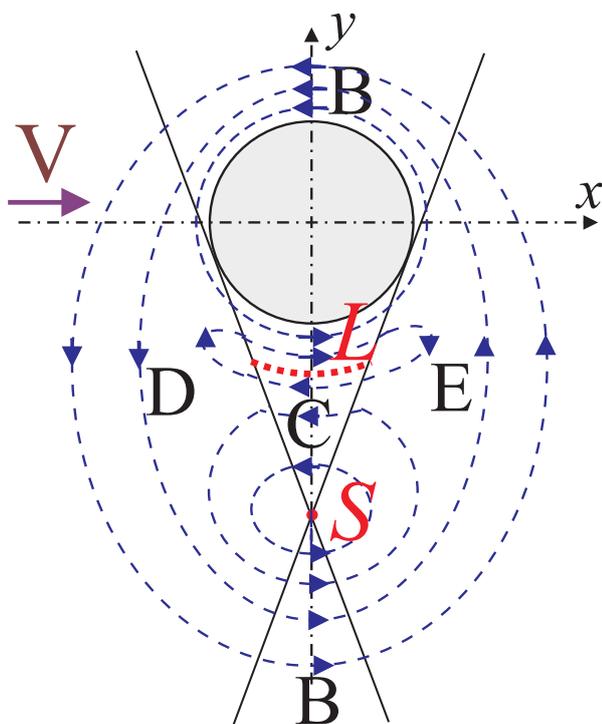


Рис. 2.11. Схематичное распределение градиента фазы сверхпроводящего параметра порядка $\nabla\phi$ в окрестности дефекта показано пунктиром для $V > V_L$.

стствует, что сверхпроводящий параметр порядка Δ_1 обращается в ноль в точке S и на линии L ($r = 2R/\sqrt{3}$) в области C. Циркуляция фазы параметра порядка вокруг точки S имеет то же направление, что и исходный вихрь, захваченный полостью. При увеличении скорости V особенность S удаляется от дефекта. В целом структура распределения градиента фазы сверхпроводящего параметра порядка $\nabla\phi$ при $V > V_L$ напоминает образование вне дефекта связанного вихревого состояния в виде пары вихрь–антивихрь. Отметим, что найденные положения вихря и антивихря совпадают с особенностями распределения полной функции $\Delta(r, \theta)$, поскольку вклад компоненты Δ_2 мал: $|\Delta_2(r \sim r_0)| \sim \Delta_0 r_0 / \xi_0 \ll \Delta_b \sim \Delta_0$. Таким образом, проведенный качественный анализ структуры параметра порядка в окрестности дефекта, справедливый для $V \gtrsim V_L$, свидетельствует о формировании вихревой конфигурации в виде пары вихрь–антивихрь, расположенных вне полости. При дальнейшем увеличении внешнего тока j и скорости V доплеровский сдвиг уровней растет ($|\varepsilon_d| \sim \Delta_0$) и необходимы самосогласованные расчеты структуры параметра порядка $\Delta(r, \theta)$, учитывающие также и вклад делокализованных состояний.

Естественно ожидать, что при увеличении внешнего тока j и скорости V связанное вихревое состояние в виде пары вихрь–антивихрь потеряет устойчивость. Это будет означать депиннинг вихря с дефекта и формирование свободного вихря Абрикосова, для которого

характерно существование непрерывной аномальной ветви в спектре возбуждений, пересекающей уровень Ферми. Механизм изменения спектра связан с трансформацией замкнутых орбит, характерных для связанного вихревого состояния в виде пары вихрь–антивихрь (сплошная линия на рис. 2.9). Поскольку типичная для свободного вихря Абрикосова квазиклассическая орбита является открытой (пунктирная линия на рис. 2.9) и не может быть преобразована в точку никаким непрерывным преобразованием, формирование свободного вихря Абрикосова сопровождается ещё одним топологическим переходом в коре вихря.

Рассмотрим три возможных сценария разрушения внешним током связанного состояния вихрь–антивихрь, локализованного вблизи непроводящей цилиндрической полости. Во-первых, слияние и перезамыкание различных изолированных участков изоэнергетических линий возможно из-за туннелирования квазичастиц между классическими орбитами по механизму Ландау–Зинера. Эффективность такого туннелирования определяется отношением расстояния $2\mu_a$ между орбитами и неопределенностью углового момента $\Delta\mu$. Учтем, что величины μ и θ_p являются канонически сопряженными ($[\hat{\mu}, \hat{\theta}_p] = -i$) и связаны принципом неопределенности: $\Delta\mu\Delta\theta_p \sim 1$. Используя уравнение $\mu = k_{\perp}V \cos \theta_p/\omega_0$, которое описывает классическую орбиту с малыми $|\mu|$, легко получить $\Delta\mu = k_{\perp}V\Delta\theta_p/\omega_0$ для $\theta_p \approx \pm\pi/2$. Откуда $\Delta\mu \sim \sqrt{k_{\perp}V/\omega_0}$, а туннелирование Ландау–Зинера становится существенным и перезамыкает изолированные участки орбит, если выполнено условие $\mu_a < \sqrt{k_{\perp}V/\omega_0}$. Таким образом, второе качественное изменение спектра возбуждений, которое сопровождается изменением топологии квазиклассической орбиты для энергии Ферми, происходит при достижении скоростью и током следующих критических значений:

$$V_p = k_F\omega_0 a^2, \quad j_p = j_d(k_F a^2/\xi_0) \ln \Lambda = k_F a j_L \gg j_L. \quad (2.61)$$

Для $j > j_p$ изоэнергетическая линия описывается уравнением (2.57) для всех значений углового момента μ (пунктирная линия на рис. 2.9) и соответствует спектру свободного вихря с учетом эффекта Доплера: $\tilde{\varepsilon} = -\hbar\omega_0\mu + \hbar k_F V \cos \theta_p$ for $|\mu| \ll k_F \xi_0$. Это означает, что непрерывная аномальная ветвь спектра, соединяющая состояния ниже $-\Delta_0$ и выше $+\Delta_0$, восстановлена, и возможны перенос возбуждений через сверхпроводящую щель и диссипативное движение вихря Абрикосова.

Второй механизм восстановления аномальной ветви спектра может быть связан с рассеянием на примесях. Частота рассеяния квазичастиц $1/\tau_q$ оказывается заметно меньше частоты рассеяния на примесях в нормальном металле $1/\tau$ из-за малого фазового размера $\delta\theta_p = |\theta_p^{1(3)} - \theta_p^{2(4)}|$, занимаемого замкнутыми орбитами на плоскости (μ, θ_p) : $1/\tau_q \sim \delta\theta_p/\tau$, где $\cos(\delta\theta_p/2) = \omega_0 a/V$. Очевидно, фазовый размер $\delta\theta_p$, а, следовательно, и частота рассеяния

$1/\tau_q$, растут с увеличением скорости потока V . Как только частота рассеяния $1/\tau_q$ становится сравнимой с величиной минищели $\Delta_m = k_F R \hbar \omega_0$ в спектре возбуждений вихря в полости, эти орбиты нельзя считать изолированными друг от друга. Это условие устанавливает ограничение на допустимый размер разрешенных сегментов углов $\delta\theta_p < \delta\theta_{max} = \gamma \Delta_m \tau / \hbar < \pi$ и дает оценку критической скорости и плотности тока, при которых связанное вихревое состояние разрушается:

$$V_p = \frac{V_L}{\cos(\delta\theta_{max}/2)}, \quad j_p = \frac{j_L}{\cos(\delta\theta_{max}/2)}, \quad (2.62)$$

где γ – несущественный численный множитель порядка единицы. Заметим, что при $\gamma \Delta_m \tau / \hbar > \pi$ влияние рассеяния на примесях становится несущественным, и критическая плотность тока депиннинга j_p определяется из условия (2.61). Следует иметь в виду, что критическая плотность тока депиннинга j_p ни при каких условиях не должна превышать плотность тока распаривания j_d , поэтому выражения (2.61) и (2.62) справедливы до тех пор, пока $j_p < j_d$, что возможно только для дефектов с достаточно малым поперечным сечением. В чистом пределе условие $j_p < j_d$ выполняется, если $R \leq \sqrt{\xi_0/k_F} \ll \xi_0$. Для дефектов с бóльшим радиусом плотность тока депиннинга j_p насыщается, достигнув значения плотности тока распаривания j_d . На рис. 2.12) показан качественный вид зависимостей критической плотности тока j_L и j_p от радиуса дефекта R для двух описанных выше механизмов депиннинга вихря из полости. Легко видеть, что необычное связанное вихревое состояние в окрестности дефекта может образоваться только в достаточно чистых образцах, для которых $\Delta_0 \tau / \hbar \gg 1$. В грязном случае ($\Delta_0 \tau / \hbar \leq 1$) критические плотности тока j_L и j_p совпадают, а оценка критической плотности тока депиннинга может быть получена при помощи подхода, развитого в работах [124, 125, 128] для описания пиннинга вихря Абрикосова на точечной примеси с малым сечением рассеяния.

Наконец, депиннинг вихря, захваченного полостью, конечно имеет место, если доплеровский сдвиг уровней $\varepsilon_d = (\hbar \mathbf{k}_F \cdot \mathbf{V})$ оказывается порядка сверхпроводящей щели Δ_0 , а соответствующая этому случаю плотность тока депиннинга j_p достигает плотности тока распаривания j_d (2.54).

Таким образом, предложенный микроскопический механизм депиннинга вихря Абрикосова, захваченного цилиндрической полостью малого радиуса $R \ll \xi_0$, происходит в два этапа. На первом этапе под действием тока с плотностью $j_L < j < j_p$ вблизи полости формируется вихревое состояние в виде пары вихрь–антивихрь. Началу формирования подобного связанного вихревого состояния соответствует нижняя критическая плотность тока j_L . Вынужденные колебания пары вихрь–антивихрь в потенциале полости будут определять

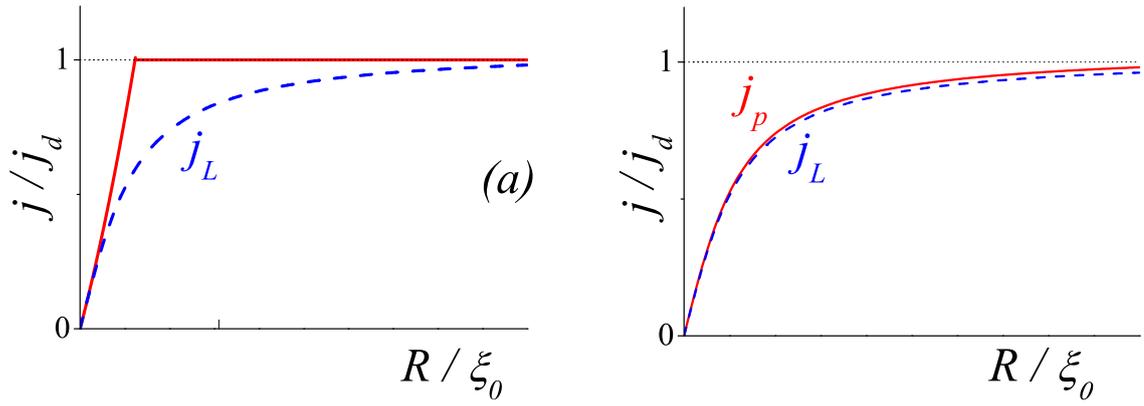


Рис. 2.12. Качественный вид зависимости критической плотности тока j_L (пунктир) и j_p (сплошная линия) от радиуса дефекта R в чистом (a) и грязном (b) пределах.

нелинейный отклик сверхпроводника с подобными дефектами под действием ВЧ поля или тока. Верхняя критическая плотность тока j_p соответствует разрушению данного связанного состояния и определяет начало диссипации на постоянном токе.

2.4. Выводы к главе

В заключение, подведем итоги главы 2, в которой приведены результаты теоретических исследований электронной структуры и свойств вихря Абрикосова, захваченного цилиндрическим непроводящим дефектом (полостью) с характерным размером меньше или порядка сверхпроводящей длины когерентности и развита микроскопическая теория депиннинга (срыва) вихря Абрикосова из полости внешним транспортным током.

- (1) Вычислен спектр подщелевых квазичастичных возбуждений в вихре Абрикосова, захваченном протяженным дефектом в виде непроводящей цилиндрической полости с поперечным размером R меньшим длины когерентности ξ_0 . Изучено влияние нормального рассеяния квазичастиц на поверхности дефекта на спектр электронных состояний в вихре с центром на оси непроводящего цилиндра. Показано, что нормальное отражение электронов и дырок от поверхности дефекта вызывает существенную трансформацию подщелевой (аномальной) ветви энергетического спектра квазичастиц: в спектре элементарных возбуждений формируется минищель $\Delta_m \sim \Delta_0 R / \xi_0$ в окрестности уровня Ферми, величина которой при $\xi_0 \gg \lambda_F$ существенно превышает расстояние $\hbar\omega_0 \sim \Delta_0^2 / \varepsilon_F$ между соседними уровнями спектра Кароли–де-Жена–Матрикона из-за дискретности углового момента μ . При увеличении радиуса R цилиндрической полости подщелевые ветви спектра отодвигаются от уровня Ферми, а величина минищели Δ_m растет, приближаясь в значению сверхпроводящей щели Δ_0 .
- (2) В квазиклассическом приближении вычислен спектр подщелевых квазичастичных возбуждений в двух- и трехквантовом вихре, захваченном цилиндрической полостью с поперечным размером R меньшим ξ_0 . Изучена модификация аномальных ветвей спектра многоквантового вихря из-за нормального отражения квазичастиц от поверхности дефекта, качественно изменяющая вид спектра для малых значений углового момента. Трансформация спектра сопровождается разрывом аномальных веток спектра и формированию минищели в спектре элементарных возбуждений вблизи уровня Ферми.
- (3) Предложена и развита микроскопическая модель депиннинга (срыва) вихря Абрикосова из цилиндрической непроводящей полости с поперечным размером меньше или порядка сверхпроводящей длины когерентности ξ_0 под действием внешнего транспортного тока с плотностью j . Модель учитывает трансформацию спектра квазичастичных возбуждений в вихре, захваченном на дефекте, под действием внешнего тока. Депиннинг вихря Абрикосова сопровождается изменением топологии квазиклассических ор-

бит с энергией Ферми и перестройкой спектра возбуждений, при которой происходит разрушение минищели в окрестности уровня Ферми и формируется непрерывная аномальная ветвь спектра.

- (4) В полуклассическом приближении [278] выполнен анализ структуры параметра порядка в окрестности дефекта, который показал возможность формирования в чистых образцах вихревой конфигурации в виде пары вихрь–антивихрь, расположенных вне полости.

2.5. Приложения

2.5.1. Спектр подщелевых состояний для малых значений прицельного параметра: $|b| < R$

Чтобы получить выражение для спектра подщелевых состояний в вихре, справедливое при малых значениях прицельного параметра $|b| < R$, и учитывающее неоднородность профиля сверхпроводящей щели вокруг полости, воспользуемся методом, предложенным в [133] для нахождения CdGM ветви спектра в изолированном вихре Абрикосова. Приближенное аналитическое решение уравнения (2.29) может быть получено по теории возмущений, полагая мнимую часть оператора щели (2.30) малой. Легко видеть, что данное предположение действительно справедливо в области $|b| \sim R$, и нарушается при $|b| \rightarrow 0$. Пренебрегая в уравнении (2.29) слагаемым, содержащим $\text{Im } G$, легко найти точное решение, соответствующее $\epsilon = 0$:

$$\hat{F}_0(s) = \sqrt{\frac{1}{2I}} \begin{pmatrix} 1 \\ i\chi \end{pmatrix} e^{-K(s)}, \quad (2.63)$$

где

$$K(s) = \frac{\chi}{\hbar V_\perp} \int_0^s dt \text{Re } G(t), \quad I = \int_{-\infty}^{+\infty} ds e^{-2K(s)}. \quad (2.64)$$

Решение (2.63), (2.64), исчезающее при $|s| \rightarrow \infty$, описывает связанное состояние, локализованное в окрестности дефекта. Используя это решение в качестве нулевого приближения, легко вычислить в первом порядке теории возмущений спектр собственных значений уравнения (2.29). Данная процедура однако оказывается некорректной при $|b| \rightarrow 0$, поскольку в этом случае радиус локализации волновой функции (2.63) растет. В первом порядке теории возмущений решение уравнений (2.29), (2.30) имеет вид:

$$\hat{F}(s) = A \begin{pmatrix} 1 \\ i\chi \end{pmatrix} e^{-K(s)} + B(s) \begin{pmatrix} 1 \\ -i\chi \end{pmatrix} e^{K(s)}, \quad (2.65)$$

где

$$B(s) = \frac{iA}{\hbar V_{\perp}} \int_{-\infty}^s dt [\epsilon - \chi \operatorname{Im} G(t)] e^{-2K(t)}. \quad (2.66)$$

Чтобы избежать расходимости волновой функции потребуем, чтобы

$$\int_{-\infty}^{\infty} dt [\epsilon - \chi \operatorname{Im} G(t)] e^{-2K(t)} = 0.$$

Последнее условие определяет спектр возбуждений $\epsilon_s(b)$ (2.34), справедливый для малых значений прицельного параметра $|b| < R$:

$$\epsilon_s(b) = \frac{\chi \Delta_0}{I} \int_{-\infty}^{+\infty} ds \frac{\delta_v(\sqrt{(|s| + s_0)^2 + b^2})}{\sqrt{(|s| + s_0)^2 + b^2}} \left(R + |s| \sqrt{1 - b^2/R^2} \right) e^{-2K(s)}.$$

Неоднородные состояния в диффузных неодносвязных гибридных структурах сверхпроводник–ферромагнетик с эффектом близости и мезоскопических ЛОФФ сверхпроводниках

Формирование неоднородных и вихревых состояний в гибридных структурах сверхпроводник–ферромагнетик (SF) тесно связано с двумя базовыми механизмами взаимодействия сверхпроводящих электронов и локализованных магнитных моментов, которые ответственны за сосуществование и конкуренцию сверхпроводящего и ферромагнитного состояний (см. обзоры [4, 28, 57, 279]). Первый механизм связан с орбитальным эффектом [42], т.е. разрушением сверхпроводящего состояния в магнитном поле $H \sim H_{c2}$, которое формирует неоднородное распределение фазы сверхпроводящего параметра порядка и индуцирует спонтанные вихревые токи при взаимодействии куперовских пар с векторным потенциалом магнитного поля. Наиболее ярким проявлением орбитального механизма служит классический эффект Литтла–Паркса [33, 34] – квантовые осцилляции критической температуры T_c перехода в сверхпроводящее состояние тонкостенного цилиндра при изменении внешнего магнитного поля H , приложенного вдоль оси цилиндра. Подобные осцилляции $T_c(H)$ возможны также в односвязных мезоскопических образцах с размерами порядка нескольких длин когерентности ξ [52, 53] и гибридных SF системах с магнитными частицами или доменами, которые формируют своим магнитным полем своеобразный потенциальный рельеф для зародышей сверхпроводящей фазы с различной завихренностью [54–56, 280] (см., также, обзор [57]).

Второй, обменный механизм разрушения синглетной сверхпроводимости обусловлен зеемановским взаимодействием спинов электронов с внешним магнитным полем или внутренним обменным полем (парамагнитный эффект) [43]. В соответствие с этим механизмом однородное сверхпроводящее состояние становится невозможным, если магнитное поле превышает предельное значение H_p (поле парамагнитного предела), определяемое при $T = 0$ критерием Клогстона–Чандрасекара $H_p = \Delta_0/\mu_B\sqrt{2}$ [281, 282]. Здесь Δ_0 – величина сверхпроводящей щели при $T = 0$, а μ_B – магнетрон Бора. В большинстве случаев $H_p \gg H_{c2}$

и определяющим является орбитальный механизм. Исключение составляют материалы с большой эффективной массой электронов (см. обзор [283]) или квазидвумерные слоистые сверхпроводники в продольном слое магнитном поле [284]. Этот хорошо известный антагонизм ферромагнитного и синглетного сверхпроводящего типов спинового упорядочения может быть частично ослаблен за счет взаимной подстройки магнитной и сверхпроводящей подсистем и формирования неоднородного сверхпроводящего состояния Ларкина–Овчинникова–Фульде–Феррелла (ЛОФФ) [18, 19], для которого характерно формирование куперовских пар с ненулевым суммарным импульсом и осцилляции сверхпроводящего параметра порядка в реальном пространстве. Экспериментально реализуемой системой для изучения подобного неоднородного ЛОФФ состояния чаще всего служат гетерогенные гибридные структуры сверхпроводник–ферромагнетик, в которых сверхпроводящие и ферромагнитные области пространственно разделены, но сильно взаимодействуют друг с другом из-за эффекта близости [9]. Фундаментальным проявлением совместного влияния эффекта близости и обменного взаимодействия между F и S подсистемами является появление в ферромагнетике сверхпроводящих корреляций, амплитуда которых затухает и осциллирует в направлении перпендикулярном SF границе [4, 29, 30, 285]. В отличие от ЛОФФ состояния в объемном сверхпроводнике, наблюдение и диагностика которого представляется крайне трудной экспериментальной задачей [283, 286, 287], пространственные осцилляции волновой функции куперовских пар вблизи SF границы, формирующие поперечное ЛОФФ состояние, относительно легко обнаруживаются в различных экспериментах. Подобное осцилляторное поведение амплитуды сверхпроводящей волновой функции в ферромагнетике служит причиной немонотонной зависимости критической температуры SF системы от толщины F слоя [288, 289] и возвратной сверхпроводимости [27, 290], которые наблюдались в многочисленных экспериментах со слоистыми SF гибридами [25, 26, 291–294]. Пространственные осцилляции амплитуды парной волновой функции приводят к различным проявлениям эффекта соизмеримости между периодом осцилляций и толщиной F слоя: увеличению электронной плотности состояний на уровне Ферми [21, 22, 295], заметным магниторезистивным явлениям [296, 297], эффекту спинового FSF вентилля [298–300] и формированию джозефсоновского SFS π -контакта [29–32], в основном состоянии которого разность фаз сверхпроводящих параметров порядка в электродах перехода равна π . Из-за особенностей эффекта близости на SF границе возникает аномальное поведение экранирующих свойств слоистых гибридных структур, проявляющееся в немонотонной зависимости эффективной глубины проникновения магнитного поля в структуру от толщины F слоя [301, 302]. При этом увеличение электронной плотности состояний на уровне Ферми сопровождается появлением в ферромагнетике локальных пара-

магнитных токов и аномального эффекта Мейснера в SF системах с дальнедействующими триплетными сверхпроводящими корреляциями [303–305], что приводит к развитию ЛОФФ неустойчивости в плоскости слоев [306]. Отличительной особенностью систем с π -контактами является возможность спонтанного возникновения в них сверхтока и магнитного потока, т.е. по-сути спонтанного формирования вихревого состояния в таких системах [35, 36]. Подобные вихревые токи наблюдаются в замкнутом контуре, содержащем нечетное число π -контактов [37–39], и в неоднородных $0-\pi$ -контактах [41?] (см. обсуждение во введении к главе 4 диссертации). Возникновение в гибридных SF системах с эффектом близости спонтанных вихревых токов, в свою очередь, означает необходимость учета орбитального механизма подавления сверхпроводимости и возможность конкуренции орбитального и обменного механизмов.

Заметим, что большинство упомянутых выше эффектов в слоистых SF гибридах так или иначе связано с интересным явлением π -сверхпроводимости [4], при котором устанавливается нетривиальная разность фаз π между соседними сверхпроводящими слоями. Экспериментально формирование π фазы определяют по поведению критической температуры T_c перехода гибридной системы в нормальное состояние [25, 26] или посредством измерения критического тока I_c в джозефсоновских SFS структурах [31, 32, 307]. В последнем случае, как правило, наблюдаются затухающие колебания амплитуды критического тока I_c с увеличением толщины и/или обменной энергии ферромагнитного барьера [29, 30]. Изменение основного состояния SFS контакта формально описывается сменой знака I_c , что должно означать заметное подавление критического тока при переходе контакта из 0 в π фазу. Подобное подавление, однако, может оказаться ненаблюдаемым из-за сильного ангармонизма SFS контакта [308–310], когда становятся существенны высшие гармоники ток-фазового соотношения

$$I(\varphi) = I_1 \sin \varphi + I_2 \sin 2\varphi + \dots \quad (3.1)$$

Особенный интерес с точки зрения эксперимента представляет возможность реализации перехода между 0 и π состояниями при изменении температуры T гибридной системы [307]. Выполненный в работе [308] анализ показал, что характер перехода между 0 и π состояниями джозефсоновского SFS контакта с однородным диффузным F барьером определяется знаком амплитуды второй второй гармоники I_2 ток-фазового соотношения (3.1) и является фазовым переходом первого рода, поскольку обычно $I_2 > 0$. Фазовый $0-\pi$ переход второго рода реализуется в такой системе при $I_2 < 0$ и возможен, например, в SFS контактах с неоднородным F слоем [308, 310]. Существование фазовых переходов первого рода между 0 и π состояниями характерно также и для диффузных FSF структур [311]. Самосогласованные

расчеты баллистической SFS структуры с использованием уравнений Боголюбова–Де Жена показали существование скачка амплитуды парной волновой функции F и энтропии $S(T)$ системы при температуре фазового $0 - \pi$ перехода [312, 313]. Экспериментальное подтверждение существования $0 \rightarrow \pi$ фазового перехода первого рода в диффузной SFS структуре Nb/PdNi/Nb с тонкими S слоями было получено недавно в работе [A17], где было обнаружено аномальное увеличение эффективной глубины проникновения магнитного поля $\lambda(T)$ при понижении температуры T и предложена модель, объясняющая подобную аномалию $0 - \pi$ переходом первого рода.

До настоящего времени в качестве исследуемых SF гибридов преимущественно рассматривались структуры с простейшей планарной геометрией. Несомненное преимущество таких структур – это возможность сравнительно легко контролировать толщину ферромагнитной прослойки. Это обстоятельство имеет важное практическое значение, поскольку переход между 0 и π состояниями в "грязной" SFS системе происходит при чрезвычайно малых толщинах F слоя, порядка характерной длины когерентности в ферромагнетике $\xi_f = \sqrt{D_f/h}$, где D_f – коэффициент диффузии в ферромагнитном металле, а h – величина его обменной энергии. Обычное значение ξ_f лежит в пределах от 1 nm (сильные ферромагнетики типа Ni, Co) до $5 \div 10$ nm (слабые ферромагнитные растворы типа CuNi, PdNi). В простейшем случае именно величина ξ_f определяет как масштаб затухания, так и период осцилляций сверхпроводящего параметра порядка в ферромагнетике [4]. Теоретический анализ и эксперименты показали, что в наиболее интересных с практической точки зрения диффузных системах дополнительное рассеяние на магнитных примесях или спин–орбитальное рассеяние приводят к уменьшению длины затухания и увеличению периода осцилляций [17, 307, 314, 315], но сама возможность π -состояния в таких системах сохраняется и слабо зависит от механизмов рассеяния [17, 315] и прозрачности SF границ [316, 317]. При этом, однако, остался неисследованным вопрос о влиянии геометрической формы и связности сверхпроводящих электродов на условия формирования π -состояния и вихревых структур в гибридных системах сверхпроводник–ферромагнетик с эффектом близости.

В данной главе диссертации приведены результаты теоретических исследований неоднородных и вихревых состояний в гибридных структурах сверхпроводник–ферромагнетик с неодносвязной геометрией (полый сверхпроводящий цилиндр с ферромагнитной сердцевинной или внешней оболочкой, сверхпроводящее кольцо на ферромагнитной подложке), в которых орбитальный и обменный механизмы конкурируют друг с другом, а эффект близости может стимулировать переходы между сверхпроводящими состояниями с различным орбитальным моментом L (завихренностью) [A1]. При изменении внешнего магнитного по-

ля H такие переходы сопровождаются осцилляциями критической температуры T_c , которые аналогичны осцилляциям Литтла–Паркса, а конкуренция орбитального и обменного эффектов приводит к нарушению периодичности и модуляции амплитуды этих осцилляций [A2]. Особенности квантовых осцилляции T_c в окрестности фазового перехода в неоднородную ЛОФФ фазу изучены на примере мезоскопического сверхпроводящего диска и сверхтекучего Ферми газа с разбалансом населенностей в спиновых подзонах [A3]. Определены условия реализации π -состояния и генерации спонтанных вихревых токов в композитном метаматериале, состоящем из сверхпроводящих наноструктур, помещенных в ферромагнитную матрицу [A4]. Термодинамические проявления $0 - \pi$ перехода при изменении температуры изучены на примере трехслойной SFS структуры с тонкими сверхпроводящими слоями [A17].

3.1. Модель и основные уравнения

Будем считать, что для образующих гибридную структуру металлов выполнены приближения "грязного" предела [43, 318], так что длина свободного пробега электронов в металлах $l = v_F \tau$ достаточно мала ($l \ll \xi_0$), а критическая температура сверхпроводящего перехода T_{c0} и обменное поле ферромагнетика h удовлетворяют условиям $T_{c0} \tau \ll 1$ and $h \tau \ll 1$, где τ – характерное время упругого рассеяния электронов на немагнитных примесях, а $\xi_0 = \hbar v_F / \Delta_0$ – длина когерентности при $T = 0$. Нелинейные уравнения Узаделя [319] для усредненных по поверхности Ферми нормальной $G(\mathbf{r}, \omega, h)$ и аномальной $F(\mathbf{r}, \omega, h)$ функций Грина имеют вид (подробнее, см. обзор [4]):

$$-\frac{D}{2} \left[G(\mathbf{r}, \omega, h) \left(\nabla + \frac{2\pi i}{\Phi_0} \mathbf{A} \right)^2 F(\mathbf{r}, \omega, h) - F(\mathbf{r}, \omega, h) \nabla^2 G(\mathbf{r}, \omega, h) \right] \quad (3.2)$$

$$+ \left[\omega + ih + \frac{G(\mathbf{r}, \omega, h)}{\tau_s} \right] F(\mathbf{r}, \omega, h) = \Delta(\mathbf{r}) G(\mathbf{r}, \omega, h),$$

$$G^2(\mathbf{r}, \omega, h) + F(\mathbf{r}, \omega, h) F^+(\mathbf{r}, \omega, h) = 1. \quad (3.3)$$

Здесь $D = v_F l / 3$ – коэффициент диффузии, который может быть различным для сверхпроводника (D_s) и ферромагнетика (D_f), $\omega = (2n + 1)\pi T$ – мацубаровские частоты для температуры T , \mathbf{A} – векторный потенциал магнитного поля, и $\Phi_0 = \pi \hbar c / |e|$ – квант магнитного потока. Параметр τ_s – характерное время рассеяния на магнитных примесях – учитывает беспорядок расположения магнитных атомов, который может быть особенно заметным в слабых ферромагнитных сплавах типа $\text{Cu}_x \text{Ni}_{1-x}$ или $\text{Pd}_x \text{Ni}_{1-x}$ [315]. Будем считать, что ферромагнетик обладает сильной неаксиальной симметрией, при которой в результате рассеяния на магнитных примесях не происходит изменения электронных населенностей уровней с противоположным направлением спинов. Уравнение для сопряженной функции $F^+(\mathbf{r}, \omega, h)$ совпадает с уравнением (3.2) при замене Δ на Δ^* [4, 86]. Уравнения Узаделя (3.2) следует дополнить граничными условиями Куприянова–Лукичева [320] на SF границе:

$$\sigma_s \partial_{\mathbf{n}} F_s = \sigma_f \partial_{\mathbf{n}} F_f; \quad F_s = F_f - \gamma_b \xi_n \partial_{\mathbf{n}} F_f, \quad (3.4)$$

и свободными граничными условиями на внешних поверхностях структуры

$$\partial_{\mathbf{n}} F_{f,s} = 0. \quad (3.5)$$

Здесь F_s, F_f – аномальные функции Грина в сверхпроводнике и ферромагнетике, $\xi_{s,n} = \sqrt{D_{s,f} / 2\pi T_{c0}}$ – длина когерентности в сверхпроводнике и нормальном ферромагнитном металлах, σ_f и σ_s – удельные проводимости S и F металлов в нормальном состоянии, а параметр

γ_b характеризует прозрачность SF границы и определяется сопротивлением границы на единицу площади R_b соотношением $\gamma_b \xi_s = R_b \sigma_f$, $\partial_{\mathbf{n}}$ обозначает производную в направлении внешней нормали к поверхности S(F) металла¹. В дальнейшем будем считать, что потенциал спаривания $\Delta(\mathbf{r})$ отличен от нуля только в S-слое, для которого должно быть выполнено уравнение самосогласования:

$$\Delta(\mathbf{r}) = \pi T \rho \sum_{\omega} F_s(\mathbf{r}, \omega), \quad (3.6)$$

где ρ – ответственная за спаривание константа связи, которая, будем полагать постоянна в сверхпроводнике и равна нулю в ферромагнетике. Для простоты будем считать в дальнейшем, что $h, \tau_s^{-1} \gg \pi T_{c0}$, что позволяет получить в дальнейшем наглядные аналитические результаты. Применимость такого приближения подробно обсуждалась, например, в работе [321].

¹ На SF границе вектор \mathbf{n} должен быть направлен по нормали к границе от сверхпроводника к ферромагнетику.

3.2. Неоднородные состояния и осцилляции Литтла-Паркса в цилиндрических SF структурах с эффектом близости

Начнем в простого качественного анализа влияния эффекта близости и обменного взаимодействия на свойства простейшей модельной гибридной системы с неодносвязной геометрией, состоящей из полого сверхпроводящего (S) цилиндра (оболочка), центральная часть которого (сердцевина) заполнена ферромагнитным (F) металлом (см. рис. 3.1). Будем полагать, что между S и F металлами существует хороший электрический контакт, что обеспечивает проникновение куперовских пар в ферромагнетик (эффект близости). Основное состояние такой системы определяется особенностями поведения сверхпроводящих корреляций в ферромагнетике, описываемых волновой функцией Ψ , а именно соотношением между периодом осцилляций Ψ ($\sim \xi_f = \sqrt{D_f/\hbar}$) и радиусом ферромагнитного цилиндра R_f . Если $R_f < \xi_f$, то изменение парной волновой функции Ψ вдоль линии, проведенной через ось цилиндра, мало, так что знак Ψ не меняется. В силу симметрии производная $\partial_x \Psi(x)$ обращается в нуль в центре цилиндра, а функция $\Psi(x)$ четная: $\Psi(R_f, \theta) = \Psi(R_f, \theta + \pi)$. Другими словами, фаза сверхпроводящего параметра порядка в диаметрально противоположных точках полого S цилиндра одна и та же, т.е. волновая функция основного состояния $\Psi \sim \exp(iL\theta)$ характеризуется нулевым орбитальным моментом $L = 0$ (рис. 3.2а). В этом случае спонтанных вихревых токов или неоднородного распределения фазы в сверхпроводящем цилиндре не возникает,

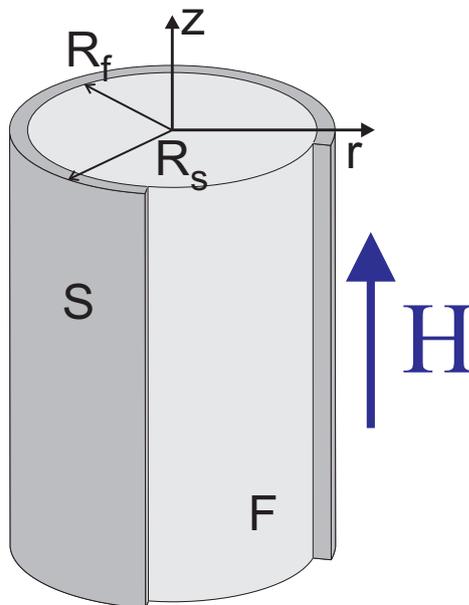


Рис. 3.1. Схематичное изображение модельной SF структуры: тонкостенная сверхпроводящая оболочка вокруг ферромагнитного цилиндра. Здесь R_f – радиус F сердцевин, R_s – внешний радиус цилиндрической S оболочки, (r, θ, z) – цилиндрическая система координат.

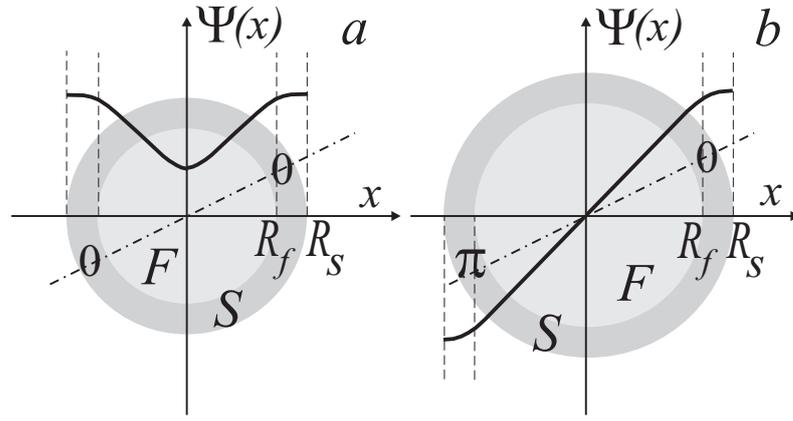


Рис. 3.2. Качественное поведение сверхпроводящего параметра порядка Ψ в гибридной SF системе. (а) Кривая $\Psi(x)$ показывает поведение парной волновой функции $\Psi(r, \theta)$ в основном состоянии с $L = 0$. В силу симметрии производная $\partial_x \Psi(x)$ обращается в нуль в центре цилиндра. (б) Парная волновая функция $\Psi(r, \theta)$ в фазе с $L = 1$ обращается в нуль в центре цилиндра, а фазы $\Psi(r, \theta)$ отличаются на π в диаметрально противоположных точках.

а данное основное состояние неодносвязной SF структуры аналогично "0"состоянию трехслойной SFS перехода [31]. При увеличении радиуса ферромагнитного цилиндра $R_f \gtrsim \xi_f$, волновая функция Ψ может изменить свой знак на оси F цилиндра, что приведет к π сдвигу между фазами сверхпроводящего параметра порядка в диаметрально противоположных точках S цилиндра: $\Psi(R_f, \theta + \pi) = -\Psi(R_f, \theta) = \Psi(R_f, \theta) \exp(i\pi)$ (рис. 3.2b). Этому случаю соответствует волновая функция основного состояния Ψ с ненулевым орбитальным моментом $L \neq 0$. Таким образом, проникновение куперовских пар в ферромагнитную сердцевину и обменное взаимодействие индуцируют сверхпроводящие состояния с ненулевой завихренностью. Такие сверхпроводящие состояния с неоднородным распределением фазы могут вызвать появление спонтанных сверхтоков, что увеличит свободную энергию системы из-за орбитального эффекта. Конкуренция между обменным орбитальным эффектами приводит к последовательным переключениям между состояниями с различным орбитальным моментом L при увеличении радиуса F цилиндра. Такие переходы между состояниями с различным L должны проявляться в немонотонной зависимости критической температуры T_c перехода SF системы в сверхпроводящее состояние при изменении радиуса F цилиндра R_f и/или обменного поля h .

3.2.1. Неоднородные состояния индуцированные эффектом близости

В окрестности фазового перехода второго рода при $T = T_c$ уравнения Узаделя (3.2), (3.3) могут быть линеаризованы относительно комплексного потенциала спаривания $\Delta(\mathbf{r})$. В F- и

S-областях линеаризованные уравнения Узаделя для функций F_f и F_s принимают вид:

$$-\frac{D_f}{2} \left(\nabla + \frac{2\pi i}{\Phi_0} \mathbf{A} \right)^2 F_f + (|\omega| + \imath h \operatorname{sgn} \omega) F_f = 0, \quad (3.7)$$

$$-\frac{D_s}{2} \left(\nabla + \frac{2\pi i}{\Phi_0} \mathbf{A} \right)^2 F_s + |\omega| F_s = \Delta(\mathbf{r}), \quad (3.8)$$

где не учитывается уменьшение обменного поля в ферромагнетике вблизи SF границы². Такое приближение ступенчатого профиля обменного поля h конечно оправдано при температурах выше T_c , когда ферромагнитное упорядочение возникает в нормальном металле лишь на расстояние порядка фермиевской длины волны λ_F от границы из-за локальности обменного взаимодействия. При $T < T_c$ появление сверхпроводимости может заметно изменить профиль обменного поля, так что намагниченность появляется в сверхпроводнике на глубине порядка сверхпроводящей длины когерентности ξ_s (магнитный эффект близости) [322, 323]. Однако, поскольку при $T \lesssim T_c$ сверхпроводящий параметр порядка мал, при вычислении критической температуры сверхпроводящего перехода T_c влиянием этого эффекта можно пренебречь. Уравнение самосогласования (3.6) для параметра порядка $\Delta(\mathbf{r})$ удобно переписать в следующем эквивалентном виде:

$$\Delta(\mathbf{r}) \ln \frac{T_c}{T_{c0}} + \pi T_c \sum_{\omega} \left(\frac{\Delta(\mathbf{r})}{|\omega|} - F_s(\mathbf{r}, \omega) \right) = 0, \quad (3.9)$$

где T_{c0} – критическая температура сверхпроводящего перехода S металла при отсутствии эффекта близости и внешнего магнитного поля $\mathbf{B} = \operatorname{rot} \mathbf{A}$.

Для систем, обладающих цилиндрической симметрией (тонкостенный полый S цилиндр с F сердцевинной или окруженный ферромагнетиком, сверхпроводящее кольцо на ферромагнитной подложке, помещенные во внешнее магнитное поле $\mathbf{H} = H\mathbf{z}_0$ будем искать решения уравнений (3.7)–(3.9), обладающие заданным угловым моментом L . В цилиндрической системе координат (r, θ, z) (см. рис. 3.1) решения имеют вид:

$$\Delta(\mathbf{r}) = \Delta(r, z) e^{iL\theta}, \quad F_{f,s}(\mathbf{r}) = f_{f,s}(r, z) e^{iL\theta}, \quad (3.10)$$

$\mathbf{A} = (0, A_\theta, 0)$, а угловой момент L определяет циркуляцию фазы параметра порядка $2\pi L$, т.е. величину завихренности L . Уравнения Узаделя (3.7), (3.8) в этом случае могут быть записаны следующим образом относительно амплитуд $f_{f,s}(r, z)$:

$$-\frac{D_f}{2} \left[\frac{1}{r} \partial_r (r \partial_r f_f) + \partial_z^2 f_f - \left(\frac{L}{r} + \frac{r}{a_H^2} \right)^2 f_f \right] + \imath h f_f = 0, \quad (3.11)$$

$$-\frac{D_s}{2} \left[\frac{1}{r} \partial_r (r \partial_r f_s) + \partial_z^2 f_s - \left(\frac{L}{r} + \frac{r}{a_H^2} \right)^2 f_s \right] + \omega f_s = \Delta, \quad (3.12)$$

² Для простоты мы пренебрегли в (3.7),(3.8) рассеянием на магнитных примесях ($\tau_s \rightarrow \infty$), учет которого не меняет качественную картину, а приводит только к количественным отличиям.

где $a_H = \sqrt{\Phi_0/\pi H}$ обозначает магнитную длину [324]. Учитывая очевидную симметрию ($f_{f,s}(\omega) = f_{f,s}^*(-\omega)$) оставим в уравнении самосогласования (3.9) суммирование только по положительным мацубаровским частотам $\omega > 0$:

$$\Delta \ln \frac{T_c}{T_{c0}} + 2\pi T_c \sum_{\omega>0} \left(\frac{\Delta}{\omega} - \operatorname{Re} f_s(\omega) \right) = 0. \quad (3.13)$$

Мы ограничимся в дальнейшем анализом однородных вдоль оси z состояний.

Критическая температура сверхпроводящего перехода

Приступим к вычислению критической температуры T_c сверхпроводящего перехода в гибридной структуре, состоящей из слоя сверхпроводника с толщиной $W = R_s - R_f \ll R_f$ (оболочка), окружающей тонкий ферромагнитный цилиндр (сердцевина), однородно намагниченный вдоль своей оси. Здесь R_f – радиус F сердцевины, а R_s – внешний радиус S оболочки (см. рис. 3.1). Для начала рассмотрим случай, когда внешнее магнитное поле отсутствует ($H = 0$, $a_H \rightarrow \infty$), и вихревые состояния возбуждаются исключительно из-за эффекта близости между S и F металлами, ограничиваясь, как уже отмечалось, анализом однородных по z решений и пренебрегая влиянием намагниченности цилиндра. Конечно, намагниченность ферромагнетика $\mathbf{M} = (1/4\pi) \operatorname{rot} \mathbf{A}$ изменяет распределение векторного потенциала \mathbf{A} и может оказать влияние на условия возникновения сверхпроводимости. Чтобы оценить это влияние предположим, что намагниченность направлена по z ($\mathbf{M} = M\mathbf{z}_0$) и создает дополнительный магнитный поток $\Phi_M \approx 4\pi^2 R_f^2 M$, захваченный полостью в сверхпроводнике. Появление такого магнитного потока приведет к изменению периода осцилляций Литтла–Паркса $T_c(H)$ [33] и нарушит симметрию зависимости $T_c(H)$ относительно инверсии внешнего магнитного поля: $T_c(H) \neq T_c(-H)$. Эти эффекты будут заметны, если величина потока Φ_M окажется порядка кванта магнитного потока Φ_0 . Однако для типичных параметров $M \sim 10^2$ Г, $T \sim 10$ К, $D_s \sim 10$ см²/с и R_f порядка нескольких длин когерентности $\xi_f \simeq 10$ нм получим: $\Phi_M \ll \Phi_0$. Если z компонента намагниченности \mathbf{M} отсутствует, то ферромагнетик не создает дополнительный магнитный поток вдоль оси z . Влияние z компоненты магнитной индукции \mathbf{B} от ферромагнетика можно дополнительно ослабить, уменьшая длину SF цилиндра, т.е. переходя к случаю тонкого SF диска с большим размагничивающим фактором.

Эти простые оценки дают основания пренебречь влиянием намагниченности ферромагнетика на критическую температуру перехода T_c и считать, что $B = H$ и $A_\theta = rH/2$. В этом случае для $H = 0$ решением уравнения (3.7) является модифицированная функция

Бесселя первого рода $I_L(u)$ порядка L :

$$f_f = C I_L(q_f r), \quad q_f = \frac{1 + \nu}{\xi_f}, \quad (3.14)$$

где величина ξ_f , как уже отмечалось ранее, определяет характерный масштаб затухания и период осцилляций аномальной функции Грина F_f в "грязном" F металле [4]. Используя решение (3.14) запишем граничные условия (3.5) и (3.4) для уравнения (3.12) в виде:

$$\left. \frac{df_s}{dr} \right|_{R_s} = 0, \quad \left. \frac{df_s}{dr} \right|_{R_f} = \frac{\sigma_f/\sigma_s}{\gamma_b \xi_n + 1/\alpha_L q_f} f_s(R_f), \quad (3.15)$$

где

$$\alpha_L = \frac{L}{u_f} + \frac{I_{L+1}(u_f)}{I_L(u_f)}, \quad u_f = q_f R_f.$$

Для $W \ll \xi_s$ можно пренебречь изменением функций $f_s(r)$ and $\Delta(r)$ в тонком слое сверхпроводника, окружающего F цилиндр: $f_s(r) \simeq f$, $\Delta(r) \simeq \Delta$ и проинтегрировать уравнение (3.12) по толщине S оболочки, используя граничные условия (3.15) [4, 321]. В результате получим следующее выражение для функции f_s :

$$f_s = \frac{\Delta}{\omega + \frac{D_s}{2} \left[\left(\frac{L}{R_f} \right)^2 + \frac{\sigma_f/\sigma_s}{W(\gamma_b \xi_n + 1/\alpha_L q_f)} \right]}. \quad (3.16)$$

Подставляя решение (3.16) в уравнение самосогласования (3.13) получим уравнение относительно критической температуры T_c SF цилиндра

$$\ln \frac{T_c}{T_{c0}} = \Psi \left(\frac{1}{2} \right) - \text{Re} \Psi \left(\frac{1}{2} + \Omega_L \right), \quad (3.17)$$

где Ψ – дигамма функция. Параметр распаривания

$$\Omega_L = \frac{1}{2} \frac{T_{c0}}{T_c} \xi_s^2 \left[\left(\frac{L}{R_f} \right)^2 + \frac{\sigma_f/\sigma_s}{W(\gamma_b \xi_n + 1/\alpha_L q_f)} \right] \quad (3.18)$$

описывает подавление сверхпроводимости в S оболочке как из-за орбитального эффекта (первое слагаемое), так и вследствие влияния эффекта близости и обменного поля ферромагнетика (второе слагаемое). На рис. 3.3 показаны типичные зависимости критической температуры T_c от радиуса F цилиндра R_f для двух значений завихренности $L = 0$ и $L = 1$, полученные из (3.17), (3.18) для случая прозрачной SF границы ($\gamma_b = 0$). Как видно из рисунка, для тонких F цилиндров с радиусом $R_f \ll \xi_f$ возможно только состояние с нулевым орбитальным моментом $L = 0$, эффект близости слабый, и критическая температура T_c близка к критической температуре объемного сверхпроводника T_{c0} . Вихревое состояние с $L = 1$ невозможно из-за сильного орбитального эффекта. С увеличением радиуса R_f влияние эффекта близости

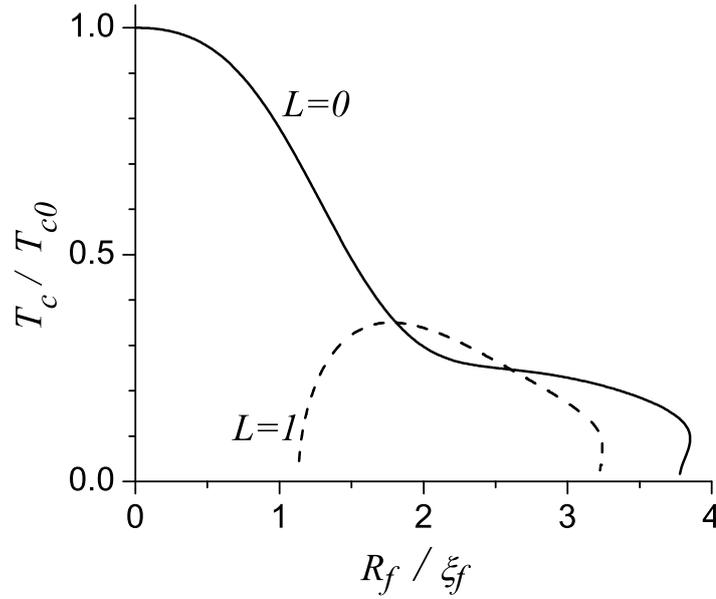


Рис. 3.3. Зависимость критической температуры T_c от радиуса F цилиндра R_f для двух значений завихренности $L = 0$ (сплошная линия) и $L = 1$ (пунктирная линия). Остальные параметры: $W = 0.5\xi_s$; $\sigma_s/\sigma_f = 2.5$; $\xi_s/\xi_f = 0.265$; $\gamma_b = 0$.

растет (температура T_c для состояния с $L = 0$ уменьшается), а кинетическая энергия сверхтока в состоянии с $L = 1$ становится меньше из-за снижения сверхскорости $v_s \sim 1/R_f$, т.е. орбитальный эффект уменьшается. Одновременно с этим, начинают играть роль осцилляции сверхпроводящего параметра порядка в ферромагнетике, поскольку радиус F цилиндра становится соизмеримым с периодом осцилляций ($\sim \xi_f$) аномальной функции Грина F_f , и появляется π сдвиг фазы функции F_f в диаметрально противоположных точках цилиндра (см. рис. 3.2b)). Первое пересечение кривых $T_c(R_f)$ для $L = 0$ и $L = 1$ происходит при $R_f \sim 1.8 \xi_f$, а для значений радиуса F цилиндра в диапазоне $1.8 \xi_f \lesssim R_f \lesssim 2.6 \xi_f$ критическая температура вихревого состояния с $L = 1$ оказывается выше критической температуры с нулевой завихренностью. Таким образом, выполненные расчеты подтверждают качественный вывод, полученный во введении к разделу 3.2: эффект близости и фазовый сдвиг парной волновой функции F_f из-за обменного взаимодействия может индуцировать вихревые состояния в тонком сверхпроводящем цилиндре, заполненном ферромагнитным металлом. Обсудим роль ключевых параметров в выражении для Ω_L (3.18): отношения удельных проводимостей S и F металлов в нормальном состоянии (σ_f/σ_s) и прозрачности барьера на SF границе (γ_b), определяющих значение и величину эффекта близости в рассматриваемой гибридной системе. Рисунок 3.4 иллюстрирует переключения между состояниями с различной завихренностью L и немонотонную зависимость критической температуры T_c от радиуса F цилиндра R_f для

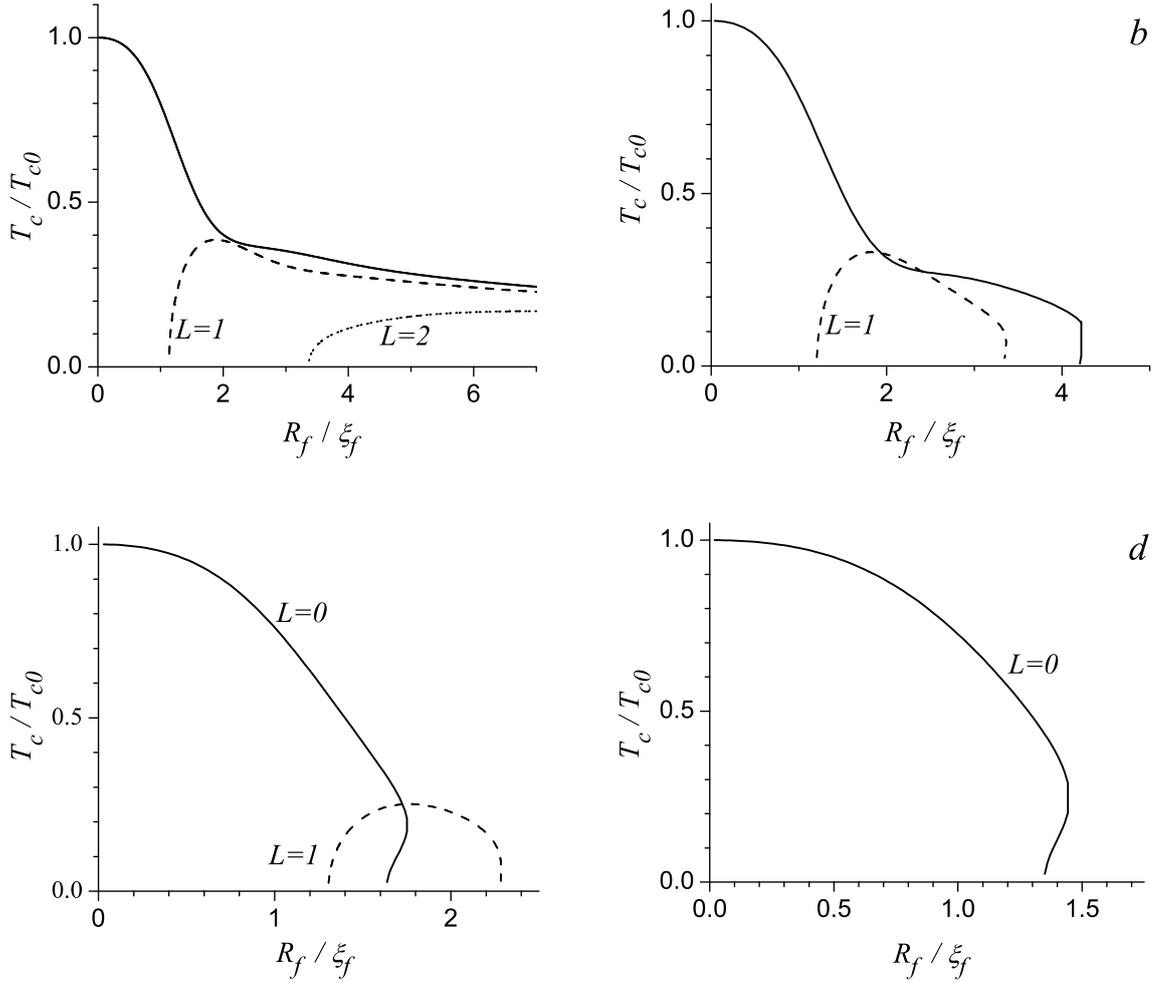


Рис. 3.4. Типичные примеры зависимости критической температуры T_c от радиуса F цилиндра R_f для нескольких значений завихренности: $L = 0$ (сплошная линия), $L = 1$ (пунктирная линия) и $L = 2$ (точечная линия) и нескольких значений отношения σ_s/σ_f : а) $\sigma_s/\sigma_f = 3$; б) $\sigma_s/\sigma_f = 2.85$; в) $\sigma_s/\sigma_f = 2.7$; д) $\sigma_s/\sigma_f = 2.5$. Остальные параметры: $W = 0.5\xi_s$; $\xi_s/\xi_f = 0.3$; $\gamma_b = 0$.

нескольких значений отношения σ_f/σ_s . С увеличением величины отношения σ_f/σ_s влияние эффекта близости возрастает, и сверхпроводимость в SF цилиндре оказывается возможной лишь при малых значениях радиуса R_f . Как правило, это влияние оказывается более сильным для состояний с ненулевой завихренностью, что приводит к полному подавлению состояний с $L = 2$ на рис. 3.4b-d. В то же время, обменное поле может оказать стимулирующее влияние на состояние с $L = 1$, в результате которого в SF цилиндре оказывается возможным только вихревое распределение параметра порядка (см. рис. 3.4c). Отметим, что для некоторых значений параметров $\sigma_{f,s}$ зависимости $T_c(R_f)$ демонстрируют возможность перехода первого рода в такой гибридной системе [4, 289, 325].

На рисунке 3.5 приведены зависимости критической температуры T_c от радиуса F

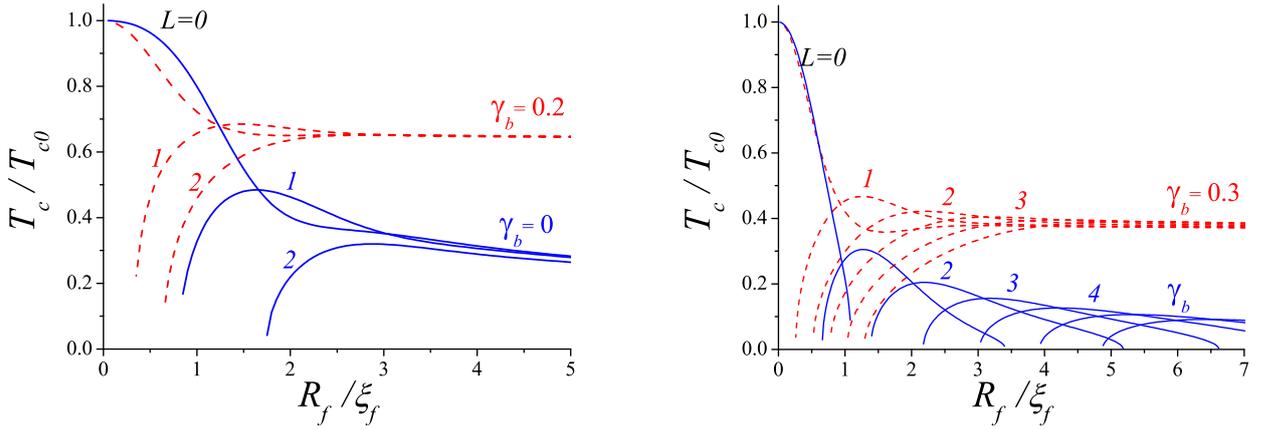


Рис. 3.5. Типичные зависимости критической температуры T_c от радиуса F цилиндра R_f для нескольких значений прозрачности барьера γ_b на SF границе. Цифры рядом с кривыми обозначают соответствующее значение завихренности L . Остальные параметры: а) $W = 0.5\xi_s$, $\xi_s/\xi_f = 0.1$, $\xi_n/\xi_f = 4.0$, $\sigma_s/\sigma_f = 1$; б) $W = 0.5\xi_s$, $\xi_s/\xi_f = 0.02$, $\xi_n/\xi_f = 4.0$, $\sigma_s/\sigma_f = 0.1$.

цилиндра R_f для нескольких значений прозрачности барьера γ_b на SF границе. Как и ожидалось, при наличии барьера температура перехода T_c , как правило, повышается из-за ослабления эффекта близости. Отметим, однако, что при малых значениях $R_f < \xi_f$ критическая температура T_c безвихревой моды с $L = 0$ уменьшается с увеличением барьера γ_b на SF границе, если выполнено условие $\gamma_b \xi_n R_f < \xi_f^2$. Такое необычное поведение объясняется увеличением времени пребывания куперовских пар в тонком ферромагнетике из-за присутствия барьера, что усиливает разрушающее действие обменного поля и приводит к росту параметра распаривания Ω_0 [4].

Вихревые состояния в сверхпроводящем кольце на пластине ферромагнетика

Рассмотрим еще один пример гибридной SF структуры с неодносвязной геометрией, состоящей из тонкого сверхпроводящего кольца лежащего на пленке ферромагнетика однородно намагниченной в плоскости пленки (рис. 3.6). Сверхпроводящее кольцо с радиусом R_0 , шириной $W \ll R_0$ и толщиной d_s занимает область $R_0 - W/2 < r < R_0 + W/2$, $0 < z < d_s$, а толщина пленки ферромагнетика d_f . Будем полагать, что хороший электрический контакт между S и F металлами обеспечивает эффект близости. Подобная планарная SF система представляется более удобной для экспериментального наблюдения спонтанного возбуждения неоднородных сверхпроводящих состояний и переключений между состояниями с различной завихренностью L . Как и прежде, будем искать решения с заданным угловым

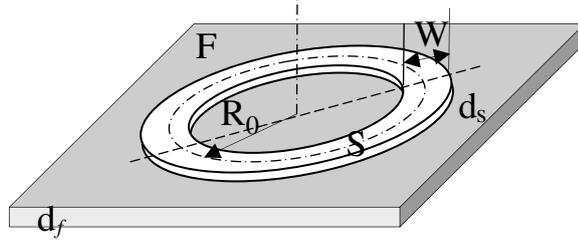


Рис. 3.6. Сверхпроводящее кольцо лежащее на поверхности тонкой ферромагнитной пленки. Здесь R_0 , W и d_s – радиус, ширина и толщина S кольца, а d_f – толщина ферромагнитной пленки.

моментом L уравнений Узаделя (3.11), (3.12) в цилиндрической системе координат (r, θ, z) . Граничное условие (3.5) для амплитуды $f_s(r, z)$ (3.10) на внешних поверхностях сверхпроводника следует записать в виде:

$$\partial_r f_s(R_0 \pm W/2, z) = 0, \quad \partial_z f_s(r, d_s) = 0. \quad (3.19)$$

Для простоты ограничимся случаем узкого и тонкого кольца у которого $W \ll \xi_{f,s}$ и $d_s \ll \xi_s$, что позволяет пренебречь неоднородностью функций $f_s(r, z)$ и $\Delta(r, z)$. Усредняя уравнение (3.12) по объему S кольца и интегрируя слагаемые $\partial_r(r \partial_r f_s)$ и $\partial_z^2 f_s$ с учетом условий (3.19) на границе сверхпроводника и свободного пространства, получим следующее выражение для производной в направлении нормали к поверхности пленки $\partial_z f_s$ при $r = R_0$, $z = 0$:

$$\frac{1}{d_s} \partial_z f_s = \frac{2}{D_s} (\Delta - \omega f_s) - \left(\frac{L}{R_0} \right)^2 f_s. \quad (3.20)$$

Тонкий слой ферромагнитного металла занимает область $-d_f < z < 0$ ($d_f \ll \xi_f$). Аномальная функция Грина в ферромагнетике $f_f(r, z)$ удовлетворяет условию $\partial_z f_f = 0$ на границе $z = -d_f$. Далеко от S кольца, т.е. для $r - R_0 - W/2 \gg d_f$ и для $R_0 - W/2 - r \gg d_f$ неоднородность $f_f(r, z)$ вдоль оси z мала и можно усреднить уравнение Узаделя (3.11) по толщине пленки d_f :

$$-\frac{D_f}{2} \left(\frac{1}{r} \partial_r(r \partial_r f_f) - \frac{L^2}{r^2} f_f \right) + \imath h f_f = 0. \quad (3.21)$$

Уравнение (3.21) имеет очевидное решение

$$f_f(r) = \begin{cases} C_1 I_L(q_f r) & , \quad R_0 - W/2 - r \gg d_f, \\ C_2 K_L(q_f r) & , \quad r - R_0 - W/2 \gg d_f, \end{cases} \quad (3.22)$$

где $I_L(u)$ и $K_L(u)$ – модифицированные функции Бесселя порядка L . Используя эти решения можно записать соотношения, связывающие функцию f_f и ее радиальную производную $\partial_r f_f$

при $r = R_0 \pm \varepsilon$:

$$\left. \frac{df_f}{dr} \right|_{R_0-\varepsilon} = q_f \left(\frac{L}{u_0} + \frac{I_{L+1}(u_0)}{I_L(u_0)} \right) f_f(R_0 - \varepsilon), \quad (3.23)$$

$$\left. \frac{df_f}{dr} \right|_{R_0+\varepsilon} = q_f \left(\frac{L}{u_0} - \frac{K_{L+1}(u_0)}{K_L(u_0)} \right) f_f(R_0 + \varepsilon), \quad (3.24)$$

где $u_0 = q_f R_0$ и $\max[W, d_f] \ll \varepsilon \ll \xi_f \lesssim R_0$. Функция f_f изменяется в радиальном направлении на длине $\sim \xi_f$, а узкое ($W \ll \xi_f$) приводит к разрыву (скачку) её радиальной производной:

$$\left. \frac{df_f}{dr} \right|_{R_0-\varepsilon}^{R_0+\varepsilon} \simeq -q_f Q_L f_f(R_0), \quad Q_L = \frac{I_{L+1}(u_0)}{I_L(u_0)} + \frac{K_{L+1}(u_0)}{K_L(u_0)}. \quad (3.25)$$

С другой стороны, в области $|r - R_0| \ll \xi_f$ уравнение (3.11) имеет вид:

$$\frac{1}{r} \partial_r (r \partial_r f_f) + \partial_z^2 f_f = 0. \quad (3.26)$$

Интегрируя это уравнение по области $R_0 - \varepsilon \leq r \leq R_0 + \varepsilon$ и толщине F пленки $-d_f \leq z \leq 0$ и используя условия (3.25) и $\partial_z f_f(z = -d_f) = 0$ получим:

$$W \partial_z f_f \Big|_{z=0, r=R_0} = q_f d_f Q_L f_f(R_0) \quad (3.27)$$

При отсутствии барьера на SF границе $f_f(R_0, 0) \simeq f_s(R_0, 0) \equiv f_s$ уравнения (3.20), (3.27) и граничное условие (3.4) при $\gamma_b = 0$ позволяют определить амплитуду аномальной функции Грина f :

$$f_s = \frac{\Delta}{\omega + \frac{D_s}{2} \left[\left(\frac{L}{R_0} \right)^2 + \frac{q_f}{\eta W} Q_L \right]}, \quad (3.28)$$

where $\eta = \sigma_s d_s / \sigma_f d_f$. Подставляя решения (3.28) в уравнение самосогласования (3.13) получим уравнение для критической температуры T_c SF гибрида в виде (3.37), в котором параметр распаривания для моды с орбитальным числом L имеет вид:

$$\Omega_L = \frac{1}{2} \frac{T_{c0}}{T_c} \xi_s^2 \left[\left(\frac{L}{R_0} \right)^2 + \frac{q_f}{W \eta} Q_L(u_0) \right]. \quad (3.29)$$

На рисунке 3.7 показаны типичные зависимости критической температуры T_c сверхпроводящего кольца радиуса R_0 на ферромагнитной подложке для разных значений L , вычисленные по формулам (3.37), (3.29). Качественно поведение данной гибридной системы аналогично тому, что наблюдалось для полого тонкостенного сверхпроводящего цилиндра с ферромагнитной сердцевиной. Отметим интересное возвратное поведение моды с нулевой завихренностью, когда при увеличении радиуса кольца R_0 свехпроводимость сначала исчезает в некотором интервале значений R_0 , а затем появляется вновь (см. рис. 3.7с). Подобное явление возвратной сверхпроводимости является весьма типичным для слоистых гибридных SF систем [27, 290].

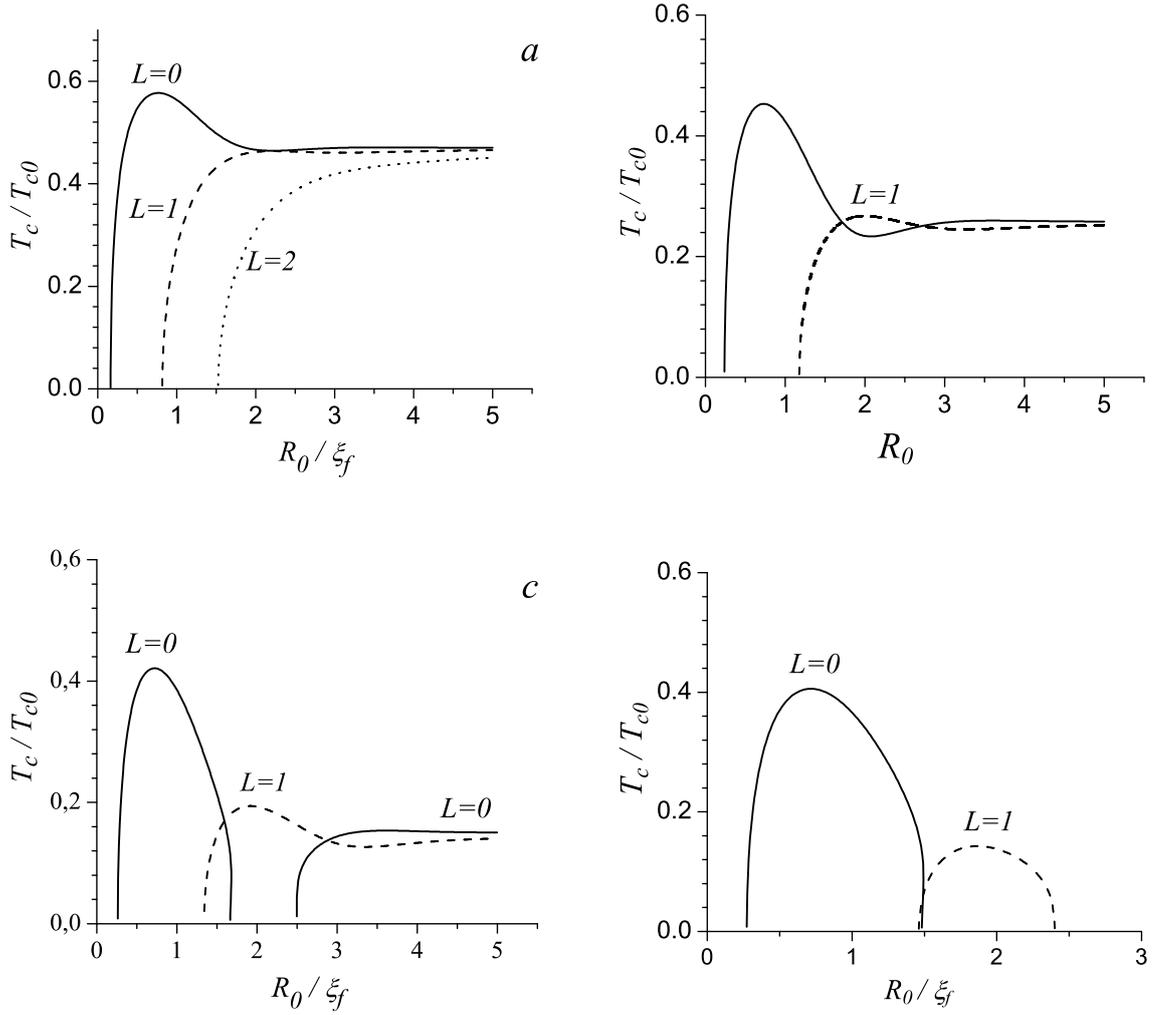


Рис. 3.7. Типичные зависимости критической температуры T_c от радиуса S кольца R_0 для для нескольких значений завихренности: $L = 0$ (сплошная линия), $L = 1$ (пунктирная линия) и $L = 2$ (точечная линия). Остальные параметры: $d_s/d_f = 1$, $W = 0.5\xi_s$, $\xi_s/\xi_f = 0.1$: а) $\sigma_s/\sigma_f = 2.5$; б) $\sigma_s/\sigma_f = 2.1$; в) $\sigma_s/\sigma_f = 2.03$; д) $\sigma_s/\sigma_f = 2.0$.

3.2.2. Осцилляции Литтла-Паркса в неодносвязных SF структурах

Перейдем теперь к анализу влияния внешнего магнитного поля $\mathbf{H} = H\mathbf{z}_0$, приложенного вдоль оси SF цилиндра. В неодносвязных и/или мезоскопических сверхпроводящих образцах при изменении внешнего магнитного поля наблюдаются квантовые осцилляции критической температуры $T_c(H)$ (осцилляции Литтла-Паркса [33, 34]). Поскольку эффект Литтла-Паркса является чрезвычайно чувствительным экспериментальным методом исследования интерференционных явлений в сверхпроводящих системах, представляется целесообразным изучить его проявления в гибридных SF системах с неодносвязной геометрией.

Как и в разделе 3.2.1, рассмотрим гибридную структуру, изображенную на рис. 3.1,

которая состоит из тонкой ($W = R_s - R_f \ll R_f$) оболочки из сверхпроводника вокруг ферромагнитного цилиндра радиус R_f , однородно намагниченного вдоль своей оси. Здесь R_s – внешний радиус гибридного SF цилиндра. Решение уравнения (3.11) внутри F цилиндра можно записать через вырожденные гипергеометрические функции (функции Куммера) $F(a, b, z)$ [324, 326]:

$$f_f(r) = C e^{-\phi/2} \phi^{|L|/2} F(a_L, b_L, \phi), \quad (3.30)$$

где ϕ – поток внешнего магнитного поля \mathbf{H} через круг с радиусом r в единицах кванта магнитного потока Φ_0

$$\phi = 2\pi r A_\theta / \Phi_0 = r^2 / a_H^2, \quad (3.31)$$

$$a_L = \frac{|L| + L + 1}{2} + \frac{i}{2} \left(\frac{a_H}{\xi_f} \right)^2; \quad b_L = |L| + 1. \quad (3.32)$$

Граничные условия (3.5) и (3.4) для уравнения (3.12) имеют вид:

$$\left. \frac{df_s}{dr} \right|_{R_s} = 0, \quad \left. \frac{df_s}{dr} \right|_{R_f} = Q_L(\phi_f) f_s(R_f), \quad (3.33)$$

где $\phi_f = \pi R_f^2 H / \Phi_0$ – поток внешнего магнитного поля \mathbf{H} через ферромагнитную сердцевину SF цилиндра в единицах кванта магнитного потока Φ_0 , и

$$Q_L(\phi_f) = \frac{\sigma_f / \sigma_s}{\gamma_b \xi_n + R_f / \kappa_L(\phi_f)}, \quad (3.34)$$

$$\kappa_L(\phi_f) = |L| - \phi_f + 2\phi_f \frac{a_L F(a_L + 1, b_L + 1, \phi_f)}{b_L F(a_L, b_L, \phi_f)}. \quad (3.35)$$

Интегрируя уравнение (3.12) по толщине сверхпроводника и пренебрегая для $W \ll \xi_s$ изменением функций $f_s(r)$ and $\Delta(r)$, получим следующее выражение для функции f_s :

$$f = \frac{\Delta}{\omega + \frac{D_s}{2} \left[\left(\frac{L + \phi_f}{R_f} \right)^2 + \frac{Q_L(\phi_f)}{W} \right]}. \quad (3.36)$$

Подставляя решение (3.36) в уравнение (3.13) получим уравнение самосогласования для критической температуры T_L состояния с завихренностью равной L :

$$\ln \frac{T_L}{T_{c0}} = \Psi \left(\frac{1}{2} \right) - Re \Psi \left(\frac{1}{2} + \Omega_L(\phi_f) \right), \quad (3.37)$$

в котором Ψ – дигамма функция. Параметр распаривания Ω_L для моды с индексом L имеет вид:

$$\Omega_L(\phi_f) = \frac{1}{2} \frac{T_{c0}}{T_L} \xi_s^2 \left[\left(\frac{L + \phi_f}{R_f} \right)^2 + \frac{Q_L(\phi_f)}{W} \right] \quad (3.38)$$

и описывает подавление сверхпроводимости в тонкой оболочке во внешнем магнитном поле из-за орбитального и обменного эффектов, одновременно. Учитывая асимптотическое поведение функции Кумера $F(a, b, z/a)$ for $|a| \rightarrow \infty$ ($H \rightarrow 0$) можно получить упрощенное выражение для параметра κ_L в виде:

$$\kappa_L(0) = |L| + u_f \frac{I_{|L|+1}(u_f)}{I_{|L|}(u_f)}, \quad u_f = \frac{R_f}{\xi_f}(1+i). \quad (3.39)$$

Из последнего выражения видно, что выражение (3.38) для параметра распаривания при $\phi_f = 0$ переходит в аналогичное выражение (3.18), полученное для случая нулевого внешнего поля. Заметим, что состояния с угловым моментом $\pm L$ для $H = 0$ вырождены и имеют одинаковую критическую температуру T_c .

Критическая температура сверхпроводящего перехода определяется, как обычно, максимальным значением T_L :

$$T_c = \max_L \{T_L\}. \quad (3.40)$$

На рис. 3.8 показаны примеры зависимости критической температуры T_c перехода от внешнего магнитного поля H , рассчитанные по формулам (3.37), (3.38), (3.40) для различных значений радиуса R_f . Поскольку, как и прежде, мы пренебрегли влиянием намагниченности \mathbf{M} сердцевины, полагая $\Phi_M \sim 4\pi^2 R_f^2 M \ll \Phi_0$, зависимость $T_c(H)$ симметрична относительно инверсии поля H ($T_c(-H) = T_c(H)$). Зависимость $T_c(H)$ демонстрирует колебания Литтла–Паркса, соответствующие переходам между модами сверхпроводящего параметра порядка $\Delta_L \sim \exp(iL\theta)$ с различными угловыми моментами $L \rightarrow L \pm 1$. Для малых значений радиуса F цилиндра (Рис. 3.8а,б) обменное взаимодействие оказывает слабое влияние, а зависимость $T_c(\phi_f)$ – квазипериодическая медленно спадающая функция магнитного потока ϕ_f и напоминает поведение критической температуры мезоскопического сверхпроводящего диска во перпендикулярном магнитном поле [53?]. Это должно означать, что из-за эффекта близости внешняя оболочка индуцирует сверхпроводимость в тонкой F сердцевине, и SF гибрид ведет себя во внешнем магнитном поле аналогично сверхпроводящему цилиндру или диску с неоднородным по радиусу распределением модуля параметра порядка. При увеличении радиуса F цилиндра наблюдается смещение главного максимума $T_c(\phi_f)$ в сторону ненулевых значений поля H . Для объяснения этого сдвига заметим, что для заданного значения магнитного потока ϕ_f максимальная критическая температура соответствует состояниям с угловым моментом L равной целой части $-\phi_f$, когда орбитальный член $\sim (L + \phi_f)^2$ в параметре распаривания (3.38) исчезает, а величина T_c определяется только обменным механизмом взаимодействия. С другой стороны, при $R_f \gtrsim \xi_f$ обменное слагаемое в параметре распаривания (3.38) минимально (а, соответственно, температура T_c максимальна) для состояний

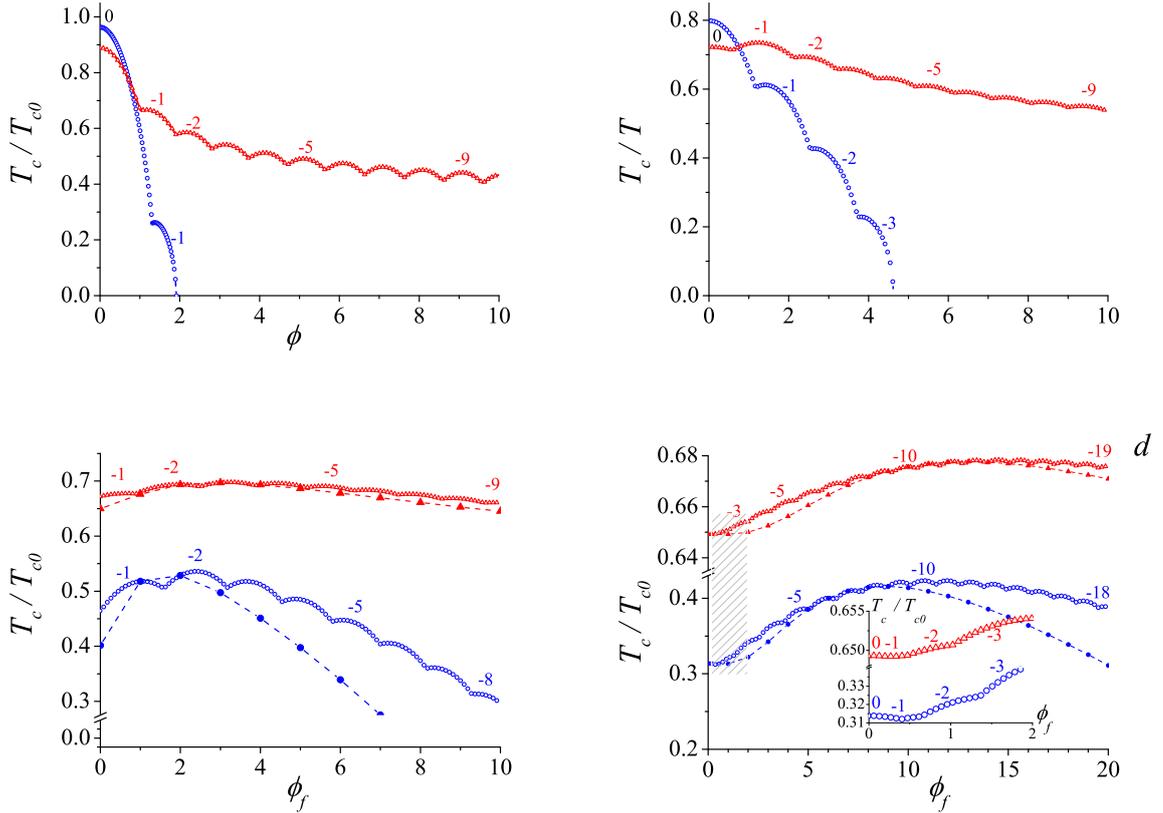


Рис. 3.8. Типичные зависимости критической температуры T_c от внешнего магнитного поля H для нескольких значений прозрачности барьера γ_b на SF границе: $\gamma_b = 0$ (\circ); $\gamma_b = 0.2$ (Δ). Магнитное поле измеряется в единицах кванта магнитного потока через F цилиндр радиуса R_f . Цифры рядом с кривыми обозначают значение завихренности L , соответствующее данному участку кривой. Остальные параметры: $W = 0.5\xi_s$; $\xi_s/\xi_f = 0.1$; $\xi_n/\xi_f = 4.0$; $\sigma_s/\sigma_f = 1$, и различные значения радиуса F цилиндра $R_f/\xi_f =$ (a) 0.5, (b) 1, (c) 2, (d) 4. Вставка на панели (d) показывает в увеличенном масштабе кривую $T_c(H)$ в заштрихованной области. Пунктирные линии на панелях (c, d) для наглядности соединяют значения T_c , вычисленные при условии $\phi_f = -L$, когда орбитальный эффект отсутствует.

с ненулевой завихренностью L (см. рис. 3.5). Поэтому главный максимум на кривой $T_c(\phi_f)$ возникает при $\phi_f \neq 0$. Чтобы проверить эту гипотезу, были выполнены расчеты критической температуры при $\phi_f = -L$, когда орбитальный эффект отсутствует. Результаты показаны на рис. 3.8c,d пунктирной линией. Эти кривые показывают изменения $T_c(\phi_f)$ на больших масштабах по сравнению с периодом осцилляций Литтла–Паркса и ясно свидетельствуют о смещении основного максимума T_c . С увеличением радиуса F цилиндра и уменьшением прозрачности барьера (увеличении параметра γ_b) величина сдвига основного максимума T_c растет. Заметим, что аналогичный эффект смещения основного максимума T_c наблюдался

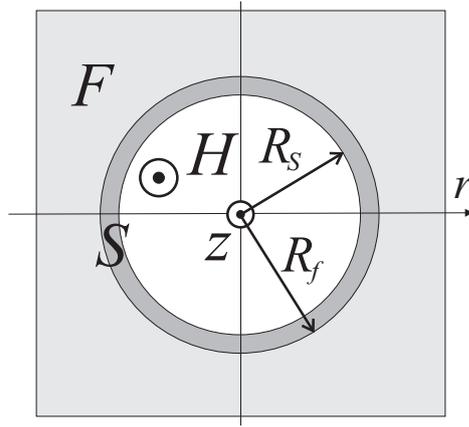


Рис. 3.9. Поперечное сечение цилиндрической полости в ферромагнитном металле, покрытой тонким слоем сверхпроводника. Здесь R_f – радиус полости в F материале; R_s – внутренний радиус сверхпроводящего покрытия; (r, θ, z) – цилиндрическая система координат. Внешнее магнитное поле \mathbf{H} направлено вдоль оси z .

в мезоскопических гибридных SF структурах без эффекта близости [280, 327] и в квазидвумерных органических сверхпроводниках [328, 329]. В этих случаях внешнее магнитное поле компенсирует магнитное поле ферромагнитных структур или обменное поле парамагнитных ионов и нейтрализует деструктивное действие этих полей [330].

Осцилляции Литтла-Паркса в ферромагнетике со сверхпроводящей полостью

Изучим теперь, как изменятся осцилляции Литтла-Паркса, если покрыть тонкостенный сверхпроводящий цилиндр толстым слоем ферромагнитного металла. В качестве примера рассмотрим сверхпроводящее покрытие толщиной $W = R_f - R_s$ на внутренней поверхности цилиндрической полости с радиусом R_f в массивном ферромагнетике (рис. 3.9). Будем считать S пленку тонкой $W < \xi_s$, что позволяет пренебречь изменениями функций $f_s(r)$ и $\Delta(r)$ в радиальном направлении. Решение уравнения Узаделя в ферромагнетике (3.12) записывается через вырожденные гипергеометрические функции второго рода $U(a, b, z)$ [326]

$$f_f(r) = C e^{-\phi/2} \phi^{|L|/2} U(a_L, b_L, \phi), \quad (3.41)$$

а магнитный поток ϕ и параметры a_L и b_L определяются выражениями (3.31) и (3.32). Граничные условия (3.5) и (3.4) для уравнения (3.13) имеют вид:

$$\left. \frac{df_s}{dr} \right|_{R_s} = 0, \quad \left. \frac{df_s}{dr} \right|_{R_f} = -\tilde{Q}_L(\phi_f) f_s(R_f), \quad (3.42)$$

где $\phi_f = \pi R_f^2 H / \Phi_0$ – поток внешнего магнитного поля $\mathbf{H} = H \mathbf{z}_0$ в полости в единицах кванта потока Φ_0 , и

$$\tilde{Q}_L(\phi_f) = \frac{\sigma_f / \sigma_s}{\gamma b \xi_n - R_f / \tilde{\kappa}_L(\phi_f)}, \quad (3.43)$$

$$\tilde{\kappa}_L(\phi_f) = |L| - \phi_f - 2\phi_f \frac{a_L U(a_L + 1, b_L + 1, \phi_f)}{U(a_L, b_L, \phi_f)}. \quad (3.44)$$

Предполагая изменения функций $f_s(r)$ и $\Delta(r)$ малыми ($f_s(r) \simeq f_s$ и $\Delta(r) \simeq \Delta$) и интегрируя уравнение (3.12) по толщине S слоя с использованием граничного условия (3.42), получим следующее решение

$$f_s = \frac{\Delta}{\omega + \frac{D_s}{2} \left[\left(\frac{L + \phi_f}{R_f} \right)^2 + \frac{\tilde{Q}_L(\phi_f)}{W} \right]}. \quad (3.45)$$

Подставив решение (3.45) в уравнение самосогласования (3.13) получим уравнение для критической температуры T_L состояния с завихренностью L (3.37), в котором параметр распаривания Ω_L для моды L определяется выражением:

$$\Omega_L(\phi_f) = \frac{1}{2} \frac{T_{c0}}{T_L} \xi_s^2 \left[\left(\frac{L + \phi_f}{R_f} \right)^2 + \frac{\tilde{Q}_L(\phi_f)}{W} \right]. \quad (3.46)$$

Критическая температура сверхпроводящего перехода определяется максимальным значением T_L (3.40).

На рис. 3.10 показаны примеры зависимости критической температуры T_c перехода от внешнего магнитного поля H , рассчитанные по формулам (3.37), (3.40), (3.46) для двух значений радиуса цилиндрической полости R_f . Осцилляции $T_c(H)$ явно свидетельствуют об эффекте Литтла–Паркса в рассматриваемой системе. Влияние обменного взаимодействия проявляется в модуляции амплитуды осцилляций Литтла–Паркса и смещение основного максимума T_c в сторону ненулевых значений внешнего магнитного поля. Как и в случае полого сверхпроводящего цилиндра с ферромагнитным заполнением (см. раздел), величина смещения основного максимума T_c растет с увеличением характерного поперечного размера структуры R_f .

3.2.3. Оценки и условия наблюдения

В предыдущих разделах предложен и исследован механизм переходов между состояниями с различным орбитальным моментом и завихренностью L в полном сверхпроводящем цилиндре, взаимодействующем с ферромагнетиком через эффект близости. Обменное поле вызывает осцилляции сверхпроводящего параметра порядка в ферромагнетике и инициирует состояния с $L \neq 0$, что качественно изменяет фазовую диаграмму гибридной SF системы.

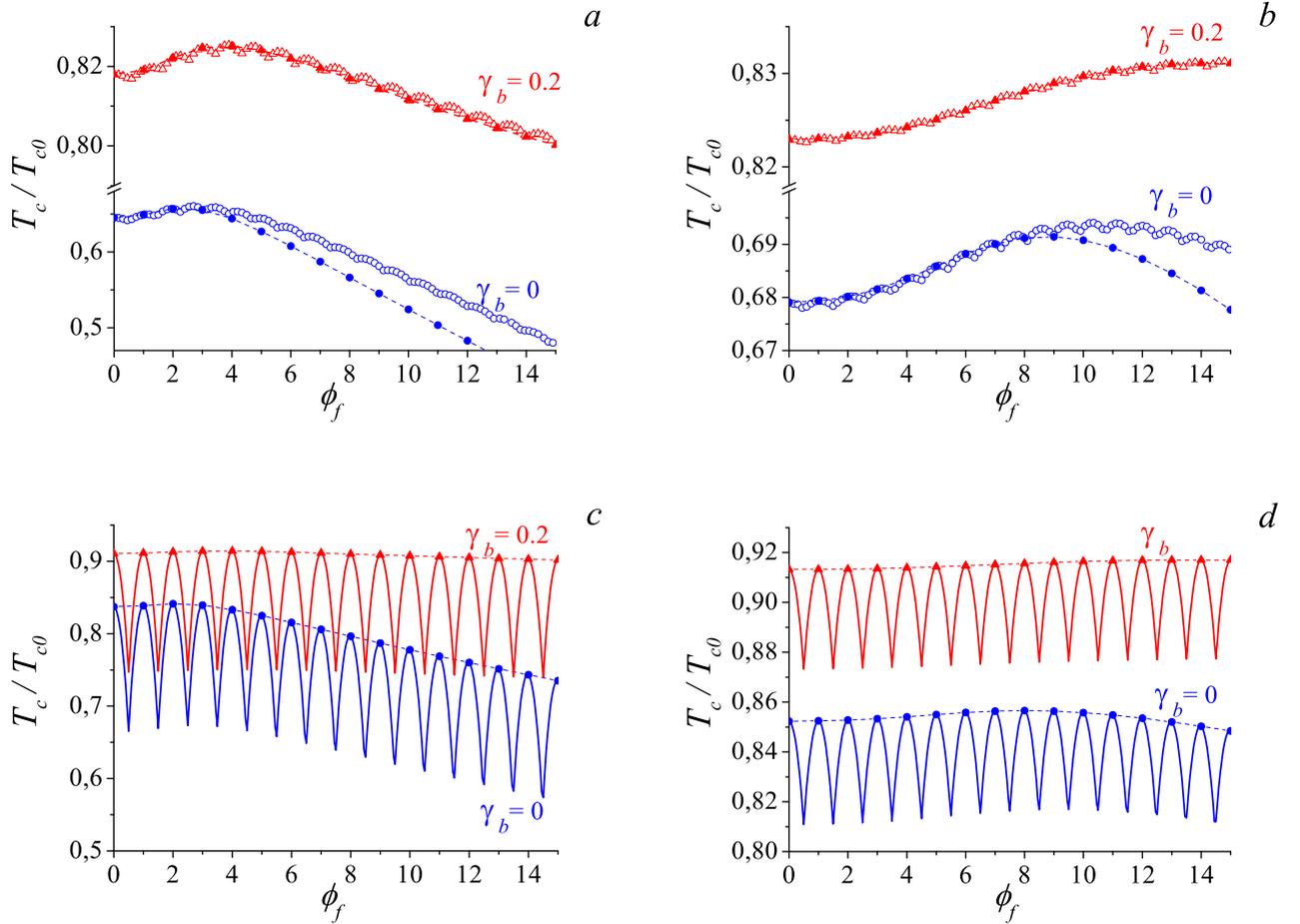


Рис. 3.10. Типичные зависимости критической температуры T_c от внешнего магнитного поля H для двух значений радиуса полости R_f ($R_f/\xi_f = 2$ (панели (a, c); $R_f/\xi_f = 4$ (панели b, d)) и нескольких значений прозрачности барьера γ_b на SF границе. Магнитное поле измеряется в единицах кванта магнитного потока через полость радиуса R_f . Остальные параметры: $W = 0.5\xi_s$; $\xi_n/\xi_f = 4.0$. На панелях (a, b) показан случай SF структуры со сравнительно малыми величинами $\xi_s/\xi_f = 0.1$ и $\sigma_s/\sigma_f = 2$. На панелях (c, d) показан случай SF структуры с $\xi_s/\xi_f = 1$ and $\sigma_s/\sigma_f = 40$. Пунктирные линии на панелях (c, d) для наглядности соединяют значения T_c , вычисленные при условии $\phi_f = -L$, когда орбитальный эффект отсутствует.

Рассмотренный обменный механизм переключений состояний с различной завихренностью существенно изменяет вид линии фазового перехода во внешнем магнитном поле $T_c(H)$. Конкуренция обменного и орбитального механизмов приводит к нарушению строгой периодичности осцилляций Литтла–Паркса и смещению главного максимума огибающей осцилляций $T_c(H)$ в положение с ненулевым внешним полем. Такое смещение объясняется увеличением критической температуры состояний с ненулевым орбитальным моментом L из-за обменного механизма. Все эти эффекты очень чувствительны к свойствам SF границы. В частности, уменьшение прозрачности SF границы стимулирует состояния с большими значениями орбитального момента.

Как показали вычисления критической температуры T_c , наиболее существенным ограничением, затрудняющем экспериментальное наблюдение необычного поведения T_c в неодносвязных гибридных системах, является весьма противоречивые требования к соотношению между радиусом сверхпроводящего цилиндра R_s и длинами когерентности ξ_s и ξ_f . С одной стороны, чтобы уменьшить кинетическую энергию сверхтока в вихревом состоянии (т.е., тем самым, уменьшить влияние орбитального эффекта) радиус R_s должен заметно превышать сверхпроводящую длину когерентности ξ_s . Но с другой стороны R_s должен быть порядка нескольких ξ_f , чтобы обеспечить заметное влияние обменного механизма через эффект близости. Одновременное выполнение условий $R_s \gg \xi_s$ и $R_s \sim \xi_f$ означает, что для наблюдения вихревых состояний, индуцированных обменным полем, нужны гибридные SF системы с достаточно большим отношением ξ_f/ξ_s . Поэтому наиболее подходящими для подобных SF гибридов являются слабые ферромагнетики (например, твердый раствор CuNi) у которого $\xi_f \sim 10$ nm [31]. Возможным способом эффективного увеличения характерного масштаба изменения волновой функции в F материале может служить использование в качестве ферромагнетика композитных FN бислоев, состоящих из слоев ферромагнетика (F) и немагнитного металла (N) [331, 332]. В качестве сверхпроводников необходимо использовать материалы с длиной когерентности меньше 10 nm, такие как NbSe₂ [333], Nb₃Sn [334] or heavy fermion compounds [335]. Учет специфики этих материалов – анизотропия, необычное спаривание – потребует привлечения более полных микроскопических моделей. Тем не менее, рассмотренный здесь механизм влияния затухающих осцилляций парной волновой функции в ферромагнетике на условия существования состояний с различной завихренностью в SF гибридах с неодносвязной геометрией остается в силе и может рассматриваться как еще одно интересное проявление интерференционных эффектов в мезоскопических сверхпроводниках.

3.3. Джозефсоновский ток и π -состояние в ферромагнитном слое со сверхпроводящими наночастицами

В данном разделе исследуется вопрос о влиянии геометрической формы сверхпроводящих электродов на условия формирования π -состояния в гибридных системах сверхпроводник–ферромагнетик с эффектом близости. Будут рассмотрены два примера таких структур. В первом случае мы изучим джозефсоновский SFS переход, который образован тонкими сверхпроводящими стержнями, окруженными ферромагнитным металлом или лежащими на пластине ферромагнетика. Во втором, будет вычислен джозефсоновский ток точечного SFS контакта, образованного сферической сверхпроводящей частицей, лежащей на ферромагнитной пленке SF бислоя. В обоих случаях один или оба электрода представляют собой мезоскопический сверхпроводник, имеющий электрический контакт с окружающим его ферромагнетиком, а сформированный таким образом SFS контакт имеет плохо определенную толщину ферромагнитного барьера. Принимая во внимание то, что переход между 0 и π состояниями в SFS системе происходит при чрезвычайно малых толщинах F слоя ($d_f \sim \xi_f = 1 \div 10$ nm), явление π -сверхпроводимости может оказаться весьма чувствительным к различным геометрическим факторам, характеризующим подобную гибридную систему.

3.3.1. Критический ток джозефсоновского перехода между наночастицами в ферромагнитном металле

Для описания эффекта близости и затухающих осцилляций сверхпроводящих корреляций в ферромагнетике, воспользуемся уравнениями Узаделя (3.11),(3.12) для усредненных аномальных функций Грина F_s and F_f в сверхпроводнике и ферромагнетике, полагая выполненными условия "грязного" предела для частоты упругого рассеяния электронов τ , критической температуры T_{c0} и обменного поля h : $T_{c0}\tau \ll 1$ and $h\tau \ll 1$. Нелинейные уравнения Узаделя можно существенно упростить (линеаризовать), если температура T близка к критической T_c , или при любой T и низкой прозрачности SF границы (большой параметр γ_b в граничных условиях (3.4)). В отсутствии внешнего магнитного поля линеаризованные уравнения Узаделя в ферромагнетике имеют вид:

$$-\frac{D_f}{2}\nabla^2 F_f + (|\omega| + i h \operatorname{sgn} \omega + 1/\tau_s) F_f = 0, \quad (3.47)$$

где D_f – коэффициент диффузии в F металле, $\omega = (2n + 1)\pi T$ – мацубаровские частоты для температуры T , и τ_s – характерное время рассеяния на магнитных примесях. Ограничимся случаем, когда сверхпроводящее включение, окруженное частично или полностью ферро-

магнетиком, обладает цилиндрической или сферической симметрией (например, цилиндрический стержень или сферическая частица с радиусом R_s). В этом случае легко записать решение уравнения (3.47), описывающее распределение аномальной функции Грина в ферромагнетике F_f ($r \geq R_s$), окружающем сверхпроводящий цилиндр

$$F_f^c(r) = AK_0(qr), \quad (3.48)$$

или сверхпроводящий шар

$$F_f^s(r) = A \exp(-qr)/qr, \quad (3.49)$$

где $K_0(z)$ – функция Макдональда, а волновое число

$$q = \sqrt{\frac{2}{D_f} \sqrt{|\omega| + i h \operatorname{sgn} \omega + 1/\tau_s}} \quad (3.50)$$

определяет характерный масштаб изменения волновой функции куперовских пар в ферромагнитном металле. С точностью до замены обменного поля h комбинацией $h - i \operatorname{sgn}(\omega)/\tau_s$ выражение (3.50) при $h \gg T_{c0}$ совпадает с (3.14). Такая перенормировка приводит, как известно, к уменьшению характерной длины затухания парной волновой функции в F металле ξ_{f1} , и увеличению периода осцилляций ξ_{f2} ($\xi_{f1}/\xi_{f2} < 1$)

$$\xi_{f1} = \frac{\xi_f}{\sqrt{\sqrt{1 + \alpha^2} + \alpha}}, \quad \xi_{f2} = \frac{\xi_f}{\sqrt{\sqrt{1 + \alpha^2} - \alpha}} \quad (3.51)$$

из-за рассеяния на магнитных примесях ($\alpha = 1/h\tau_s$) [27, 315]. Амплитуда A определяется граничными условиями Куприянова–Лукичева (3.4) [320] на SF границе ($r = R_s$)

$$\sigma_s \partial_r F_s = \sigma_f \partial_r F_f, \quad F_s = F_f - \gamma_b \xi_n \partial_r F_f. \quad (3.52)$$

Здесь параметр γ_b характеризует прозрачность SF границы, $\xi_{s,n} = \sqrt{D_{s,f}/2\pi T_{c0}}$, σ_s и σ_f обозначают удельные проводимости S и F металлов в нормальном состоянии, (подробнее см. раздел 3.1). Полагая прозрачность барьера на SF границе низкой, так, что выполнено условие $\gamma_b \gg \min\{\xi_s \sigma_n / \xi_n \sigma_s, 1\}$, можно использовать "жесткие" граничные условия [3]

$$F_s(R_s) = \frac{\Delta}{\sqrt{\omega^2 + \Delta^2}} = \frac{\Delta}{\omega} G_n, \quad (3.53)$$

и пренебречь влиянием обратного эффекта близости и подавлением параметра порядка в S металле вблизи SF границы [336], где

$$G_n = \frac{\omega}{\sqrt{\omega^2 + \Delta^2}} \quad (3.54)$$

– нормальная функция Грина, а Δ – сверхпроводящий параметр порядка далеко от границы. Как обычно, считаем, что потенциал спаривания Δ отличен от нуля только в S металле, и

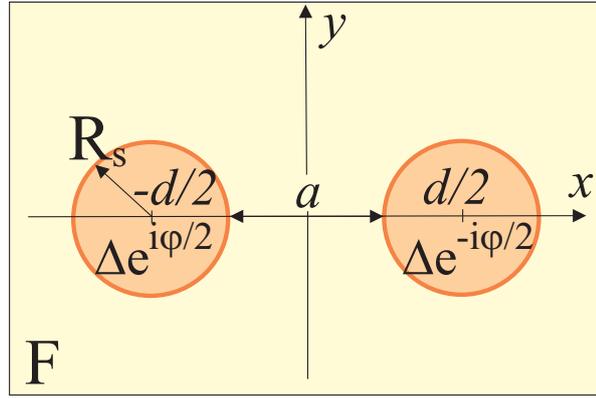


Рис. 3.11. Схематическое изображение поперечного сечения гибридной SF системы, состоящей из двух одинаковых сверхпроводящих цилиндров радиуса R_s , окруженных ферромагнитным металлом. Оси цилиндров параллельны и перпендикулярны плоскости сечения (x, y) .

пренебрежем уменьшением обменного поля в ферромагнетике вблизи SF границы [322, 323]. Используя решения (3.48) или (3.49) можно получить из граничных условий (3.52) значение функции F_f на SF границе $r = R_s$, и определить амплитуду A . Окончательно, выражения

$$F_f^c(r) = \frac{\Delta}{\omega} G_n \frac{K_0(qr)}{K_0(qR_s) + \gamma_b \xi_n q K_1(qR_s)}, \quad (3.55)$$

$$F_f^s(r) = \frac{\Delta}{\omega} G_n \frac{R_s e^{-q(r-R_s)}}{r(1 + \gamma_b \xi_n (q + 1/R_s))}. \quad (3.56)$$

описывают затухающие колебания аномальной функции Грина F_f в ферромагнетике, окружающий сверхпроводящий цилиндр или шар, соответственно.

Общее выражение для плотности сверхтока в ферромагнетике имеет вид [4]:

$$\mathbf{j}_s = \frac{i\pi T \sigma_f}{2e} \sum_{\omega} \left(\tilde{F}_f \nabla F_f - F_f \nabla \tilde{F}_f \right), \quad (3.57)$$

где проводимость ферромагнетика $\sigma_f = 2e^2 N(0) D_f$ определяется плотностью состояний на уровне Ферми $N(0)$ и коэффициентом диффузии D_f , и $\tilde{F}_f(r, h) = F_f^*(r, -h)$.

Рассмотрим два одинаковых сверхпроводящих цилиндра с радиусом R_s , окруженных ферромагнетиком, как показано на рис. 3.11. Расстояние между осями цилиндров $d > 2R_s$. Из-за эффекта близости каждый из S цилиндров индуцирует в ферромагнетике свой параметр порядка, перекрытие которых обеспечивает слабую связь и формирует джозефсоновский переход, электродами которому служат мезоскопические сверхпроводники. Сверхток

$$I_s(\varphi) = I_c \sin(\varphi) \quad (3.58)$$

протекающий через такую структуру зависит от разности фаз φ параметров порядка в сверхпроводящих электродах:

$$\Delta_{1,2} = \Delta e^{\pm i\varphi/2}. \quad (3.59)$$

Если расстояние между цилиндрами достаточно велико ($a = d - 2R_s > 2\xi_{f1}$), в первом приближении можно искать распределение парной волновой функции в ферромагнетике от каждого из электродов независимо, пренебрегая влиянием другого. Таким образом, функция $F_f(r)$ для каждого из цилиндров описывается выражением (3.55), а полная аномальная функция Грина в ферромагнетике $F_f(\mathbf{r})$ может быть представлена в виде суперпозиции двух затухающих функций (3.55), записанных с учетом разности фаз параметров порядка φ в электродах контакта [2]:

$$F_f(x, y) = \frac{\Delta}{\omega} G_n \frac{K_0(qr_+) e^{i\varphi/2} + K_0(qr_-) e^{-i\varphi/2}}{K_0(qR_s) + \gamma_b \xi_n q K_1(qR_s)}, \quad (3.60)$$

где $r_{\pm} = \sqrt{(x \pm d/2)^2 + y^2}$. Используя выражение для плотности сверхтока (3.57) получим синусоидальное ток-фазовое соотношение (3.58) для SFS джозефсоновского перехода между двумя цилиндрическими электродами для случая низкой прозрачности SF границы. Критический ток такого перехода определяется выражением:

$$I_c = \frac{2\pi T \sigma_f}{e} \sum_{\omega > 0} \frac{\Delta^2}{\omega^2} G_n^2 \operatorname{Re} \left\{ \frac{a q}{[K_0(qR_s) + \gamma_b \xi_n q K_1(qR_s)]^2} \int_{-\infty}^{\infty} dy \frac{K_0(qr_0) K_1(qr_0)}{r_0} \right\}, \quad (3.61)$$

where $r_0 = \sqrt{y^2 + d^2/4}$. В пределе цилиндров большого радиуса ($R_s \gg \xi_f$) кривизна электродов становится несущественной и выражение (3.61) совпадает с соответствующим выражением для критического тока SFS слоистой структуры с большим барьером γ_b на SF границах, полученным в [315]. Выражение для критического тока (3.61) можно упростить, если $h \gg \pi T_{c0}$ and $R_s, d \gg \xi_f$ и записать в виде:

$$I_c = I_0 \frac{dR_s}{\xi_f} \int_{-\infty}^{\infty} dy \frac{e^{-2(\sqrt{y^2 + d^2/4} - R_s)/\xi_f}}{y^2 + d^2/4} \cos \left(2 \frac{\sqrt{y^2 + d^2/4} - R_s}{\xi_f} + \frac{\pi}{4} \right), \quad (3.62)$$

$$I_0 = \frac{\pi \sigma_f \Delta \xi_f^2}{2\sqrt{2} e \gamma_b^2 \xi_n^2} \operatorname{th} \left(\frac{\Delta}{2T} \right). \quad (3.63)$$

Заметим, что используемое здесь приближенное решение (3.60) справедливо, если расстояние между цилиндрами достаточно велико $a = d - 2R_s > 2\xi_f$. Ранее в работе [337] было показано, что в планарных SFS переходах с низкой прозрачностью SF границ, первый переход контакта в π -состояние (т.е. изменение знака I_c на отрицательный) происходит при толщине F слоя d_{f0} меньше ξ_f . В действительности, конечно, значение d_{f0} зависит и от обменного поля h , и от величины барьера γ_b . Аналогичное поведение следует ожидать и в нашем случае, когда переход образован двумя сверхпроводящими цилиндрами, окруженными ферромагнетиком. Поэтому решение (3.60) можно использовать лишь в качестве грубой оценки расстояния между цилиндрами a_0 , при котором в переходе первый раз устанавливается

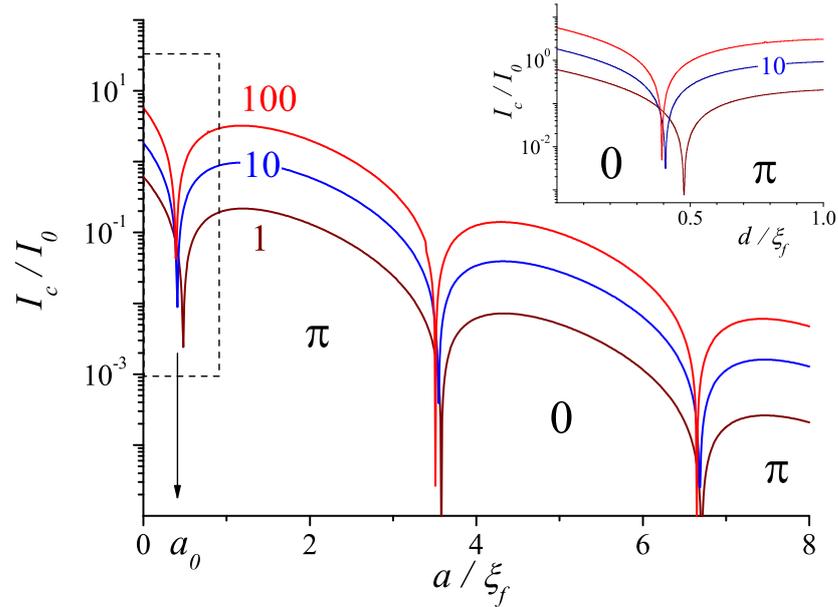


Рис. 3.12. Зависимость критического тока I_c (3.62) SFS перехода между двумя S цилиндрами, окруженных ферромагнетиком, для нескольких значений радиуса цилиндров R_s . Цифры рядом с кривыми обозначают значение радиуса R_s в единицах ξ_f . На вставке показаны увеличенные фрагменты кривых из области, ограниченной штриховой линией.

π -состояние. Для более точного определения расстояния a_0 необходимо учитывать взаимное влияние цилиндров друг на друга при вычислении функции $F_f(\mathbf{r})$ в ферромагнетике.

На рисунке 3.12 показаны зависимости критического тока I_c (3.62) от расстояния между сверхпроводящими цилиндрическими электродами a для нескольких значений радиуса R_s . С увеличением расстояния a наблюдается серия $0 - \pi$ и $\pi - 0$ переходов, при которых знак I_c изменяется на противоположный. Грубая оценка расстояния между цилиндрами a_0 для первого перехода контакта из 0 в π состояние дает значение $a_0 \sim 0.5\xi_f$, близкое тому, что было получено для переходов с обычной планарной геометрией в работах [316, 337]. Из рисунка видно, что расстояния a_n , $n = 0, 1, \dots$, соответствующие последовательным $0 - \pi$ и $\pi - 0$ переходам слегка растут при уменьшении радиуса цилиндра R_s из-за разброса расстояний между различными участками электродов (см. вставку на рис. 3.12).

3.3.2. Критический ток джозефсоновского наноконтакта в бислое сверхпроводник–ферромагнетик

Для анализа возможности $0 - \pi$ перехода при изменении температуры T гибридных SFS структур с мезоскопическими сверхпроводниками в качестве электродов, рассмотрим

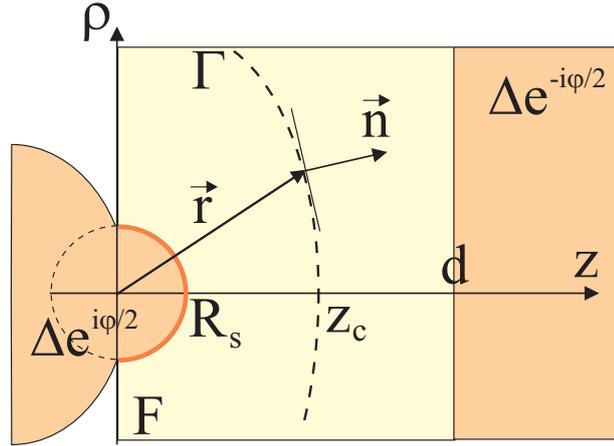


Рис. 3.13. Схематичное изображение сечения SFS джозефсоновского перехода между плоским электродом и маленькой сферической частицей радиуса R_s погруженной в ферромагнетик. Центр частицы расположен на поверхности F слоя. Пунктирной линией показано сечение параболоида Γ (3.70) плоскостью (ρ, z) , где $\rho^2 = x^2 + y^2$. Единичный вектор \mathbf{n} показывает направление нормали к поверхности Γ .

джозефсоновский контакт между сферической сверхпроводящей частицей (полу-сферой) радиуса R_s и плоским S электродом, покрытым слоем ферромагнетика с толщиной d_f (FS бислой). Частица частично погружена в ферромагнетик, как показано на рис. 3.13. Граница между пленками сверхпроводника и ферромагнетика предполагается прозрачной, в то время как между F металлом и S частицей существует туннельный барьер, характеризуемый большим значением параметра $\gamma_b \gg 1$. Основным механизмом, ответственный за температурный $0 - \pi$ переход в такой системе, связан с рассеянием на магнитных примесях [307, 315].

Для вычисления аномальной функции Грина в SF бислое с прозрачной границей необходимо использовать для описания F слоя полное нелинейное уравнение Узаделя (3.2). Используя стандартную параметризацию нормальной G_f и аномальной F_f функций Грина $G_f = \cos \Theta_f$ and $F_f = \sin \Theta_f$, обеспечивающее условие нормировки (3.3) $G_f^2 + F_f^2 = 1$, можно переписать уравнение Узаделя в виде:

$$-\frac{D_f}{2} \nabla^2 \Theta_f + \left(|\omega| + i h \operatorname{sgn} \omega + \frac{\cos \Theta_f}{\tau_s} \right) \sin \Theta_f = 0. \quad (3.64)$$

Естественно, что при малых значениях $\Theta_f \ll 1$, уравнение (3.64) переходит в линейное уравнение (3.47). По-прежнему, для простоты, будем анализировать случай сравнительно толстого F слоя ($d \gg \xi_f$), когда затухание сверхпроводящего параметра происходит независимо в окрестности каждой из SF границ. В этом случае поведение аномальной функции Грина у каждой из поверхностей можно рассматривать независимо, считая F слой бесконечно

толстым. Воспользуемся аналитическим решением уравнения (3.64), полученным в работах [307, 315], применяя его для случая плоской прозрачной SF границы при $z = d$

$$\frac{\sqrt{1 - \varepsilon^2 \sin^2(\Theta_f/2)} - \cos(\Theta_f/2)}{\sqrt{1 - \varepsilon^2 \sin^2(\Theta_f/2)} + \cos(\Theta_f/2)} = f_0 e^{2q(z-d)}, \quad (3.65)$$

где

$$\varepsilon^2 = (1/\tau_s) (|\omega| + \imath h \operatorname{sgn} \omega + 1/\tau_s)^{-1}.$$

Постоянная интегрирования f_0 определяется "жесткими" граничными условиями на поверхности $z = d$, предполагающими, что аномальная функции Грина в сверхпроводнике у SF границы $z = d$ такая же, как и в глубине:

$$\Theta_f(d) = \arctan \frac{\Delta}{\omega}. \quad (3.66)$$

Из уравнений (3.65) и (3.66) получим

$$f_0 = \frac{(1 - \varepsilon^2) F_n^2}{\left[\sqrt{(1 - \varepsilon^2) F_n^2 + 1} + 1 \right]^2}, \quad F_n = \frac{|\Delta|}{\omega + \sqrt{\omega^2 + |\Delta|^2}}. \quad (3.67)$$

Линеаризуя решение (3.65) для $\Theta_f \ll 1$ найдем аномальную функцию Грина в слое ферромагнетика ($0 \leq z \leq d$), создаваемую пластиной сверхпроводника:

$$\Theta_f \simeq \frac{4F_n}{\sqrt{(1 - \varepsilon^2) F_n^2 + 1} + 1} e^{q(z-d)}. \quad (3.68)$$

Полную аномальную функцию Грина в F слое далеко от границы со сверхпроводящим слоем и поверхности можно представить в виде суперпозиции двух затухающих функций (3.56) и (3.68), учитывая разность фаз параметров порядка параметров порядка в сверхпроводящих электродах

$$F_f = \frac{\Delta}{\omega} G_n \frac{R_s e^{-q(r-R_s)+i\varphi/2}}{r(1 + \gamma_b \xi_n (q + 1/R_s))} + \frac{4F_n e^{q(z-d)-i\varphi/2}}{\sqrt{(1 - \varepsilon^2) F_n^2 + 1} + 1}, \quad (3.69)$$

где $r = \sqrt{x^2 + y^2 + z^2}$.

Для вычисления критического тока I_c джозефсоновского перехода между S частицей и SF бислоем воспользуемся стандартной методикой [2] и найдем сверхток через виртуальную поверхность Γ , все точки которой равноудалены от обоих электродов контакта. Можно показать, что поверхностью Γ представляет собой параболоид вращения, описываемый системой алгебраических уравнений:

$$z = z_c - (x^2 + y^2)/4z_c, \quad z_c = (R_s + d)/2. \quad (3.70)$$

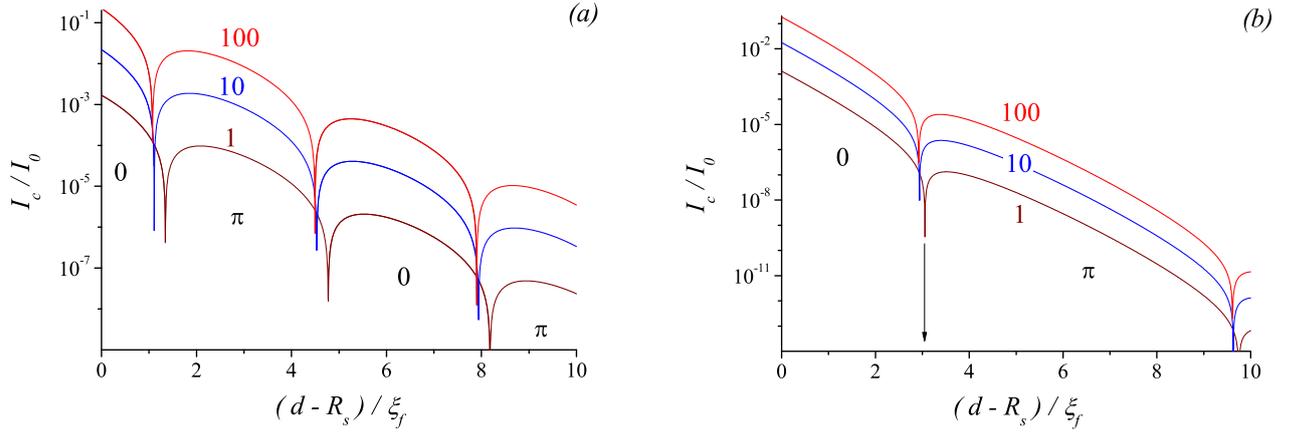


Рис. 3.14. Зависимость критического тока I_c (3.71) SFS перехода между пластиной сверхпроводника со слоем ферромагнетика толщиной d_f и сферической частицей радиуса R_s от расстояния $d_f - R_s$ для нескольких значений радиуса R_s и времени рассеяния на магнитных примесях τ_s : (а) $h\tau_s = 100$; (б) $h\tau_s = 0.5$. Остальные параметры: $T/T_c = 0.5$, $h = 3\pi T_c$, $\gamma_b = 10$. Цифры рядом с кривой обозначают соответствующее значение радиуса R_s в единицах ξ_f .

Используя решение (3.69) и выражение для сверхтока (3.57), получим обычное синусоидальное соотношение (3.58) между током I_s и разностью фаз φ с критическим током

$$I_c = I_0 \frac{z_c R_s T}{\xi_f T_c} \operatorname{Re} \sum_{n=0}^{\infty} \left\{ \frac{F_n(\Delta G_n/\omega) e^{-q(d-R_s)}}{[\sqrt{(1-\varepsilon^2)F_n^2 + 1} + 1][1 + \gamma_b \xi_n(q + 1/R_s)]} \right. \quad (3.71)$$

$$\left. \times \left(q \int_0^{z_c} du \frac{e^{-2qu}}{u + z_c} + \frac{1}{2} \int_0^{z_c} du \frac{e^{-2qu}}{(u + z_c)^2} \right) \right\},$$

где $I_0 = 64\pi^2 T_c \sigma_f \xi_f / e$ (детали вычислений I_c см. в приложении 3.7.1).

На рисунке 3.14 показаны результаты расчетов зависимости критического тока I_c (3.71) SFS перехода между пластиной сверхпроводника со слоем ферромагнетика толщиной d_f и сферической частицей радиуса R_s от расстояния $d_f - R_s$ для нескольких значений радиуса R_s и времени рассеяния на магнитных примесях τ_s . Из расчетов видно, что при уменьшении радиуса частицы R_s положение a_0 первого обращения в ноль критического тока смещается в сторону больших значений расстояния a между сверхпроводящими электродами. Рисунок 3.14 демонстрирует влияние магнитного рассеяния на эффект близости (3.51): с уменьшением времени рассеяния на магнитных примесях τ_s характерная длина затухания аномальной функции Грина F_f в F металле уменьшается, а период осцилляций F_f растет [27, 315]. Это приводит к более сильному уменьшению критического тока SFS перехода при увеличении расстояния a , если время рассеяния на магнитных примесях достаточно мало: $\tau_s \leq 1/h$.

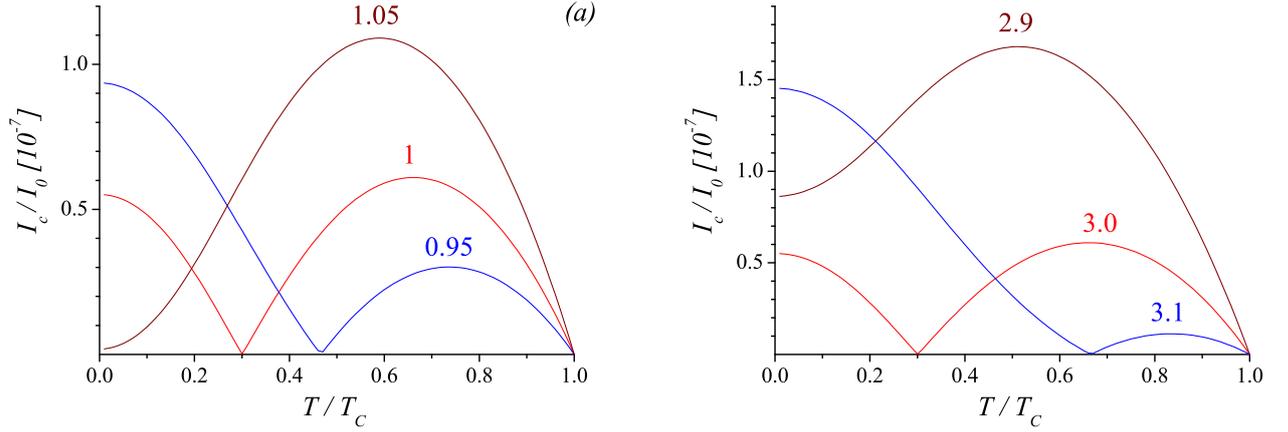


Рис. 3.15. (а) Зависимость критического тока I_c (3.71) от температуры T для нескольких значений радиуса $R_s/\xi_f = 0.95, 1.0, 1.05$ и фиксированного значения толщины F зазора $a = 3\xi_f$. (б) Зависимость критического тока I_c (3.71) от температуры T для нескольких значений толщины F зазора $a/\xi_f = 2.9, 3.0, 3.1$ и фиксированного значения радиуса $R_s = \xi_f$. Остальные параметры: $h = 3\pi T_c$, $h\tau_s = 0.5$, $\gamma_b = 10$.

На рисунке 3.15 показаны результаты расчетов температурной зависимости критического тока I_c (3.71) для нескольких значений радиуса частицы R_s и расстояния $a = d_f - R_s$ в окрестности первого перехода из 0 в π состояние: $a \sim a_0 \simeq 3\xi_f$. Немонотонная зависимость $I_c(T)$ свидетельствует о возможности 0 - π перехода при изменении температуры T . Как видно из рисунка, температура перехода T^* при которой критический ток обращается в нуль ($I_c(T^*) = 0$) оказывается очень чувствительной к размеру S частицы. Отметим, однако, что температура перехода T^* определяется, скорее, параметром $a = d - R_s$, а не величинами d и R_s по отдельности.

3.3.3. Оценки и условия наблюдения

В данном разделе были исследованы особенности эффекта близости и выполнены расчеты джозефсоновского тока в гибридных SFS системах, один или оба сверхпроводящих электрода которых имеют характерные размеры, сравнимые с масштабом затухания сверхпроводящего параметра порядка в ферромагнетике. В этих условиях толщина F зазора между различными участками электродов непостоянна, что, однако, не исключает возможность реализации π состояния в подобных системах даже в "грязном" пределе. Положение перехода структуры в π состояние чрезвычайно чувствительно к минимальной толщине разделяющего сверхпроводника ферромагнитного слоя, в то время как конкретная форма и размеры электродов оказываются менее важными факторами. Показана возможность 0 - π перехода

при изменении температуры, что важно для экспериментальной диагностики подобных гибридных систем.

Гибридная SF структура, состоящая из большого числа сверхпроводящих наночастиц, размещенных регулярно или случайно в матрице ферромагнитного металла, представляет собой композитную среду с необычными свойствами. Подобный SF композит образует сеть джозефсоновских слабых связей и может обладать внутренней фрустрацией, созданной эффектом близости. Фрустрация в такой сети SFS контактов зависит как от геометрии этой сети, так и от состояния (0 или π) контактов, её образующих. Возможность температурного перехода между 0 и π состояниями означает, что фрустрация может меняться при изменении температуры. В такой фрустрированной системе, как известно, могут возникать спонтанные вихревые токи, аналогичные тем, которые наблюдались в квадратной решетке 0 и π контактов методами СКВИД-микроскопии [39]. Оценим из выражения (3.71) джозефсоновскую энергию для параметров типичной гибридной системы CuNi/Nb со слабым ферромагнетиком ($T_c = 9\text{K}$, $\xi_f \approx 2\text{nm}$, $\rho_n = 1/\sigma_n \approx 60\mu\Omega\text{cm}$ [307]): $E_J/T_c \sim (I_c/I_0) \cdot 10^4 < 1$. Это означает, что наблюдение спонтанных вихревых токов в окрестности критической температуры T_c будет сильно затруднено из-за тепловых флуктуаций. Несмотря на это серьезное ограничение, возможность формирования 2D и 3D массивов джозефсоновских π контактов и возможность управлять 0 и π состояниями контактов простым изменением температуры, делает подобную SF композитную среду интересным объектом для изучения фазовых переходов в такой системе в условиях конкуренции между флуктуациями, фрустрацией, беспорядком и размерностью. В частности, 2D сеть π контактов можно использовать в качестве модельной среды для изучения фазовых переходов с непрерывным вырождением [338].

3.4. Термодинамические свойства SFS гибридных структур в окрестности $0 - \pi$ перехода

Гибридные SF структуры с эффектом близости являются удобным объектом для изучения различных фазовых переходов, вызванных взаимодействием двух конкурирующих параметров порядка: сверхпроводящего и ферромагнитного [4]. В предыдущих разделах главы были изучены особенности перехода гибридной системы с неодносвязной (многосвязной) геометрией из нормального состояния в сверхпроводящее (однородное или неоднородное) и/или перехода между 0 и π сверхпроводящими состояниями. Для более детального анализа термодинамических проявлений $0 - \pi$ перехода в данном разделе рассмотрено поведение трехслойной SFS структуры при изменении температуры T гибридной системы. В отличие от предыдущих исследований $0 - \pi$ перехода в джозефсоновских SFS системах с диффузным типом проводимости [307, 308], здесь будет рассмотрен случай тонких S слоев с толщиной порядка сверхпроводящей длины когерентности ξ_s . В этом случае при отсутствии барьера на SF границе эффект близости может вызвать заметное подавление сверхпроводящего параметра порядка $\Delta(T)$ в S слоях, так что использование "жестких" граничных условий (3.53), (3.54) для аномальной функции Грина F_s оказывается неправомерным. Заметим, что при $T < T_c$ появление сверхпроводящего параметра порядка в S слоях может изменить профиль обменного поля h и вызвать так называемый магнитный эффект близости [322, 323], который, в свою очередь, обеспечит дополнительное подавление сверхпроводимости. Однако, полагая, что при $T \lesssim T_c$ сверхпроводящий параметр порядка $\Delta(T)$ мал, в дальнейшем влиянием магнитного эффекта близости будем пренебрегать.

Начнем в простом качественном анализе влияния эффекта близости и обменного взаимодействия на сверхпроводящий параметр порядка $\Delta(T)$ и эффективную глубину проникновения магнитного поля $\lambda(T) \sim 1/\Delta(T)$ в трехслойной SFS структуре с тонкими сверхпроводящими слоями. Будем полагать, что между S и F металлами существует хороший электрический контакт, что обеспечивает сильное влияние ферромагнетика на сверхпроводимость. Из-за пространственных осцилляций парной волновой функции F в ферромагнетике возможны две качественно различные конфигурации сверхпроводящего параметра порядка в SFS структуре, соответствующие 0 и π состояниям и показанные на рис. 3.16. Поскольку связанный с эффектом близости фактор распаривания, ответственный за подавление сверхпроводимости, зависит от распределения парной волновой функции в F слое, равновесное значение сверхпроводящего параметра порядка $\Delta_{0,\pi}$ в S слоях для 0 и π состояний, соответ-

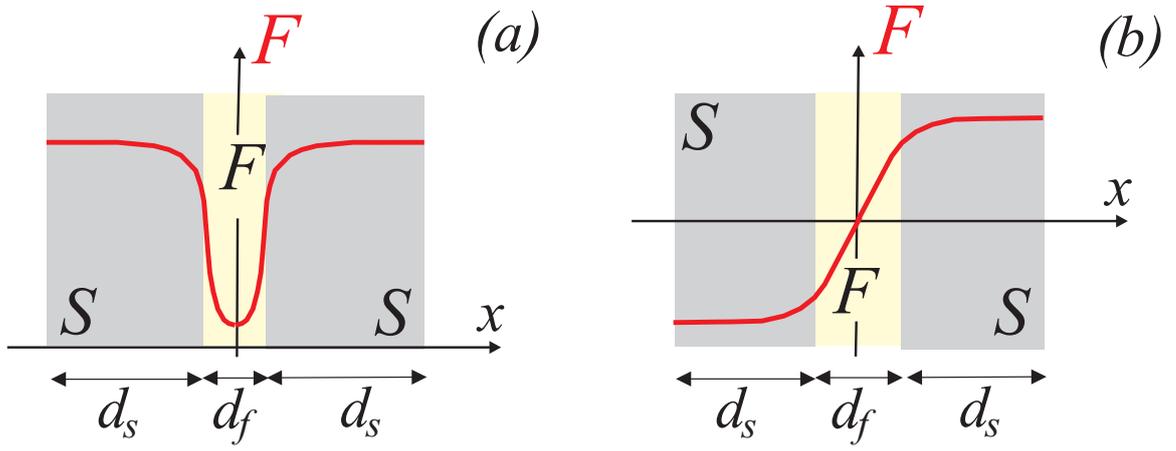


Рис. 3.16. Качественный вид распределения волновой функции куперовских пар в трехслойной SFS структуре. (а) Для четной моды $F(-x) = F(x)$ (0-фаза) в силу симметрии производная $\partial_x F$ обращается в нуль в центре ферромагнитного слоя. (б) Для нечетной моды $F(-x) = -F(x) = F(x) \exp(i\pi)$ (π -фаза) в центре ферромагнитного слоя обращается в нуль сама функция F , и амплитуды парной волновой функция в диаметрально противоположных точках имеют относительный фазовый сдвиг равный π .

ственно, могут отличаться: $\Delta_0(T) \neq \Delta_\pi(T)$ ³. Это должно означать, что $0 - \pi$ переход в SFS структуре при изменении температуры T будет сопровождаться скачками сверхпроводящего параметра порядка Δ и эффективной глубины проникновения магнитного поля λ .

Рассмотрим трехслойную гибридную SFS структуру с прозрачными SF границами и тонкими S слоями ($d_s \sim \xi_s$), показанную на рис. 3.16. Будем считать, что для образующих гибридную структуру металлов выполнены приближения "грязного" предела и воспользуемся для описания нелинейными уравнениями Узаделя (3.2),(3.3). Модель и её основные параметры подробно описаны в разделе 3.1. Отметим, что принципиальное значение для последующего анализа имеет учет рассеяния на магнитных примесях, поскольку именно этот процесс обеспечивает основной механизм, ответственный за $0 - \pi$ переход при изменении температуры T [307, 315]. По-прежнему для наглядности ограничимся приближением $h, \tau_s^{-1} \gg T_{c0}$, полагая обменное поле h , действующее на спины электронов, и частоту рассеяния на магнитных примесях τ_s^{-1} большими по сравнению с критической температурой сверхпроводящего перехода T_{c0} .

Для описания 0 и π состояний в трехслойной SFS структуре сверхпроводящий пара-

³ В работах [312, 313] были выполнены самосогласованные расчеты энергии конденсации для баллистической SFS структуры с использованием уравнений Боголюбова–Де Жена, которые показали существование скачка амплитуды парной волновой функции F и сверхпроводящего параметра порядка Δ в S слоях при температуре фазового перехода первого рода между 0 и π состояниями.

метр порядка Δ можно считать действительным, а аномальные функции Грина $F^+(x, \omega, h)$ и $F(x, \omega, h)$ совпадают ($F^+(x, \omega, h) \equiv F(x, \omega, h)$). Тогда, поскольку аномальная функция Грина $F_f(x)$ в ферромагнетике мала при температуре T близкой к критической T_c ($T \lesssim T_c$), из условия нормировки (3.3) получим:

$$G(x, \omega, h) \simeq 1 - \overline{F^2}(x, \omega, h)/2. \quad (3.72)$$

Вводя безразмерную координату $s = x/\xi_f$ ($\xi_f^2 = D_f/h$), перепишем уравнение (3.2) в виде:

$$\partial_s^2 F_f - \kappa^2 F_f = - \left(\frac{F_f^2}{2} \partial_s^2 F_f + F_f (\partial_s F_f)^2 + \alpha F_f^3 \right), \quad (3.73)$$

где $\kappa^2 = 2(\omega/h + i + \alpha \operatorname{sgn}(\omega))$ и $\alpha = 1/\tau_s h$. Применяя развитый в [308] метод решения нелинейного уравнения (3.73) для $T \lesssim T_c$ получим следующие выражения для аномальной функции Грина в слое ферромагнетика:

$$F_{f0}(s, \omega) \simeq f \operatorname{ch}(ps) - \frac{f^3}{8\kappa^2} \left(\alpha + \frac{3i}{4} \right) \operatorname{ch}(3\kappa s), \quad (3.74)$$

$$F_{f\pi}(s, \omega) \simeq f \operatorname{sh}(ps) - \frac{f^3}{8\kappa^2} \left(\alpha + \frac{3i}{4} \right) \operatorname{sh}(3\kappa s), \quad (3.75)$$

описывающие распределение сверхпроводящих корреляций в ферромагнетике для 0 и π состояний SFS структуры, соответственно. Здесь учтено, что функция $F_f(s, \omega)$ должна быть четной по s для 0-фазы, и нечетной для π -фазы. Комплексное волновое число p с учетом нелинейных поправок к волновому числу κ линейной задачи определяется соотношением:

$$p^2 = \kappa^2 \mp f^2 (\alpha + i/4), \quad (3.76)$$

где верхний (нижний) знак соответствуют 0 (π) фазе. Пренебрегая, как обычно при $T_{c0} \ll h$, τ_s^{-1} , зависимостью волнового числа $\kappa = \kappa_1 + i\kappa_2$ от мацубаровских частот получим для $\omega > 0$ следующие выражения

$$\kappa_1 = \sqrt{\sqrt{1 + \alpha^2} + \alpha}, \quad \kappa_2 = \sqrt{\sqrt{1 + \alpha^2} - \alpha}, \quad (3.77)$$

которые определяют характерную длину затухания $\xi_{f1} = \xi_f/\kappa_1$ и период осцилляций $\xi_{f2} = \xi_f/\kappa_2$ парной волновой функции в F металле с учетом рассеяния на магнитных примесях (см. 3.51 в разделе 3.3.2).

Используя стандартную параметризацию нормальной $G_s = \cos \theta_s$ и аномальной $F_s = \sin \theta_s$ функций Грина в сверхпроводящих слоях, удобно переписать нелинейное уравнение Узаделя (3.2) для $\omega > 0$ в виде [4]:

$$- \frac{D_s}{2} \partial_x^2 \theta_s + \omega \sin \theta_s = \Delta \cos \theta_s. \quad (3.78)$$

Считая функции $\theta_s(x) \simeq \theta_s$ и $\Delta(x) \simeq \Delta$ однородными в тонком сверхпроводящем слое ($d_s \sim \xi_s = \sqrt{D_s/2\pi T_{c0}}$) можно проинтегрировать уравнение (3.78) по толщине S слоя, используя условие (3.5) на внешних границах SFS структуры при $s = \pm(d_s + d_f/2)/\xi_f$, и получить следующие соотношения для функции θ_s на SF границах при $s = \pm s_f = \pm d_f/2\xi_f$:

$$\left. \frac{\partial \theta_s}{\partial s} \right|_{s_f} = \frac{d_s \xi_f}{\xi_s^2} \left(\frac{\Delta \cos \theta_s - \omega \sin \theta_s}{\pi T_{c0}} \right), \quad (3.79)$$

$$\left. \frac{\partial \theta_s}{\partial s} \right|_{-s_f} = \mp \left. \frac{\partial \theta_s}{\partial s} \right|_{s_f}. \quad (3.80)$$

Верхний (нижний) знак в условии (3.80) соответствует 0 (π) фазе. Граничные условия Куприянова-Лукичева (3.4) для прозрачных SF границ при $s = \pm s_f$ можно записать следующим образом:

$$F_f = F_s = \sin \theta_s, \quad \sigma_f \partial_s F_f = \sigma_s \cos \theta_s \partial_s \theta_s. \quad (3.81)$$

0–состояние (четная мода)

Полагая амплитуду f малой ($|f| \ll 1$) из (3.74),(3.76) легко получить следующее разложение четной функции $F_f(x)$ в ряд по степеням f :

$$\begin{aligned} F_{f0}(s) &\simeq f \operatorname{ch}(\kappa s) - f^3 g_0(s) + O(f^4), \\ g_0(s) &= \frac{1}{8\kappa^2} [4\kappa s(\alpha + i/4) \operatorname{sh}(\kappa s) + (\alpha + 3i/4) \operatorname{ch}(3\kappa s)]. \end{aligned} \quad (3.82)$$

Откуда, используя первое из граничных условий (3.81), можно выразить амплитуду f через значение аномальной функции Грина $F_s = \sin \theta_s$ в сверхпроводнике:

$$f = f_0 + f_0^3 \frac{g_0(s_f)}{\operatorname{ch}(\kappa s_f)}, \quad f_0 = \frac{F_s}{\operatorname{ch}(\kappa s_f)}. \quad (3.83)$$

Второе из граничных условий (3.81) совместно с соотношениями (3.79) и (3.82) сводятся к кубическому алгебраическому уравнению относительно амплитуды F_s , которая при $T \lesssim T_c$ полагается малой:

$$(\omega + 1/\tau_0) F_s = \Delta - \frac{1}{2} (\Delta F_s^2 + \varepsilon \Lambda_0 F_s^3), \quad (3.84)$$

где параметр

$$\tau_0^{-1} = \varepsilon \pi T_{c0} \kappa \operatorname{th}(\kappa s_f), \quad \varepsilon = \frac{\sigma_f \xi_s^2}{\sigma_s d_s \xi_f} \quad (3.85)$$

определяет подавление сверхпроводимости из-за эффекта близости в 0–фазе SFS структуры,

и

$$\Lambda_0 = \pi T_{c0} \left[\frac{i}{2\kappa} \operatorname{th}(\kappa s_f) - \frac{\alpha + i/4}{\kappa} \frac{\operatorname{th}(\kappa s_f)}{\operatorname{ch}^2(\kappa s_f)} - \frac{s_f(\alpha + i/4)}{\operatorname{ch}^4(\kappa s_f)} \right]. \quad (3.86)$$

π -состояние (нечетная мода)

Поступим аналогично и запишем нечетную функцию $F_f(x)$ (3.75) в виде ряда по степеням амплитуды f ($|f| \ll 1$):

$$\begin{aligned} F_{f\pi}(s) &\simeq f \operatorname{sh}(\kappa s) + f^3 g_\pi(s) + O(b^4), \\ g_\pi(s) &= \frac{1}{8\kappa^2} [4\kappa s(\alpha + i/4) \operatorname{ch}(\kappa s) - (\alpha + 3i/4) \operatorname{sh}(3\kappa s)], \end{aligned} \quad (3.87)$$

где амплитуда f , как и в предыдущем случае, определяется значением аномальной функции Грина $F_s = \sin \theta_s$ в сверхпроводнике:

$$f = f_\pi + f_\pi^3 \frac{g_0(s_f)}{\operatorname{sh}(\kappa s_f)}, \quad f_\pi = \frac{F_s}{\operatorname{sh}(\kappa s_f)}. \quad (3.88)$$

Используя граничные условия (3.79), (3.81) получим алгебраическое уравнение относительно амплитуды F_s для π -фазы SFS структуры:

$$(\omega + 1/\tau_\pi) F_s = \Delta - \frac{1}{2} (\Delta F_s^2 + \varepsilon \Lambda_\pi F_s^3), \quad (3.89)$$

$$\tau_\pi^{-1} = \varepsilon \pi T_{c0} \kappa \operatorname{cth}(\kappa s_f), \quad (3.90)$$

$$\Lambda_\pi = \pi T_{c0} \left[\frac{i}{2\kappa} \operatorname{cth}(\kappa s_f) + \frac{\alpha + i/4}{\kappa} \frac{\operatorname{cth}(\kappa s_f)}{\operatorname{sh}^2(\kappa s_f)} - \frac{s_f(\alpha + i/4)}{\operatorname{sh}^4(\kappa s_f)} \right]. \quad (3.91)$$

Критическая температура T_c SFS структуры

Для определения критической температуры T_c фазового перехода второго рода из нормального состояния SFS структуры в сверхпроводящее следует пренебречь нелинейными слагаемыми в уравнениях (3.84) и (3.89), полагая $|F_s| \rightarrow 0$:

$$F_s \simeq F_{s0} = \frac{\Delta}{\omega + 1/\tau_{0,\pi}}. \quad (3.92)$$

Подставляя решение (3.92) в уравнение самосогласования (3.9) получим обычное уравнение относительно критической температуры $T_c^{0,\pi}$ перехода в 0- или π - фазу

$$\ln \left(\frac{T_c^{0,\pi}}{T_{c0}} \right) = \Psi \left(\frac{1}{2} \right) - \operatorname{Re} \left[\Psi \left(\frac{1}{2} + \Omega_{0,\pi} \right) \right], \quad (3.93)$$

где Ψ – дигамма функция, а $\Omega_{0,\pi}(T) = 1/2\pi T \tau_{0,\pi}$ – параметр распаривания, учитывающий влияние эффекта близости на сверхпроводимость:

$$\Omega_{0,\pi} = \frac{\varepsilon T_{c0}}{2 T_c^{0,\pi}} \begin{cases} \kappa \operatorname{th}(\kappa s_f), & 0 \text{ - phase} \\ \kappa \operatorname{cth}(\kappa s_f), & \pi \text{ - phase} \end{cases}. \quad (3.94)$$

На рис. 3.17 показаны типичные зависимости критической температуры $T_c^{0,\pi}$ от толщины d_f слоя ферромагнетика, вычисленные по формулам (3.93) и (3.94). Кривые $T_c^0(d_f)$ и $T_c^\pi(d_f)$ пересекаются при $d_f = d_f^* \approx 2\xi_f$, и для $d_f > d_f^*$ критическая температура T_c^π перехода в π состояние оказывается выше температуры T_c^0 перехода в 0 состояние.

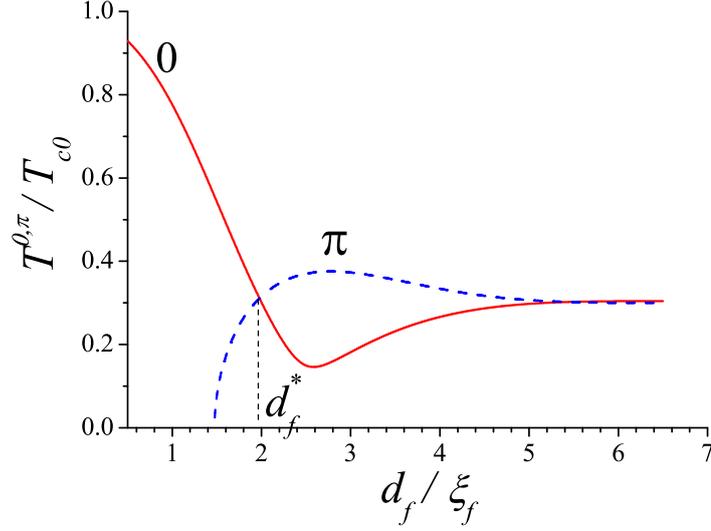


Рис. 3.17. Типичная зависимость критической температуры $T_c^{0,\pi}$ от толщины F слоя d_f для четной моды (0-фаза) (сплошная линия) и нечетной моды (π -фаза) (пунктирная линия). Значения параметров: $d_s = 2\xi_s$; $\sigma_f/\sigma_s = 0.12$; $\xi_s/\xi_f = 3$; $h\tau_s = 5$ ($\varepsilon = 0.18$, $d_f^* \simeq 1.98\xi_f$).

3.4.1. Фазовый 0 – π переход в SFS структуре

Предполагая, что $d_f \approx d_f^*$ и $T \approx T_c^0 \approx T_c^\pi$ вычислим свободную энергию для 0 и π состояний изучаемой SFS структуры. Для этого, полагая $|F_s| \ll 1$ и решая уравнения (3.84) и (3.89) в первом порядке теории возмущений получим:

$$F_s = \sin \theta_s \simeq F_{s0} - \frac{F_{s0}^3}{2} \left[1 + \frac{\varepsilon \Lambda_{0,\pi}}{\omega + 1/\tau_{0,\pi}} \right], \quad (3.95)$$

где в качестве нулевого приближения используется решение F_{s0} (3.92). Подставляя решение (3.95) в уравнение самосогласования (3.6) получим зависимость сверхпроводящего параметра порядка Δ от температуры $T = T_c^{0,\pi} - \delta T$

$$-a^{0,\pi} \frac{\delta T}{T_c^{0,\pi}} + b^{0,\pi} \Delta^2 = 0, \quad (3.96)$$

где коэффициенты $a^{0,\pi}$ и $b^{0,\pi}$ в окрестности температуры $T_c^{0,\pi}$ выражаются

$$a^{0,\pi} = 1 - \text{Re} \left[\Omega_{0,\pi} \Psi^{(1)}(1/2 + \Omega_{0,\pi}) \right], \quad (3.97)$$

$$b^{0,\pi} = \frac{-1}{(4\pi T_c^{0,\pi})^2} \text{Re} \left[\Psi^{(2)}(1/2 + \Omega_{0,\pi}) - \frac{\varepsilon \Lambda_{0,\pi}}{6\pi T_c^{0,\pi}} \Psi^{(3)}(1/2 + \Omega_{0,\pi}) \right], \quad (3.98)$$

через производные дигамма функции: $\Psi^{(n)}(z) = d^n \Psi(z)/dz^n$. Как и следовало ожидать, коэффициенты $a^{0,\pi}$, $b^{0,\pi}$ и $T_c^{0,\pi}$ для 0 и π состояний заметно отличаются друг от друга. На рис. 3.18 показан типичный пример зависимости коэффициентов $a^{0,\pi} b^{0,\pi}$ от толщины d_f слоя

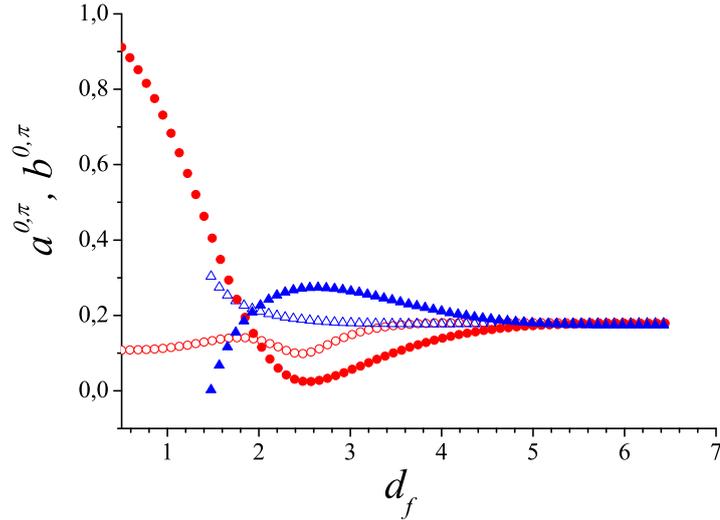


Рис. 3.18. Типичные зависимости коэффициентов $a^{0,\pi}b^{0,\pi}$ разложения Гинзбурга–Ландау (3.100) от толщины F слоя d_f : \bullet – a^0 ; \circ – b^0 ; \blacktriangle – a^π ; \triangle – b^π . Значения параметров: $d_s = 2\xi_s$; $\sigma_f/\sigma_s = 0.12$; $\xi_s/\xi_f = 3$; $h\tau_s = 5$ ($\varepsilon = 0.18$).

ферромагнетика, вычисленные по формулам (3.97) и (3.98). Равновесное значение сверхпроводящего параметра порядка

$$\Delta_{0,\pi}^2 = \frac{a^{0,\pi} T_c^{0,\pi} - T}{b^{0,\pi} T_c^{0,\pi}} \quad (3.99)$$

соответствует экстремуму стандартного функционала Гинзбурга–Ландау

$$F_{GL}^{0,\pi}(T) = E_0 \left[a^{0,\pi} \frac{T - T_c^{0,\pi}}{T_c^{0,\pi}} \Delta^2 + \frac{b^{0,\pi}}{2} \Delta^4 \right], \quad (3.100)$$

где характерная энергия $E_0 = N(0)SdT_{c0}^2$ определяется плотностью электронных состояний на уровне Ферми $N(0)$, критической температурой сверхпроводящего перехода T_{c0} , площадью S поперечного сечения и полной толщиной SFS структуры $d = 2d_s + d_f$, а величину сверхпроводящей щели Δ и температуры T , $T_c^{0,\pi}$ в выражениях (3.97)–(3.100) и последующих формулах следует нормировать на величину T_{c0} . Функционал Гинзбурга–Ландау (3.100) дает полное описание SFS структуры при температурах T близких к критической $T_c^{0,\pi}$. Энергия Гинзбурга–Ландау $E^{0,\pi}(T) = F_{GL}^{0,\pi}(\Delta_{0,\pi})$, соответствующая равновесному состоянию SFS структуры (3.99), имеет обычный вид

$$E^{0,\pi}(T) = -E_0 \frac{[a^{0,\pi} (T_c^{0,\pi} - T)/T_c^{0,\pi}]^2}{2b^{0,\pi}}. \quad (3.101)$$

Температура T_0 , при которой энергии 0 и π состояний оказываются равными $F^0(\Delta_0) = F^\pi(\Delta_\pi)$, соответствует 0 – π переходу и определяется уравнением:

$$\frac{T_c^0 - T_0}{T_c^\pi - T_0} = \frac{a^\pi T_c^0}{a^0 T_c^\pi} \sqrt{\frac{b^0}{b^\pi}}. \quad (3.102)$$

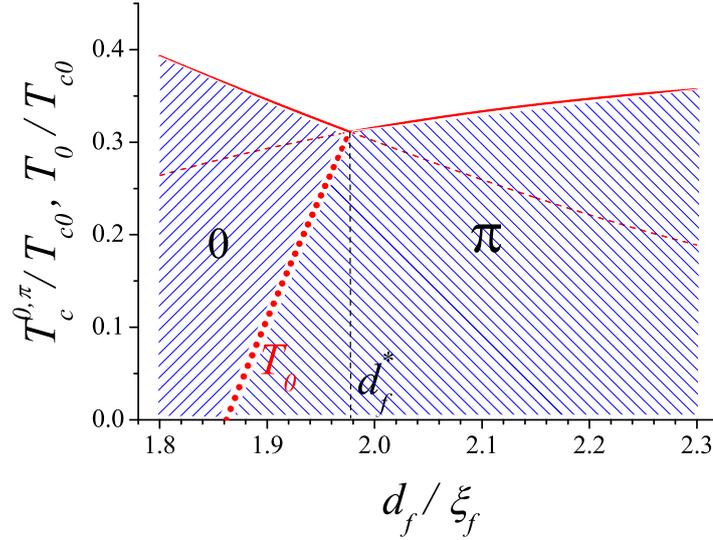


Рис. 3.19. Фазовая диаграмма SFS структуры на плоскости переменных (T, d_f) . При $T = T_0$ происходит фазовый переход первого рода между 0 и π состояниями системы. Значения параметров: $d_s = 2\xi_s$; $\sigma_f/\sigma_s = 0.12$; $\xi_s/\xi_f = 3$; $h\tau_s = 5$ ($\varepsilon = 0.18$, $d_f^* \simeq 1.98\xi_f$).

На рис. 3.19 показан типичный пример фазовой диаграммы для рассматриваемой SFS структуры на плоскости переменных (T, d_f) . Рассмотрим случай, когда толщина d_f ферромагнитного слоя лишь незначительно меньше значения d_f^* , а $T_c^0 > T_c^\pi$. Тогда при понижении температуры T ниже T_c^0 система сначала переходит из нормального состояния в сверхпроводящее, которое соответствует 0–фазе SFS структуры. При достижении температурой T значения T_0 происходит переход SFS структуры из 0 в π состояние. Сравним энтропии $S^{0,\pi}(T) = -[\partial E^{0,\pi}(T)/\partial T]$ [83] для 0 и π состояний при температуре перехода T_0 :

$$\frac{S^\pi(T_0)}{S^0(T_0)} = \frac{T_c^0 - T_0}{T_c^\pi - T_0} > 1. \quad (3.103)$$

Скачок энтропии при температуре T_0 свидетельствует о том, система переходит из 0 в π состояние посредством фазового перехода первого рода с соответствующим выделением скрытой теплоты

$$Q = T_0 [S^\pi(T_0) - S^0(T_0)] > 0. \quad (3.104)$$

Одновременно, при температуре перехода T_0 происходит скачок сверхпроводящего параметра порядка от значения Δ_0 , соответствующего 0–фазе, до значения Δ_π , соответствующего π –фазе, соотношение между которыми определяется выражением

$$\Delta_\pi^2(T_0) = \frac{a^\pi}{b^\pi} \left(\frac{T_c^\pi - T_0}{T_c^0} \right) = \Delta_0^2(T_0) \sqrt{\frac{b^0}{b^\pi}} \quad (3.105)$$

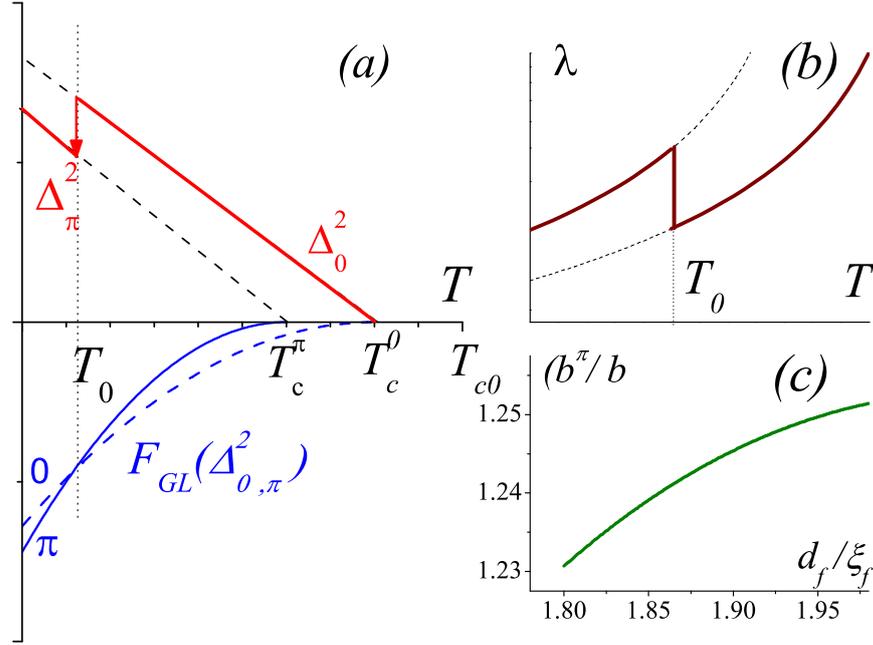


Рис. 3.20. Температурные зависимости параметров SFS структуры при $0 - \pi$ переходе. (а) Температурная зависимость сверхпроводящего параметра порядка $\Delta^2(T)$ (3.99) (верхняя полуось) и энергии Гинзбурга–Ландау (3.101) (нижняя полуось) при $T_c^\pi < T_c^0$ и $(a^\pi)^2/b^\pi > (a^0)^2/b^0$; (б) Качественное поведение эффективной глубины проникновения магнитного поля $\lambda \sim 1/\Delta_{0,\pi}$ при $0 - \pi$ переходе; (с) Зависимость величины скачка сверхпроводящего параметра порядка $\Delta_0^2(T_0)/\Delta_\pi^2(T_0)$ (3.103) от толщины d_f слоя ферромагнетика для $d_f \lesssim d_f^*$. Значения параметров выбраны те же, что и на рис. 3.19.

и зависит от коэффициентов b^0 и b^π в разложении Гинзбурга–Ландау (3.100). На рис. 3.20с приведен пример вычисления зависимости b^π/b^0 от толщины F слоя d_f вблизи значения d_f^* ($d_f \lesssim d_f^*$). Поскольку $b^\pi > b^0$, $0 - \pi$ переход при понижении T сопровождается уменьшением сверхпроводящего параметра порядка ($\Delta_\pi(T_0) < \Delta_0(T_0)$), как показано на рис. 3.20а. Существование скачка Δ при температуре $0 - \pi$ перехода SFS структуры отмечалось в работах [312, 313], где были выполнены самосогласованные расчеты структуры аномальной функции Грина и энергии конденсации в "чистом" пределе с использованием уравнений Боголюбова–Де Жена. Отметим, что подобное возвратное поведение сверхпроводящего параметра порядка $\Delta(T)$ означает ухудшение экранирующих свойств SFS структуры и проявляется в резком увеличении эффективной глубины проникновения магнитного поля $\lambda(T) \sim 1/\Delta(T)$ при $T \leq T_0$ (см. рис. 3.20б), которое наблюдалось экспериментально ([A17]).

3.5. Состояния Ларкина–Овчинникова–Фульде–Феррелла (ЛОФФ) и квантовые осцилляции в мезоскопических сверхпроводниках и сверхтекучем Ферми газе

Известны две основные причины, сильно затрудняющие экспериментальную реализацию неоднородного ЛОФФ состояния в объемных сверхпроводниках. Прежде всего – это орбитальный эффект [42], полностью разрушающий сверхпроводимость в полях выше второго критического H_{c2} [339]. В большинстве сверхпроводников второго рода поле H_{c2} значительно меньше поля парамагнитного предела H_p [281, 282], при котором становятся существенными обменные эффекты. Во-вторых, образованию ЛОФФ фазы препятствует рассеяние на примесях [340, 341]. Поэтому для наблюдения неоднородного ЛОФФ состояния необходимы достаточно чистые сверхпроводники с очень маленькой длиной когерентности ξ_s , у которых поле H_{c2} велико, и орбитальный эффект становится существенным лишь в полях порядка H_p . Такая возможность реализуется, например, в сверхпроводниках с тяжелыми фермионами [283]. Альтернативным вариантом является использование квазидвумерных (2D) систем или тонких сверхпроводящих пленок, помещенных в сильное магнитное поле, параллельное проводящим слоям [284, 286].

В 2D системах в сильном продольном магнитном поле неоднородные вихревые состояния формируются в результате конкуренции обменного взаимодействия на масштабе ЛОФФ неустойчивости и орбитального эффекта на масштабе магнитной длины $a_H = \sqrt{\hbar c / |e| H_z}$ под действием перпендикулярной к пленке или слоям компоненты магнитного поля H_z [44]. Появление фазы ЛОФФ в тонком сверхпроводящем кольце или полом цилиндра проявляется в необычном поведении удельной теплоемкости и флуктуационной проводимости в окрестности фазового перехода и может привести к изменению периода осцилляций T_c от захваченного кольцом магнитного потока [45, 46]. Переходы между состояниями с различной завихренностью L (L – орбитальный момент состояния) в латерально неограниченном 2D сверхпроводнике в ЛОФФ фазе сопровождаются квантовыми осцилляциями критической температуры $T_c(H_z)$, напоминающими осцилляции Литтла–Паркса [33, 34] в мезоскопических образцах без ЛОФФ неустойчивости [51–53, 342]. Поведение латерально ограниченного 2D образца, в котором возможно ЛОФФ состояние, определяется конкуренцией трех пространственных масштабов: масштабом ЛОФФ неустойчивости, латеральным размером системы и магнитной длиной a_H . Поэтому появление неоднородной ЛОФФ фазы в 2D мезоскопических образцах должно привести к качественным изменениям структуры квантовых осцилляций критической температуры в таких системах, а условия существования и проявления ЛОФФ

неустойчивости в случае ограниченных латеральных размеров 2D образцов могут сильно отличаться от свойств латерально неограниченных систем.

В последние годы внимание как теоретиков, так и экспериментаторов привлечено к новому типу сверхтекучих систем – ультрахолодный Ферми газ в магнито–оптической ловушке [343], в которых возможна реализация неоднородного состояния, аналогичного ЛОФФ фазе в сверхпроводниках. ЛОФФ неустойчивость в сверхтекучих системах возникает при разбалансе населенностей двух нижних сверхтонких состояний атомов ${}^6\text{Li}$. Экспериментально разбаланс населенностей создается при помощи радиочастотного излучения, которое вызывает переходы между сверхтонкими уровнями. Меняя разбаланс населенностей можно создавать неоднородное ЛОФФ состояние с определенным внутренним масштабом неоднородности. Орбитальный эффект в сверхтекучем конденсате нейтральных атомов возникает при вращении системы, которое, как правило, необходимо для экспериментальной диагностики присутствия в ультрахолодном газе сверхтекучей компоненты [344]. Совместное влияние разбаланса населенностей (ЛОФФ неустойчивость) и вращения газа (орбитальный эффект) проявляется в осцилляциях критической температуры перехода в сверхтекучее состояние при изменении угловой скорости вращения конденсата Ω [345]. На ЛОФФ состояния в облаке ультрахолодного газа также оказывает влияние потенциал ловушки, ограничивающий область, занимаемую ультрахолодным газом. В результате поведение ультрахолодного Ферми газа в магнито–оптической ловушке определяется конкуренцией трех пространственных масштабов: масштабом ЛОФФ неустойчивости, размером (объемом) занимаемом системой атомов и масштабом $a_\Omega = \sqrt{\hbar/M\Omega}$, который связан с вращением конденсата с угловой скоростью Ω (M – масса атомов, образующих конденсат).

В данном разделе на примерах мезоскопического 2D сверхпроводящего диска и ультрахолодного Ферми газа в ловушке мы изучим проявления и особенности квантовых осцилляций в латерально ограниченных системах с неоднородным ЛОФФ состоянием.

3.5.1. Модифицированный функционал Гинзбурга–Ландау для описания 2D систем в ЛОФФ состоянии

Для описания формирования неоднородного ЛОФФ состояния в сверхпроводниках и сверхтекучих жидкостях воспользуемся модифицированной теорией Гинзбурга–Ландау (ГЛ), в которой появление модуляции сверхтекучего параметра порядка Ψ связано с изменением знака коэффициента при градиентном слагаемом второго порядка $|\mathbf{D}\Psi|^2$ в разложении

выражения для плотности свободной энергии F по степеням Ψ :

$$F = \alpha(T - T_{c0})|\Psi|^2 - \beta|\mathbf{D}\Psi|^2 + \gamma|\mathbf{D}^2\Psi|^2. \quad (3.106)$$

Данный функционал и коэффициенты разложения для описания сверхпроводников в фазе ЛОФФ были получены из микроскопической теории в работе [346]. Здесь T_{c0} – критическая температура фазового перехода второго рода в сверхпроводящее состояние, а \mathbf{D} – калибровочно инвариантный 2D оператор импульса. Заметим, что в разложении (3.106) отброшены слагаемые более высокого по Ψ , которые становятся существенными только при температурах ниже температуры перехода. В области существования ЛОФФ неустойчивости коэффициенты $\beta, \gamma > 0$ и минимум свободной энергии (3.106) не соответствует однородному состоянию, поскольку пространственная модуляция уменьшает энергию системы. Используемое здесь феноменологическое приближение ГЛ справедливо, строго говоря, только для описания длинноволновой ЛОФФ модуляции в окрестности трикритической точки Лифшица (см. рис. 3.21). Однако результаты, полученные в этой наглядной модели, как правило, качественно верно описывают всю область существования неоднородной ЛОФФ фазы [346]. Поскольку разложение (3.106) содержит только квадратичные по Ψ слагаемые, используемая модель описывает фазовые переходы второго рода. Как известно, род фазового перехода из нормального состояния в ЛОФФ состояние зависит от конкретных параметров и размерности системы и определяется членами четвертого порядка по Ψ в разложении функционала свободной энергии. Точные вычисления, выполненные в [346, 347], показали, что в чистом пределе переход 2D сверхпроводящей системы в ЛОФФ состояние происходит по типу фазового перехода второго рода. Тип фазового перехода ультрахолодного Ферми газа в сверхтекучее неоднородное состояние необходимо исследовать отдельно. Учесть ограниченность латеральных размеров сверхпроводящего (сверхтекучего) конденсата можно, если наложить дополнительные условия на параметр порядка Ψ на границах образца, или учесть внешний потенциал $V(\mathbf{r})$ в функционале свободной энергии (3.106):

$$F = [\alpha(T - T_{c0}) + V(\mathbf{r})]|\Psi|^2 - \beta|\mathbf{D}\Psi|^2 + \gamma|\mathbf{D}^2\Psi|^2, \quad (3.107)$$

где \mathbf{r} – радиус-вектор точки. Варьируя функционал (3.107) получим уравнение для функции $\Psi(\mathbf{r})$:

$$\gamma \mathbf{D}^4\Psi + \beta \mathbf{D}^2\Psi + [\alpha(T - T_{c0}) + V(r)]\Psi = 0. \quad (3.108)$$

Поскольку в используемом здесь длинноволновом приближении Гинзбурга–Ландау характерный масштаб изменения волновой функции Ψ определяется длиной когерентности $\xi(T)$

и/или пространственным масштабом ЛОФФ модуляции $k_0^{-1} = \sqrt{2\gamma/\beta}$, которые в окрестности трикритической точки существенно превышают ξ_0 (ξ_0 – длина когерентности при $T = 0$) [346], для простоты воспользуемся здесь обычными условиями на границе сверхпроводник – изолятор

$$\left(\partial_n \Psi + \frac{2\pi i}{\Phi_0} A_n \Psi \right)_{\mathbf{r} \in \Sigma} = 0, \quad (3.109)$$

которое не учитывает особенностей поведения Ψ вблизи на границы Σ из-за неоднородного ЛОФФ состояния.

В дальнейшем мы будем рассматривать только системы, обладающие цилиндрической симметрией, полагая, что ограничивающий потенциал $V(r)$ в цилиндрической системе координат (r, θ, z) зависит только от радиуса r . Вводя к безразмерную координату $\rho = k_0 r$ и безразмерный сдвиг температуры $\tau = \alpha(T - T_{c0})/\gamma k_0^4$ можно переписать уравнение (3.108) в виде

$$\mathbf{D}_{\rho, \theta}^4 \Psi + 2 \mathbf{D}_{\rho, \theta}^2 \Psi + (\tau + v(\rho)) \Psi = 0. \quad (3.110)$$

Здесь $k_0 = \sqrt{\beta/2\gamma}$ – волновое число ЛОФФ модуляции, $\mathbf{D}_{\rho, \theta} = \mathbf{D}/k_0$ и $v(\rho) = V/\gamma k_0^4$, а параметр τ определяет сдвиг критической температуры фазового перехода T_c из нормального состояния в ЛОФФ фазу T_c :

$$T_c = T_{c0} + \frac{\gamma k_0^4}{\alpha} \tau. \quad (3.111)$$

В последующих разделах уравнение (3.110) с граничным условием (3.109) используется для вычисления сдвига критической температуры T_c при переходе в различные ЛОФФ состояния, отличающиеся орбитальным моментом (величиной завихренности) L . Будут рассмотрены два примера латерально ограниченных ЛОФФ систем: (i) тонкий мезоскопический сверхпроводящий диск радиуса R помещенный во внешнее магнитное поле, наклонное по отношению к плоскости диска; (ii) вращающийся сверхтекучий 2D конденсат Ферми атомов в ловушке с гармоническим профилем потенциала.

3.5.2. Вихревые ЛОФФ состояния в 2D мезоскопическом диске

Чтобы изучить влияние эффектов на границе мезоскопического образца на условия возбуждения неоднородных (вихревых) состояний в сверхпроводнике с ЛОФФ фазой, рассмотрим тонкий сверхпроводящий диск с радиусом R помещенный в наклонное магнитное поле $\mathbf{H} = \mathbf{H}_{\parallel} + H_z \mathbf{z}_0$. Здесь ось z цилиндрической системы координат (r, θ, z) направлена перпендикулярно плоскости диска и проходит через его центр. Выбирая калибровку векторного потенциала $A_r = 0$, запишем калибровочно-инвариантный 2D оператор момента \mathbf{D} в

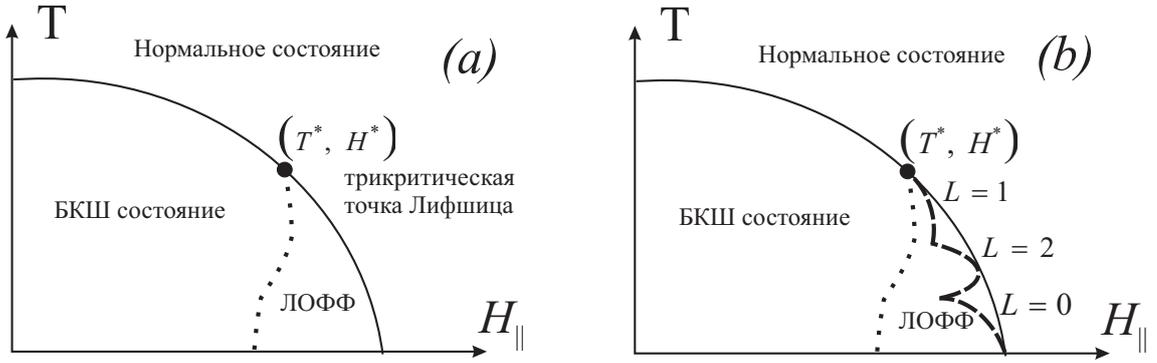


Рис. 3.21. Качественный вид фазовой диаграммы на плоскости $H_{\parallel} - T$ для бесконечной 2D сверхпроводящей пленки (а) и для 2D диска конечного радиуса R (б) в продольном магнитном поле H_{\parallel} . Кривая фазового перехода между нормальным состоянием и произвольной сверхпроводящей фазой показана сплошной линией. Кривая фазового перехода между ЛОФФ состояниями и однородной сверхпроводящей фазой показана точечной линией. Эти кривые пересекаются в трикритической точке Лифшица (T^*, H^*) . Кривая фазового перехода между нормальным фазой и вихревыми ЛОФФ состояниями с орбитальным моментом L на панели (б) показаны пунктирной линией.

уравнении (3.110) в виде:

$$\mathbf{D} = \nabla + \frac{2\pi i}{\Phi_0} \mathbf{A}_{\parallel},$$

где $\mathbf{A}_{\parallel} = (0, A_{\theta}) = (0, H_z r/2)$ – вектор–потенциал z -компоненты поля $H_z = [\nabla \times \mathbf{A}]_z$, и $\Phi_0 = \pi \hbar c / |e|$ – квант магнитного потока. В пределе бесконечно тонкого диска влиянием орбитального эффекта, вызванного продольной компонентой магнитного поля \mathbf{H}_{\parallel} можно пренебречь. В тоже время, сильное продольное поле $H_{\parallel} \sim H_p$, действуя на спины электронов вызывает эффект Зеемана и приводит к ЛОФФ неустойчивости однородного сверхпроводящего состояния. Здесь, как и прежде, $H_p = \Delta_0 / \mu_B \sqrt{2}$ обозначает поле парамагнитного предела (поле Паули), которое выражается через Δ_0 – величину сверхпроводящей щели при $T = 0$ и μ_B – магнетрон Бора. Коэффициент $\beta = \beta(H_{\parallel}, T)$ в разложении (3.106) зависит от температуры T и энергии Зеемана $\mu_B H_{\parallel}$ и обращается в нуль в трикритической точке Лифшица $(T^*, H^* = H_{c2}(T^*))$: $\beta(H^*, T^*) = 0$. Трикритическая точка Лифшица образуется при пересечении трех кривых фазового перехода между нормальным, однородным сверхпроводящим (БКШ) и неоднородным ЛОФФ состояниями (см. рис. 3.21а). Внешний потенциал в функционале (3.107) отсутствует ($V(r) = 0$) и для выбранной калибровки $A_r = 0$ граничное условие (3.109) упрощается и имеет вид граничного условия Неймана

$$\left. \frac{\partial \Psi}{\partial r} \right|_{r=R} = 0, \quad (3.112)$$

которое обеспечивает отсутствие радиальной компоненты сверхтока при $r = R$.

Состояние ЛОФФ в 2D мезоскопическом диске в продольном магнитном поле

Рассмотрим прежде всего случай только продольного внешнего магнитного поля, когда z компонента поля отсутствует: $H_z = 0$, а уравнение (3.110) упрощается и имеет вид:

$$\Delta_{\rho,\theta}^2 \Psi + 2 \Delta_{\rho,\theta} \Psi + \tau \Psi = 0, \quad (3.113)$$

где $\Delta_{\rho,\theta}$ – двумерный оператор Лапласа в полярных координатах ρ, θ . Уравнение (3.113) и граничное условие (3.109)

$$\left. \frac{\partial \Psi}{\partial \rho} \right|_{\rho=R_0} = 0 \quad (3.114)$$

определяют систему собственных функций и соответствующих им собственных значений τ . Здесь $R_0 = k_0 R$ обозначает безразмерный радиус диска. Максимальное собственное значение τ определяет критическую температуру перехода из нормального состояния в ЛОФФ фазу. Решение этой задачи на собственные значения можно существенно упростить, используя следующее обстоятельство: собственные функции уравнения (3.113) совпадают с собственными функциями 2D уравнения Шредингера

$$-\Delta_{\rho,\theta} \Psi = q^2 \Psi, \quad (3.115)$$

с граничным условием (3.114) на краю диска. При этом безразмерный сдвиг критической температуры τ определяется волновым числом q :

$$\tau(q) = 2q^2 - q^4. \quad (3.116)$$

Решения уравнения (3.115) характеризуются орбитальным моментом L и могут быть записаны через функции Бесселя первого рода $J_L(q\rho)$:

$$\Psi = e^{iL\theta} J_L(q\rho), \quad (3.117)$$

где завихренность решения определяется орбитальным моментом волновой функции куперовских пар L . Граничное условие (3.114) задает последовательность z_{Ln} нулей производной функции Бесселя $J_L(z)$ ($\partial_z J_L(z_{Ln}) = 0$) и собственных значений $q_{Ln} = z_{Ln}/R_0$ уравнения (3.115). В соответствии с выражением (3.116) волновые числа q_{Ln} определяют сдвиг критической температуры перехода

$$\tau_{Ln} = 2 \left(\frac{z_{Ln}}{R_0} \right)^2 - \left(\frac{z_{Ln}}{R_0} \right)^4, \quad (3.118)$$

в вихревое состояние $\{Ln\}$

$$\Psi_{Ln} = e^{iL\theta} J_L(q_{Ln}\rho).$$

Критическая температура сверхпроводящего перехода определяется, как обычно, максимальным значением T_c , т.е. максимальным значением функции

$$T_c - T_{c0} = \frac{\gamma k_0^4}{\alpha} \max_{Ln} \{\tau_{Ln}\}. \quad (3.119)$$

На рисунке 3.22 показана зависимость безразмерного сдвига критической температуры τ_{Ln} от параметра R_0 для различных значений L и n . Эти кривые фазовых переходов показывают возможность переключений между ЛОФФ состояниями с разным значением завихренности L . Зависимость критической температуры сверхпроводящего перехода от параметра R_0 представляет собой огибающую кривых $\tau_{Ln}(R_0)$ на рис. 3.22. Для фиксированного значения радиуса диска R параметр R_0 можно менять варьируя температуру T и/или продольное магнитное поле H_{\parallel} . В диске малого радиуса $R \ll 1/k_0$ ($R_0 \ll 1$) ЛОФФ неустойчивость подавлена ($\tau < 0$), и возможно только однородное сверхпроводящее состояние. С увеличением R_0 диаметр диска становится соизмерим с характерным периодом осцилляций сверхпроводящего параметра порядка $1/k_0$, и неоднородное ЛОФФ состояние в диске становится возможным. Характерно, что неоднородная ЛОФФ фаза способствует формированию в диске вихревых состояний с $L \neq 0$: при уменьшении температуры ниже трикритической T^* сначала появляется мода с орбитальным моментом $L = 1$. Переключения между модами ЛОФФ с различными завихренностями L проявляются в осцилляциях критической температуры T_c при изменении внешнего поля H_{\parallel} . На рис. 3.21b показан качественный вид фазовой кривой на плоскости $H_{\parallel} - T$, соответствующей переходу между нормальным состоянием и сверхпроводящей ЛОФФ фазой. Заметим, что ЛОФФ состояния с противоположным знаком завихренности вырождены и имеют одинаковую критическую температуру T_c . Поэтому ниже T_c может формироваться неоднородное состояние вида $\Psi \sim \sin(L\theta)$, являющееся суперпозицией гармоник с $\pm L$, аналогичное наблюдавшемуся при численных расчетах в мезоскопических кольцах [348].

Состояние ЛОФФ в 2D мезоскопическом диске в наклонном магнитном поле: осцилляции Литтла–Паркса

Рассмотрим теперь, к каким эффектам приводит появление компоненты внешнего магнитного поля H_z , перпендикулярной плоскости диска. Как и раньше, будем использовать калибровку $\mathbf{A} = (0, A_{\theta}, 0)$ где $A_{\theta} = H_z r/2$ и искать решения с заданным значением углового момента L

$$\Psi(\rho, \theta) = f_L(\rho) e^{iL\theta}. \quad (3.120)$$

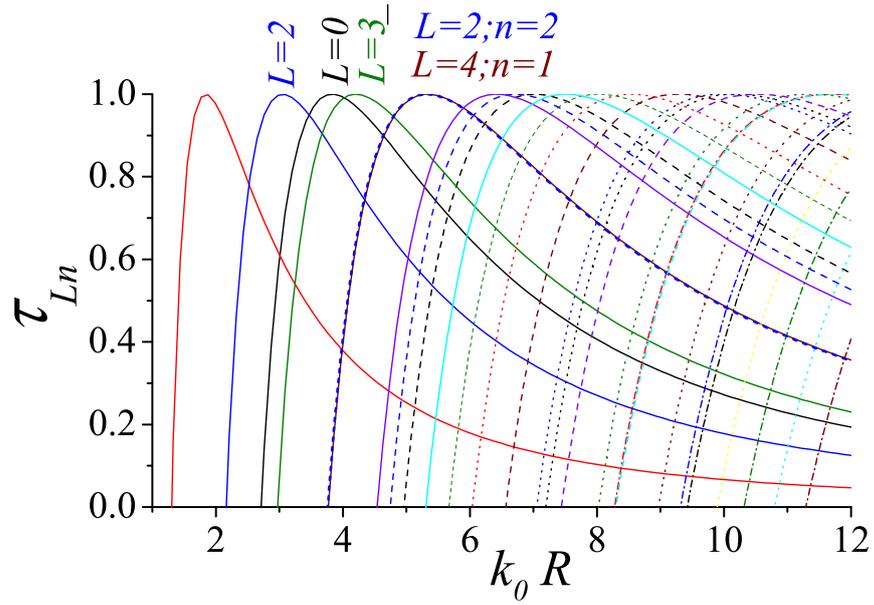


Рис. 3.22. Зависимость сдвига критической температуры τ от безразмерного радиуса диска $k_0 R$ для различных значений завихренности L .

Функция $f_L(\rho)$ удовлетворяет уравнению

$$\mathbf{D}_L^2 (\mathbf{D}_L^2 f_L) + 2\mathbf{D}_L^2 f_L + \tau f_L = 0, \quad (3.121)$$

где оператор \mathbf{D}_L определяется выражением

$$\mathbf{D}_L^2 = \frac{1}{\rho} \frac{d}{d\rho} \left(\rho \frac{d}{d\rho} \right) - \left(\frac{L}{\rho} + \frac{\rho}{v_H^2} \right)^2. \quad (3.122)$$

Здесь $v_H = k_0 \sqrt{\phi_0 / \pi H_z}$ – безразмерная магнитная длина в единицах масштаба ЛОФФ неустойчивости k_0^{-1} . Решение уравнения (3.121) должно удовлетворять граничному условию

$$\left. \frac{\partial f_L}{\partial \rho} \right|_{\rho=R_0} = 0 \quad (3.123)$$

на краю диска. Собственное значение τ определяет сдвиг критической температуры фазового перехода из-за ЛОФФ неустойчивости. Собственные функции $f_L(\rho)$ задачи (3.121), (3.123) совпадают с собственными функциями оператора \mathbf{D}_L^2

$$-\mathbf{D}_L^2 f_L = q^2 f_L, \quad (3.124)$$

с граничным условием (3.123). Соотношение между собственным значением τ и собственным значением оператора \mathbf{D}_L определяется выражением (3.116).

Решение уравнения (3.123) можно записать через вырожденные гипергеометрические функции первого рода (функции Куммера) $F(a, b, z)$ [324, 326]:

$$f_L(\phi) = e^{-\phi/2} \phi^{|L|/2} F(a_L, b_L, \phi), \quad (3.125)$$

где

$$a_L = \frac{1}{2} \left(|L| + L + 1 - \frac{q^2 v_H^2}{2} \right), \quad b_L = |L| + 1, \quad \phi = \rho^2 / v_H^2. \quad (3.126)$$

Граничное условие (3.123) можно следующим образом выразить через функции Куммера :

$$a_L F(a_L + 1, b_L + 1, \phi_R) + \frac{b_L}{2} \left(\frac{|L|}{\phi_R} - 1 \right) F(a_L, b_L, \phi_R) = 0, \quad (3.127)$$

где $\phi_R = \pi R^2 H_z / \phi_0$ – магнитный поток через поверхность диска в единицах кванта потока Φ_0 . Уравнения (3.126) and (3.127) определяют неявную зависимость собственного значения q_L от параметров k_0 , R , H_z и орбитального числа L . Далее, используя соотношение (3.116) можно получить зависимость критической температуры T_L состояния с завихренностью равной L от параметров k_0 , R , H_z :

$$T_L = T_{c0} + \frac{\gamma k_0^4}{\alpha} \tau_L, \quad (3.128)$$

где

$$\tau_L = 2q_L^2 - q_L^4. \quad (3.129)$$

Критическая температура T_c появления сверхпроводимости определяется максимальным значением T_L :

$$T_c = \max_L \{T_L\}. \quad (3.130)$$

Максимальная T_L соответствует максимальному собственному значению τ_L задачи (3.121), (3.123). При $H_z = 0$ функция $\tau(q)$ может быть записана через нули производной функции Бесселя z_{Ln} . Эти значения (3.118) использовались в качестве начального приближения при численном вычислении корней граничного условия (3.127) при $H_z \neq 0$.

На рисунках 3.23 и 3.24 на плоскости $(\tau, \phi_a = 1/v_H^2)$ показаны типичные примеры фазовых диаграмм перехода между нормальным состоянием и сверхпроводящей ЛОФФ фазой для различных размеров диска. Здесь ϕ_a характеризует безразмерную z компоненту магнитного поля. Кривые фазового перехода демонстрирует колебания Литгла–Паркса, соответствующие переходам между состояниями с различными угловыми моментами L . С уменьшением радиуса диска R_0 число наблюдаемых переходов между различными вихревыми состояниями уменьшается. Для диска малого радиуса ($R \sim k_0^{-1}$) наблюдается эффект стимуляции сверхпроводимости внешнем магнитным полем, что проявляется в расширении области

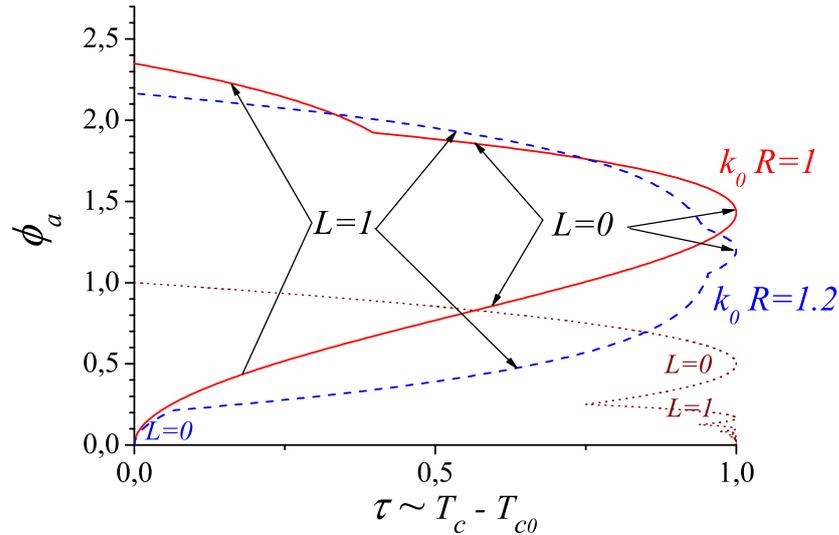


Рис. 3.23. Типичный вид кривых фазового перехода между нормальным состоянием и сверхпроводящей ЛОФФ фазой в 2D диске различного радиуса: $k_0 R = 1$ (сплошная линия) и $k_0 R = 1.2$ (пунктирная линия). Сегменты кривой $\tau(\phi_a)$ соответствующие различным значениям завихренности $L = 0, 1$ показаны стрелками. Для сравнения точечной линией показана фазовая диаграмма неограниченной 2D системы (see [44]).

допустимых значений ϕ_a , при которых возможно существование сверхпроводящего состояния, по сравнению со случаем неограниченной 2D системы (см. рис. 3.23). Отметим, что переключения между различными вихревыми состояниями может сопровождаться большими скачками завихренности $\Delta L > 1$ (см. рис. 3.24b). Подобные скачки завихренности имеют место в мезоскопических кольцах с ЛОФФ фазой [45, 46] и в гибридных SF структурах без эффекта близости [55].

Критическое поле для входа вихря в 2D мезоскопический диск в наклонном магнитном поле

Особенности вихревых состояний, возникающих в тонком диске, помещенном в продольное магнитное поле, проявляются не только в необычных осцилляциях кривой фазового перехода между нормальным состоянием и сверхпроводящей ЛОФФ фазой. Чтобы показать влияние эффекта Зеемана на свойства вихрей в мезоскопических образцах, оценим критическое поле входа первого вихря в диск, находящийся в однородном сверхпроводящем состоянии вблизи (но за пределами) области ЛОФФ неустойчивости. Для этого необходимо вычислить разность свободных энергий состояний с вихрем и при его отсутствии. Пренебрегая вкладом энергии конденсации в коре вихря, будем считать, что параметр порядка в

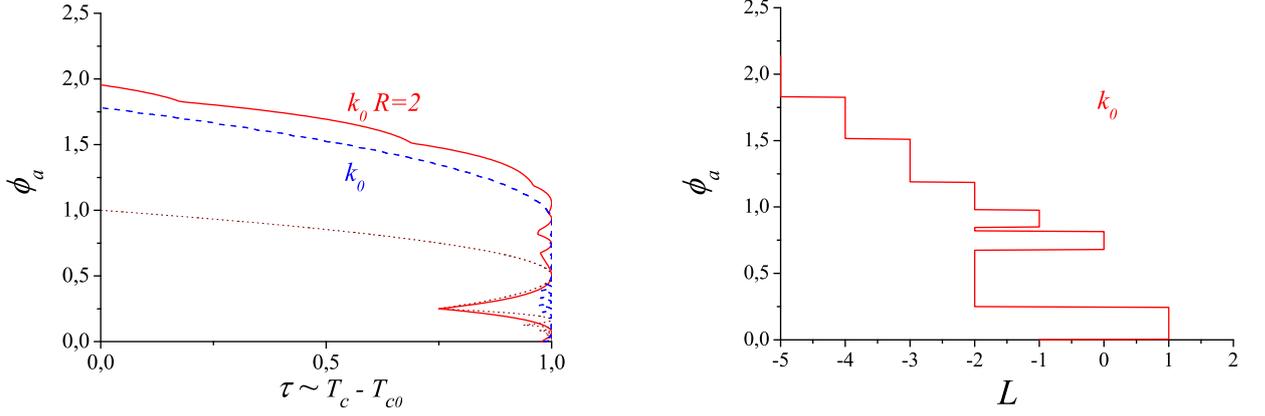


Рис. 3.24. (а) Типичный вид кривых фазового перехода между нормальным состоянием и сверхпроводящей ЛОФФ фазой в 2D диске различного радиуса: $k_0 R = 2$ (сплошная линия) и $k_0 R = 5$ (пунктирная линия). Для сравнения точечной линией показана фазовая диаграмма неограниченной 2D системы (see [44]). (b) Скачки орбитального момента состояния L при изменении внешнего магнитного поля ϕ_a для $k_0 R = 2$.

вихревом состоянии описывается волновой функцией $\Psi \simeq e^{-i\theta}$ и учтем только градиентные члены в функционале (3.106):

$$F_g/E_0 = \int d^2 r (\xi_1^2 |\mathbf{D}\Psi|^2 + \xi_2^4 |\mathbf{D}^2\Psi|^2) , \quad (3.131)$$

где E_0 – нормировочный множитель. При приближении к трикритической точке (T^*, H^*) меняется соотношение между двумя градиентными членами в выражении (3.131): $\xi_2 \gg \xi_1$ для $H_{\parallel} \rightarrow H^*$, и градиентный член четвертого порядка становится доминирующим.

Сравним свободные энергии состояния без вихря и состояния с вихрем в центре диска, используя калибровку $A_{\theta} = H_z r/2$. Разность энергий в этом случае составляет

$$\frac{\delta F_g}{E_0} = 2\pi \int_{\xi_m}^R r dr \left[\xi_1^2 \left(\frac{1}{r} - \frac{2\pi}{\phi_0} A_{\theta} \right)^2 - \xi_1^2 \left(\frac{2\pi}{\phi_0} A_{\theta} \right)^2 + \xi_2^4 \left(\frac{1}{r} - \frac{2\pi}{\phi_0} A_{\theta} \right)^4 - \xi_2^4 \left(\frac{2\pi}{\phi_0} A_{\theta} \right)^4 \right] ,$$

где $\xi_m = \max[\xi_1, \xi_2]$. Интегрируя по r получим:

$$\frac{\delta F_g}{F_0} = 2\pi \xi_1^2 \left[\ln \frac{R}{\xi_m} - \phi_R + \frac{\xi_2^4}{2\xi_m^2 \xi_1^2} + \frac{\xi_2^4}{R^2 \xi_1^2} \left(3\phi_R^2 - \phi_R^3 - 4\phi_R \ln \frac{R}{\xi_m} \right) \right] ,$$

где $\phi_R = \pi R^2 H_z / \phi_0$. Условие $\delta F = 0$ определяет величину внешнего магнитного поля, необходимого для входа в диск первого вихря:

$$\ln \tilde{R} - \Phi + \frac{\alpha}{2} + \frac{\alpha}{\tilde{R}^2} \left(3\Phi^2 - 4\Phi \ln \tilde{R} - \Phi^3 \right) = 0 . \quad (3.132)$$

Здесь введены безразмерные параметры $\tilde{R} = R/\xi_m \gg 1$ и $\alpha = \xi_2^4 / (\xi_m \xi_1)^2$, определяющие условия входа. Рассмотрим два предельных случая. Далеко от области ЛОФФ неустойчивости

выполнено условие $\xi_1 \gg \xi_2$ ($\alpha \ll 1$) и легко получить из (3.132) стандартные логарифмические выражения для магнитного потока через поверхность диска $\phi_R \simeq \ln(R/\xi_1)$ и магнитного поля, при котором состояние с вихрем в центре диска становится энергетически выгодным:

$$H_z^{(c)} \propto \frac{1}{R^2} \ln \frac{R}{\xi_1}, \quad \xi_1 \gg \xi_2. \quad (3.133)$$

Вблизи области ЛОФФ неустойчивости реализуется обратное условие $\xi_1 \ll \xi_2$ ($\alpha \gg 1$) и можно получить $\phi_R \simeq (R/\xi_2)^{2/3}$. В результате качественно изменяется зависимость критического поля для входа первого вихря от радиуса диска:

$$H_z^{(c)} \propto \left(\frac{1}{R}\right)^{4/3}, \quad \xi_2 \gg \xi_1. \quad (3.134)$$

Как известно, длины когерентности ξ_1 и ξ_2 расходятся в при приближении к трикритической точке (T^*, H^*) [346]. Сравнивая полученные оценки критического поля $H_z^{(c)}$ (3.133) и (3.134) можно видеть, что для $H_{\parallel} \ll H^*$ критическое поле $H_z^{(c)}$ расходуется как функция отклонения $H^* - H_{\parallel}$. В окрестности H^* критическое поле $H_z^{(c)}$ стремится к нулю. Таким образом, зависимость критического поля $H_z^{(c)}$ от разности $H^* - H_{\parallel}$ должна иметь характерный максимум в окрестности трикритической точки Лифшица.

3.5.3. Вихревые ЛОФФ состояния сверхтекучего конденсата в ловушке

В качестве второго примера влияния мезоскопических эффектов на вихревые состояния в ЛОФФ фазе конденсата изучим поведения сверхтекучего Ферми газа, помещенного в ловушку с гармоническим потенциалом

$$V(r) = \frac{1}{2} M \omega^2 r^2. \quad (3.135)$$

Здесь величина ω характеризует силу потенциала, ограничивающего систему в поперечном направлении, а M – масса атомов газа. Прежде всего перепишем функционал свободной энергии (3.107) в обозначениях, подходящих для описания вращающегося сверхтекучего газа. В этом случае двумерный оператор импульса \mathbf{D} можно переписать через вектор угловой скорости $\mathbf{\Omega} = \Omega \mathbf{z}_0$, направленный вдоль оси z :

$$\mathbf{D} = \nabla - \frac{2iM}{\hbar} [\mathbf{\Omega}, \mathbf{r}], \quad (3.136)$$

а коэффициент β в слагаемом $\beta |\nabla \Psi|^2$ выражения (3.107) зависит от величины разбаланса населенностей сверхтонких уровней $\delta\mu$. Вращение сверхтекучего газа выполняет роль орбитального эффекта в сверхпроводниках и приводит к разрушению сверхтекучести. Варьируя функционал свободной энергии (3.107) и вводя безразмерную радиальную координату

$\rho = k_0 r$ получим следующее уравнение:

$$\mathbf{D}_{\rho,\theta}^4 \Psi + 2 \mathbf{D}_{\rho,\theta}^2 \Psi + (\tau + v_0 \rho^2) \Psi = 0, \quad (3.137)$$

где $\mathbf{D}_{\rho,\theta} = \mathbf{D}/k_0$ и параметр $v_0 = M\omega^2/2\gamma k_0^6$ характеризует удерживающий газ гармонический потенциал.

ЛОФФ фаза сверхтекучего газа в параболической ловушке

В отсутствие вращения ($\Omega = 0$) уравнение (3.137) упрощается

$$\Delta_{\rho,\theta}^2 \Psi + 2 \Delta_{\rho,\theta} \Psi + (\tau + v_0 \rho^2) \Psi = 0, \quad (3.138)$$

где $\Delta_{\rho,\theta}$ – 2D оператор Лапласа в полярных координатах (ρ, θ) . Вводя 2D преобразование Фурье

$$\Psi = \int d^2 \mathbf{q} e^{i \mathbf{q} \mathbf{r}'} \psi(\mathbf{q}) \quad (3.139)$$

можно переписать уравнение (3.138) в импульсном представлении в виде уравнения, подобного уравнению Шредингера с потенциалом $U(q) = q^4 - 2q^2$:

$$-v_0 \Delta_{\mathbf{q}} \psi + U(q) \psi = -\tau \psi. \quad (3.140)$$

Покажем, что решение уравнения (3.138) с минимальной энергией $-\tau$ соответствует состоянию с нулевым угловым моментом $L = 0$. Вклад в свободную энергию от завихренности решения всегда положительный и пропорционален L^2 . Для достаточно малых значений v_0 энергия $-\tau$ нижнего уровня уравнения (3.140) близка к значению -1 , а волновая функция локализована в окрестности минимума потенциала $U(q)$. Поэтому удобно ввести новую переменную $s = q - 1$ и разложить потенциал U вблизи минимума по степеням s : $U \simeq -1 + 4s^2$. Тогда для $|s| \ll 1$ получим из (3.140) уравнение гармонического осциллятора

$$-v_0 \frac{\partial^2}{\partial s^2} \psi + 4s^2 \psi = (1 - \tau) \psi, \quad (3.141)$$

решение которого, соответствующее нижнему уровню энергии, имеет вид:

$$\tau = 1 - 2\sqrt{v_0}, \quad \psi = e^{-s^2/\sqrt{v_0}}.$$

Выражение $\tau = 1 - 2\sqrt{v_0}$ определяет критическую температуру ЛОФФ состояния. Можно видеть, что ЛОФФ неустойчивость возникает только в достаточно слабых ограничивающих потенциалах: $v_0 < 1/4$. Чтобы записать собственную функцию в реальном пространстве выполним обратное преобразование Фурье–Бесселя

$$\Psi \simeq \int_{-\infty}^{+\infty} ds e^{-s^2/\sqrt{v_0}} J_0((1+s)\rho),$$

где J_0 – функция Бесселя нулевого порядка. Используя асимптотическое выражение для функции Бесселя J_0 при $\rho \gg 1$ получим:

$$\begin{aligned}\Psi &\simeq \frac{1}{\sqrt{\rho}} \int_{-\infty}^{+\infty} ds e^{-s^2/\sqrt{v_0}} \cos((1+s)\rho - \pi/4) \\ &= \frac{1}{\sqrt{\rho}} \operatorname{Re} \int_{-\infty}^{+\infty} ds e^{-s^2/\sqrt{v_0}} e^{i(1+s)\rho - i\pi/4} = \sqrt{\frac{\pi}{\rho}} \cos(\rho - \pi/4) e^{-\rho^2 \sqrt{v_0}/4}.\end{aligned}\quad (3.142)$$

Таким образом, волновая функция Ψ (3.142) быстро затухает с увеличением амплитуды потенциала (3.135), а число наблюдаемых осцилляций амплитуды волновой функции оказывается порядка $\sim 2v_0^{-1/4} = 2k_0(\beta/M\omega^2)^{-1/4}$.

Вихревые состояния в ЛОФФ фазе вращающегося сверхтекучего газа в параболической ловушке

Изучим теперь влияние вращения ($\Omega \neq 0$) на сверхтекучее состояние Ферми газа с разбалансом населенностей сверхтонких уровней, помещенного в параболический потенциал (3.135). Будем искать решение уравнения (3.137) с заданным угловым моментом L :

$$\Psi_L(\rho, \theta) = f_L(\rho) e^{iL\theta}, \quad (3.143)$$

где функция $f_L(\rho)$ удовлетворяет уравнению

$$\mathbf{D}_L^2 (\mathbf{D}_L^2 f_L) + 2\mathbf{D}_L^2 f_L + (\tau + v_0\rho^2) f_L = 0, \quad (3.144)$$

$$\mathbf{D}_L^2 = \frac{1}{\rho} \frac{d}{d\rho} \left(\rho \frac{d}{d\rho} \right) - \left(\frac{L}{\rho} + \phi_a \rho \right)^2, \quad (3.145)$$

и $\phi_a = 2M\Omega/\hbar k_0^2$ – безразмерная частота вращения. Разложим искомое решение $f_L(\rho)$ по собственным функциям u_{nL} оператора $-\mathbf{D}_L^2$, соответствующим собственным значениям

$$q_{nL}^2 = 2\phi_a(2n + L + |L| + 1)$$

:

$$f_L(\rho) = \sum_{n=0}^{\infty} c_n u_{nL}(\rho), \quad (3.146)$$

а коэффициенты c_n удовлетворяет уравнению

$$(2q_{nL}^2 - q_{nL}^4) c_n - \sum_m v_{nm}^L c_m = \tau c_n. \quad (3.147)$$

Матричные элементы

$$v_{nm}^L = v_0 \int_0^{\infty} \rho d\rho (u_{mL} \rho^2 u_{nL}) \quad (3.148)$$

отличны от нуля, если $m = n$ или $m = n \pm 1$:

$$\begin{aligned} v_{nn}^L &= \frac{v_0}{\phi_a} (2n + |L| + 1) , \\ v_{n(n+1)}^L &= -\frac{v_0}{\phi_a} \sqrt{(n+1)(n+|L|+1)} , \\ v_{(n-1)n}^L &= -\frac{v_0}{\phi_a} \sqrt{n(n+|L|)} . \end{aligned} \quad (3.149)$$

Система нормированных собственных функций $u_{nL}(\rho)$ может быть записана в следующем виде через вырожденные гипергеометрические функции Куммера $F(a, b, z)$ [324, 326]:

$$\begin{aligned} u_{nL}(\rho) &= \sqrt{2\phi_a \frac{(n+|L|)!}{n!(|L|)!^2}} e^{-\phi_a \rho^2/2} (\phi_a \rho^2)^{|L|/2} F(-n, |L|+1, \phi_a \rho^2) , \\ \int_0^\infty \rho d\rho (u_{nL} u_{mL}) &= \delta_{nm} . \end{aligned} \quad (3.150)$$

Максимальное собственное значение τ данной задачи на собственные значения определяет сдвиг критической температуры перехода в сверхпроводящую ЛОФФ фазу. В первом порядке теории возмущений по параметру v_0 можно получить следующее выражение для сдвига температуры τ_{nL} в зависимости от частоты вращения ϕ_a :

$$\tau_{nL} = \tau_{nL}^{(0)} - v_{nn}^L . \quad (3.151)$$

Таким образом, используя стандартную теорию возмущений получим следующую простую оценку температуры перехода из нормального состояния в вихревую ЛОФФ фазу:

$$\tau = \max_{L \geq 0} [(4\phi_a - v_0/\phi_a)(2L+1) + v_0 L/\phi_a - 4\phi_a^2(2L+1)^2] \quad (3.152)$$

На рисунке 3.25 приведены результаты численного расчета зависимости $\tau(\phi_a)$ для различных значений параметра v_0 , характеризующего удерживающий газ потенциал. Приведенные фазовые диаграммы качественно согласуются с полученной оценкой (3.152) для не слишком малых значений ϕ_a . Для достаточно больших значений амплитуды удерживающего потенциала наблюдается режим стимулированного вращением перехода в сверхтекучее состояние. Отметим, что увеличение амплитуды удерживающего потенциала v_0 вызывает уменьшение критической температуры перехода в вихревые состояния с большими значениями орбитального момента L , таким образом, подавляет квантовые осцилляции критической температуры T_c .

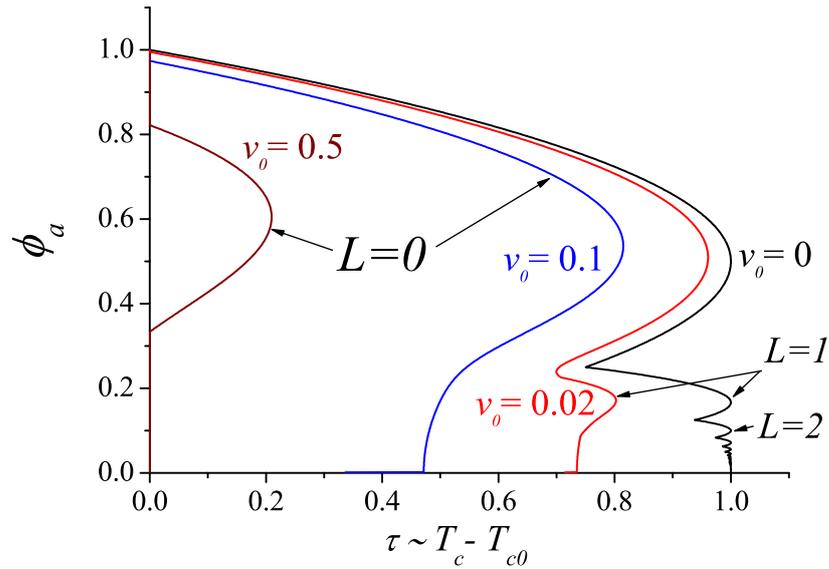


Рис. 3.25. Типичный вид фазовых диаграмм на плоскости (τ, ϕ_a) перехода вращающегося Ферми газа в сверхтекучее состояние для различных значений гармонического удерживающего потенциала ($v_0 = 0; 0.02; 0.1; 0.5$). Участки кривой $\tau(\phi_a)$, соответствующие разным значениям завихренности $L = 0, 1, 2$ показаны стрелками.

3.6. Выводы к главе

В заключение, подведем итоги главы 3, в которой приведены результаты теоретических исследований исследований неоднородных состояний и фазовых переходов в гибридных структурах сверхпроводник–ферромагнетик с неодносвязной геометрией и мезоскопических ЛОФФ сверхпроводниках, а также изучены свойства композитной джозефсоновской среды, состоящей из сверхпроводящих гранул в ферромагнетике.

- (1) В квазиклассическом приближении развито описание диффузных гибридных структур сверхпроводник–ферромагнетик (SF) с неодносвязной геометрией, в которых сверхпроводящая и ферромагнитная подсистемы находятся в хорошем электрическом контакте друг с другом и взаимодействуют из-за эффекта близости. Отличительной особенностью неодносвязных гибридных SF структур является возможность возбуждения в таких системах состояний с отличным от нуля орбитальным моментом L даже при отсутствии внешнего магнитного поля.
- (2) На основе линеаризованных уравнений Узаделя выполнены расчеты критической температуры фазового перехода T_c в неодносвязных мезоскопических SF образцах цилиндрической формы (тонкостенный сверхпроводящий цилиндр с ферромагнитным сердеч-

ником или тонкое сверхпроводящее кольцо на пластине ферромагнетика). Показано, что эффект близости между S и F металлами и обменное взаимодействие могут индуцировать неоднородное сверхпроводящее состояние $\Delta_L \sim \exp(iL\theta)$, которое характеризуется отличным от нуля значением L циркуляции фазы сверхпроводящего параметра порядка. Условия формирования однородных ($L = 0$) и неоднородных ($L = \pm 1, \pm 2, \dots$) сверхпроводящих состояний определяются конкуренцией базовых механизмов (орбитального и обменного) подавления сверхпроводимости в гибридной SF системе. Переходы между состояниями $L = 0$ и $L \pm 1$ в SF гибриде с неодносвязной геометрией подобны $0 - \pi$ переходу в обычных в планарных SFS структурах, и сопровождаются немонотонной зависимостью T_c от характерного размера ферромагнитной области.

- (3) Изучено влияние эффекта близости между F и S металлами и обменного взаимодействия на осцилляции Литтла–Паркса в полем тонкостенном сверхпроводящем цилиндре, который заполнен или окружен ферромагнитным металлом. Выполнены расчеты полевой зависимости критической температуры сверхпроводящего перехода $T_c(H)$ при изменении внешнего магнитного поля H , направленного вдоль оси цилиндра. Показано, что конкуренция орбитального и обменного механизмов, ответственных за переходы между сверхпроводящими состояниями с различными значениями циркуляции фазы L сверхпроводящего параметра порядка, приводит к нарушению строгой периодичности осцилляций Литтла–Паркса $T_c(H)$ и смещению основного максимума на зависимости $T_c(H)$ в область ненулевых значений внешнего поля H , причем величина смещения растет с увеличением характерного поперечного размера структуры (радиуса сверхпроводящего цилиндра). Уменьшение прозрачности барьера на SF границе стимулирует состояния с большими значениями орбитального момента L . Приведены оценки параметров гибридной системы, при которых возможна заметная модификация линии фазового перехода $T_c(H)$ и изучена возможность экспериментального наблюдения осцилляций T_c при изменении внешнего магнитного поля .
- (4) В диффузионном пределе изучены свойства композитной SF среды, состоящей из сверхпроводящих гранул, размещенных регулярно или случайно в матрице ферромагнитного металла, с характерным размером гранул сравнимым с масштабом затухания сверхпроводящих корреляций в ферромагнетике. Подобный SF композит представляет собой сеть джозефсоновских слабых связей и может обладать внутренней фрустрацией, которая зависит как от геометрии этой сети, так и от состояния (0 или π) контактов, её образующих. Выполнены расчеты межгранульного джозефсоновского тока и определе-

ны условия формирования π -состояния, когда устанавливается разность фаз равная π между фазами сверхпроводящего параметра порядка соседних гранул. Переход между 0 и π состояниями является универсальным, происходит при изменении температуры гибридной структуры и слабо зависит от размера и формы частиц.

- (5) Изучены термодинамические проявления фазового перехода между 0 и π сверхпроводящими состояниями трехслойной гибридной SFS структуры с тонкими сверхпроводящими слоями ($d_s \sim \xi_s$), когда возможно заметное подавление сверхпроводящего параметра порядка Δ в сверхпроводящих слоях из-за эффекта близости. Получено разложение Гинзбурга–Ландау, коэффициенты которого зависят от распределения аномальной функции Грина в ферромагнетике и различны для 0 и π состояний. Выполнены расчеты температуры T_0 фазового 0 – π перехода, скачка энтропии и скрытой теплоты при переходе. Показано, что 0 – π переход сопровождается скачком сверхпроводящего параметра порядка и резкому изменением экранирующих свойств гибридной структуры. Выполненный анализ объясняет наблюдавшееся в экспериментах [A17] аномальное увеличение эффективной глубины проникновения магнитного поля $\lambda(T)$ в диффузной SFS структуре Nb/PdNi/Nb при понижении температуры T .
- (6) Изучены особенности формирования неоднородного состояния Ларкина-Овчинникова-Фульде-Феррелла (ЛОФФ) и фазовых переходов в низкоразмерных (2D) мезоскопических сверхпроводящих образцах, помещенных в магнитном поле произвольной ориентации, или во вращающемся сверхтекучем ультрахолодном Ферми газе с искусственно созданным разбалансом населенностей двух сверхтонких состояний. Используя для описания обобщенную феноменологическую теорию Гинзбурга–Ландау показано, что мезоскопические эффекты (конечный размер сверхпроводника или потенциал ловушки, удерживающий Ферми газ) подавляют квантовые осцилляции критической температуры T_c перехода системы нормального состояния в сверхпроводящее или сверхтекучее, которые вызваны переключениями между ЛОФФ состояниями с различным значением углового момента (завихренности) L . В случае Ферми газа пространственные осцилляции сверхтекучего параметра порядка оказываются подавленными при увеличении амплитуды удерживающего потенциала.
- (7) Эффекты соизмеримости между характерным масштабом ЛОФФ неустойчивости и размером сверхпроводящего образца или потенциала ловушки вызывают переходы между неоднородными состояниями с различным значением L при изменении энергии Зеемана

в мезоскопических сверхпроводниках или разбаланса населенностей Ферми газа. Показано, что переключения между неоднородными состояниями в мезоскопических сверхпроводниках с ЛОФФ фазой могут сопровождаться большими скачками завихренности $|\Delta L| \gg 1$. Проведенные расчеты критической температуры перехода T_c мезоскопического диска (ультрахолодного Ферми газа) в сверхпроводящее (сверхтекучее) ЛОФФ состояние свидетельствуют о возможности повышения температуры фазового перехода при увеличении перпендикулярной диску компоненты внешнего магнитного поля (частоты вращения газа).

3.7. Приложения к главе

3.7.1. Вычисление джозефсоновского тока в FS бислое со сверхпроводящей частицей

Общее выражение для плотности сверхтока в ферромагнетике определяется выражением (3.57), где аномальная функция Грина F_f на поверхности Γ , равноудаленной от электродов контакта (см рис. 3.13) имеет вид:

$$F_f = A_1 e^{qz - i\varphi/2} + A_2 e^{-q\sqrt{\rho^2 + z^2} + i\varphi/2}, \quad (3.153)$$

$$A_1 = \frac{4F_n e^{-qd}}{\sqrt{(1 - \varepsilon^2)F_n^2 + 1} + 1}, \quad A_2 = \frac{(\Delta G_n/\omega) e^{qR_s}}{1 + \gamma_b \xi_n (q + 1/R_s)}, \quad (3.154)$$

где $r^2 = \rho^2 + z^2$, и функции G_n , F_n определены выражениями (3.54) и (3.67), соответственно.

На поверхности Γ функция F_f и проекция вектора ∇F_f на нормаль

$$\mathbf{n} = \frac{\rho}{\sqrt{\rho^2 + 4z_c^2}} \rho_0 + \frac{2z_c}{\sqrt{\rho^2 + 4z_c^2}} \mathbf{z}_0$$

к поверхности имеют вид:

$$F_f|_{\Gamma} = \left(A_1 e^{qz_c - i\varphi/2} + A_2 \frac{4z_c R_s}{\rho^2 + 4z_c^2} e^{-qz_c + i\varphi/2} \right) e^{-q\rho^2/4z_c}, \quad (3.155)$$

$$(\nabla F_f, \mathbf{n})|_{\Gamma} = \frac{2z_c e^{-q\rho^2/4z_c}}{\sqrt{\rho^2 + 4z_c^2}} \left[q A_1 e^{qz_c - i\varphi/2} - A_2 \frac{4z_c R_s}{\rho^2 + 4z_c^2} \left(q + \frac{4z_c}{\rho^2 + 4z_c^2} \right) e^{-qz_c + i\varphi/2} \right]. \quad (3.156)$$

Подставляя выражения (3.155), (3.156) в формулу для вычисления сверхтока (3.57) и учитывая соотношения симметрии $q(-\omega) = q^*(\omega)$, $A_{1,2}(-\omega) = A_{1,2}^*(\omega)$, получим следующее выражение:

$$(\mathbf{j}_s, \mathbf{n})|_{\Gamma} = J_c(\rho) \sin \varphi, \quad (3.157)$$

$$J_c(\rho) = \frac{32\pi T \sigma_n}{e} \operatorname{Re} \sum_{\omega > 0} \left\{ \frac{z_c^2 R_s A_1 A_2}{(\rho^2 + 4z_c^2)^{3/2}} \left(q + \frac{4z_c}{\rho^2 + 4z_c^2} \right) e^{-q\rho^2/4z_c} \right\}. \quad (3.158)$$

Интегрируя распределение критической плотности тока (3.158) по поверхности Γ

$$I_c = \int_{\Gamma} dS J_c = \frac{\pi}{z_c} \int_0^{2z_c} d\rho \rho \sqrt{\rho^2 + 4z_c^2} J_c(\rho). \quad (3.159)$$

получим выражение (3.71) для критического тока I_c джозефсоновского SFS контакта, образованного сверхпроводящей частицей и FS бислоем.

Свойства джозефсоновских переходов в гибридных системах с магнитной связью

Исследования магнитных наноструктур (массивов магнитных частиц или тонких ферромагнитных слоев, взаимодействующих со сверхпроводником, показали наличие в подобных мезоскопических гибридных системах целого ряда интересных явлений, вызванных взаимным влиянием друг на друга магнитной и сверхпроводящей подсистем (см. обзоры [57, 279] и литературу в них). Если эффект близости между сверхпроводником и ферромагнетиком отсутствует, то взаимодействие между подсистемами осуществляется через медленно спадающие поля рассеяния, и определяющим является орбитальный механизм разрушения сверхпроводимости [42]. Создаваемое частицами или доменами сильно неоднородное магнитное поле частично проникает в сверхпроводник, индуцируя в нем экранирующие мейснеровские токи, что может служить причиной сильного дополнительного пиннинга вихрей Абрикосова [349–351] и/или формирования связанных структур, состоящих из вихрей Абрикосова и магнитных доменов [352–354]. В свою очередь, токи, текущие в сверхпроводнике, оказывают заметное влияние на распределение намагниченности, могут вызывать различные типы магнитного упорядочения и перестройку доменной структуры ферромагнетика [355–361]. Резонансное поведение магнитосопротивления и появление локальных пиков на зависимости критического тока от внешнего магнитного поля $I_c(H_0)$ [362–365], существование особенностей (плато) на кривой намагничения $M(H_0)$ [365–368] свидетельствуют об эффектах соизмеримости между решеткой вихрей Абрикосова и периодическим потенциалом пиннинга в гибридных структурах, состоящих из регулярного массива субмикронных ферромагнитных частиц, расположенных на поверхности сверхпроводника. Указанные особенности наблюдаются при кратных значениях внешнего поля $H_0 \sim n\Phi_0/S_a$ ($n = 1, 2, \dots$), когда площадь элементарной ячейки решетки вихрей S_a соизмерима с площадью ячейки массива частиц. Отметим, однако, что наблюдение подобных эффектов в гибридных системах сверхпроводник/ферромагнитные частицы (домены) возможно лишь в узкой области температур ΔT вблизи критической T_c ($\Delta T \lesssim 10^{-2}T_c$ [368]), когда собственный пиннинг вихрей Абрикосова в сверхпроводнике сильно подавлен и не оказывает существенного влияния на поведение вихрей. На возможность существенного увеличения критического тока в искусственном по-

тенциале пиннинга, создаваемого периодическим массивом магнитных частиц, указывалось в работе [369]. Соответствующая теория пиннинга вихрей Абрикосова в гибридных SF системах в сравнительно слабом внешнем поле, когда можно ограничиться простым лондоновским приближением, построена в работах [359, 370] (см. также литературу в обзорах [57, 279]).

Неоднородное магнитное поле, индуцированное ферромагнетиком, оказывает влияние на условия зарождения и существования сверхпроводимости в гибридных SF структурах, что проявляется в необычном виде зависимости критической температуры T_c от внешнего магнитного поля H_0 [327, 371]. Доменная сверхпроводимость (локальное повышение критической температуры в окрестности доменной стенки), предсказанная в работах [372, 373] и обнаруженная методом сканирующей лазерной микроскопии в [374, 375] позволяет формировать квазиодномерные сверхпроводящие каналы. С другой стороны, поля рассеяния от доменной стенки в ферромагнетике могут полностью подавить или заметно ослабить сверхпроводимость в узкой области сверхпроводящей пленки, примыкающей к доменной стенке, создавая, таким образом слабую связь [376]. Подобная слабая связь аналогична джозефсоновскому переходу, положением и свойствами которого можно управлять, меняя магнитное состояние ферромагнетика, например прикладывая внешнее магнитное поле [377, 378]. В отличие от хорошо известных SFS джозефсоновских контактов, основанных на эффекте близости (см. обзоры [4, 5]), в подобных гибридных структурах слабая связь в сверхпроводнике возникает под влиянием орбитального эффекта. Орбитальное подавление сверхпроводимости может также сопровождаться формированием вихрей Абрикосова, взаимодействие которых друг с другом и с неоднородностями магнитного поля приводит к неравномерному движению магнитного потока под действием внешнего транспортного тока. В этом случае возникает резистивное состояние, а поведение сверхпроводника в режиме течения магнитного потока в целом напоминает нестационарный эффект Джозефсона в системах со слабыми связями [379, 380]. Джозефсоновские системы, основанные на взаимном пиннинге и относительном движении магнитосвязанных вихрей Абрикосова, были теоретически изучены в работах [381–385] и экспериментально реализованы на основе мезоскопической структуры, предложенной в [386].

Проблема управления состоянием и критическим током джозефсоновских переходов имеет первостепенное значение для создания на их основе устройств сверхпроводящей электроники. Свойства джозефсоновских контактов, как известно, заметно меняются, если в области перехода присутствуют структурные неоднородности [1, 387]. Неоднородное распределение критической плотности джозефсоновского тока j_c , обусловленное дефектами барьера, приводит к существенному изменению как фраунгоферовой картины (зависимости критиче-

ского тока контакта I_c от внешнего магнитного поля H), так и вольт-амперной характеристики (ВАХ) контакта. Для типичной экспериментальной реализации, периодическое изменение толщины туннельного барьера длинного джозефсоновского перехода сопровождается появлением дополнительных пиков на зависимости $I_c(H)$ и дополнительных "ступенек" на ВАХ контакта [388–391]. Указанные особенности наблюдаются при кратных значениях внешнего поля H , когда возникает соизмеримость пространственных периодов цепочки вихрей Джозефсона и решетки искусственных неоднородностей.

В последнее время активно ведутся исследования джозефсоновских переходов, в которых из-за различных особенностей туннелирования через барьер возникает неоднородное распределение джозефсоновской разности фаз. Так, вследствие d -симметрии сверхпроводящего параметра порядка и микроструктуры перехода, джозефсоновский контакт на стыке YBCO/Nb пленок представляет собой последовательность чередующихся 0 и π микроконтактов, имеющих в основном состоянии фазовый сдвиг между электродами 0 и π , соответственно (см. [144, 146, 147] и обзор [141]). Аналогичная периодическая структура, состоящая из коротких 0 и π джозефсоновских контактов, может быть реализована в переходе сверхпроводник–ферромагнетик–сверхпроводник (SFS) [29–31] при соответствующем изменении толщины ферромагнитного барьера [41, 157, 158, 392]. В случае периодической фазовой модуляции зависимость $I_c(H_0)$ отличается от традиционного "фраунгоферова" вида заметным подавлением центрального дифракционного пика при $H_0 = 0$, и появлением доминирующих боковых максимумов I_c , положение которых определяется пространственным периодом изменения разности фаз [145, 150, 392, 393]. Особый интерес к джозефсоновским контактам с подобной мелкомасштабной $0 - \pi$ фазовой модуляцией объясняется возможностью спонтанного формирования в них вихревых структур с магнитным потоком равным доле кванта магнитного потока $\Phi_0 = \pi\hbar c/|e|$ на границах между 0 и π участками перехода [36, 149–151, 153], и модификацией соотношения между током через переход и джозефсоновской разностью фаз $I_s(\varphi)$ [154, 157, 158].

Другой очевидный способ создания фазовой неоднородности основан на фундаментальном соотношении Джозефсона между калибровочно-инвариантной разностью фаз ϕ на переходе и захваченным магнитным потоком [394]

$$\nabla\phi = \frac{2\pi\Lambda_m}{\Phi_0} [\mathbf{B} \times \mathbf{z}_0], \quad (4.1)$$

где Λ_m – магнитная толщина перехода [395]. Если внешнее магнитное поле \mathbf{H} проникает однородно внутрь перехода ($\mathbf{B} = \mathbf{H}$), то разность фаз ϕ изменяется линейно, а плотность джозефсоновского тока распределена по гармоническому закону. Этому случаю, как хорошо

известно, соответствует типичная фраунгоферова зависимость критического тока от магнитного поля $I_c(H)$. Любая неоднородность магнитного поля $\mathbf{B}_{in}(\mathbf{r})$ вызывает дополнительную пространственную модуляцию разности фаз $\tilde{\phi}(\mathbf{r})$ в области перехода и может качественно изменить вид зависимости $I_c(H)$. В качестве естественных источников сильно неоднородного магнитного поля часто рассматриваются одиночные или случайно расположенные вихри Абрикосова, захваченные в электродах контакта. Индуцируемые вихрями Абрикосова фазовые дефекты вызывают сильное подавление критического тока I_c и заметное искажение вида кривой $I_c(H)$ и ВАХ контакта [159–168]. Отметим также реализованный способ создания произвольной фазовой неоднородности при помощи инжекции тока в переход на масштабе меньшем характерной джозефсоновской длины λ_J [396, 397].

В последнее время в ИФМ РАН был предложен и успешно реализован оригинальный способ формирования в джозефсоновском переходе контролируемой системы фазовых неоднородностей, основанный на взаимодействии контакта с неоднородным магнитным полем субмикронных ферромагнитных частиц. Краткий обзор этих исследований представлен в работе [A16] и в разделе 4.4. В экспериментах [138, 139] с торцевыми контактами на основе пленок Nb [398] наблюдалась существенная зависимость критического тока контакта I_c от магнитного состояния равномерной цепочки частиц Co, расположенных вблизи барьера. Обнаруженные в этих экспериментах особенности дифракционной картины в виде регулярных пиков на зависимости $I_c(H)$ доказывают существование эффектов соизмеримости между периодическим распределением разности фаз, создаваемым проникающим в переход полем рассеяния магнитных частиц, и пространственной волной джозефсоновского тока, которая формируется в соответствии с условием (4.1) внешним однородным полем \mathbf{H} [A11]. Используемые в этих экспериментах однодоменные субмикронные ферромагнитные частицы являются уникальными источниками неоднородного магнитного поля с амплитудой порядка магнитного момента насыщения ферромагнетика M_s и масштабом изменения, определяемым характерными размерами частиц и расстоянием между ними. Для типичных переходных металлов (Fe, Ni, Co) магнитный момент $M_s \sim 1000$, а современные методы электронной литографии позволяют формировать магнитные структуры (решетки частиц) с характерным периодом от 10 до 1000 nm [399]. В свою очередь, методы магнито-силовой микроскопии (МСМ) обеспечивают как эффективную диагностику магнитного состояния частиц, так и возможность прецизионного управления полем микромагнитов путем перемагничивания (или размагничивания) как отдельных частиц, так и всего массива в целом [400]. Свое дальнейшее развитие идея модификации транспортных свойств джозефсоновского перехода путем формирования в контакте фазовой неоднородности магнитным полем ферромагнитных частиц получила

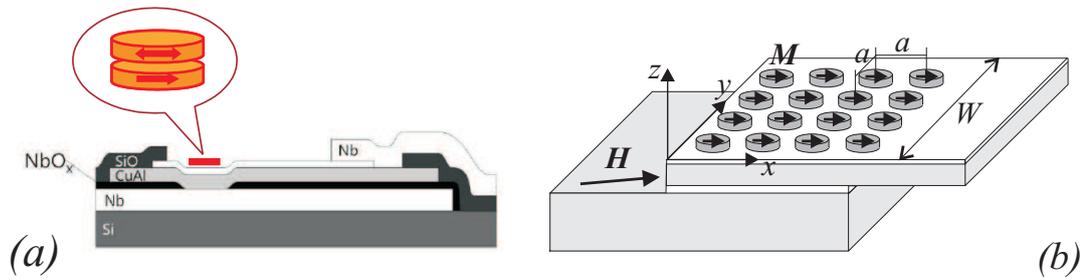


Рис. 4.1. (а) Схематичное изображение поперечного сечения джозефсоновского контакта с двойной ферромагнитной частицей. (б) Схематичное изображение джозефсоновского контакта с массивом эллиптических магнитных частиц на верхнем электроде.

в работах [A12, A13, A16], в которых были экспериментально изучены транспортные свойства короткого джозефсоновского перехода с поперечной (overlap) геометрией на верхнем сверхпроводящем электроде которого располагались субмикронные ферромагнитные частицы (см.рис. 4.1). Обнаруженная в такой гибридной FS системе сильная зависимость вида полевой зависимости критического тока $I_c(H)$ от намагниченности частиц однозначно свидетельствует о формировании в переходе неоднородного и нелинейного распределения джозефсоновской разности фаз. Сильная зависимость тока через контакт от магнитного состояния частицы означает возможность эффективного управления транспортными свойствами джозефсоновского контакта полем ферромагнитных частиц. Отметим, что чрезвычайно высокая чувствительность джозефсоновского тока к магнитным полям, лежащая в основе наиболее важных применений эффекта Джозефсона, позволяет также использовать подобную гибридную систему для изучения пиннинга [401–403], движения одиночных вихрей Абрикосова [404, 405] и для определения локальных характеристик намагниченности ферромагнитных частиц [138].

Как уже отмечалось, мелкомасштабная модуляция джозефсоновской разности в переходе может привести к существенной модификации ток–фазового соотношения (CPR). Обычно при температурах близких к критической, наблюдается простейшая синусоидальная ток–фазовая зависимость $I_s(\varphi) = I_c \sin \varphi$ [1, 3, 406]. Для $I_c > 0$ основное состояние контакта при $I_s = 0$ соответствует нулевой джозефсоновской разности фаз между сверхпроводящими электродами: $\varphi = 0$. Контакты, имеющие в основном состоянии фазовый сдвиг между электродами равный π (π -контакты) имеют CPR вида $I_s(\varphi) = I_c \sin(\varphi + \pi)$, что формально соответствует отрицательному значению величины критического тока $I_c < 0$. Такое необычное π -состояние устанавливается в джозефсоновских переходах между сверхпроводниками с d -типом спаривания [142], в SFS контактах [31, 32], использующих в качестве барьера слой ферромагнетика [29, 30] (см., также, обзор [4]), или в SNS переходах с инъекцией неравно-

весных носителей в барьер [407]. В последние годы внимание авторов привлекает возможность реализации переходов с произвольным значением разности фаз в основном состоянии [154, 408, 409], ток–фазовое соотношение для которых имеет вид

$$I_s(\varphi) = I_c \sin(\varphi + \varphi_0), \quad (4.2)$$

а минимум джозефсоновской энергии $E_J = (\hbar I_c / 2e)[1 - \cos(\varphi + \varphi_0)]$ соответствует произвольному значению разности фаз $\varphi = -\varphi_0$ ($0 < \varphi_0 < \pi$). Джозефсоновский контакт с такими необычными свойствами может быть реализован на основе (i) переходов, в которых искусственно сформирована $0 - \pi$ модуляция разности фаз, а основное состояние реализуется при произвольном значении усредненной джозефсоновской разности фаз φ [154], [A14]; (ii) переходов со второй гармоникой ток–фазового соотношения

$$I_s(\varphi) = I_1 \sin \varphi + I_2 \sin 2\varphi, \quad (4.3)$$

если $I_2 < 0$, а первая гармоника заметно подавлена ($|I_2| \sim |I_1|$) [408]; (iii) переходов, у которых в качестве барьера используется магнитный металл со спин–орбитальным взаимодействием [409]. Подобное основное φ -состояние джозефсоновского контакта было недавно получено экспериментально в асимметричном $0 - \pi$ SFS переходе с переменной толщиной ферромагнитного слоя [157, 158]. Такие φ -контакты с измененным ток–фазовым соотношением (4.2) имеют хорошие перспективы для использования их в сверхпроводниковой электронике [60–62, 156, 410–412].

В данной главе диссертации построена теория гибридных систем, состоящих из джозефсоновского перехода, помещенного в неоднородное поле однодоменных ферромагнитных частиц, расположенных в окрестности перехода. Поля рассеяния ферромагнитных частиц (магнитных диполей) создают модуляцию джозефсоновской разности фаз с характерным пространственным масштабом существенно меньшим джозефсоновской длины λ_J . Мелкомасштабная фазовая модуляция качественно изменяет транспортные свойства перехода. Подробно изучено влияние фазовой модуляции на полевую зависимость критического тока и ток–фазовую характеристику джозефсоновского контакта. Особое внимание уделяется анализу эффектов соизмеримости, возникающих при использовании в качестве магнитной подсистемы периодических структур (одномерные/двумерные регулярные решетки однородно намагниченных частиц), когда рассматриваемые эффекты проявляются особенно сильно. Влияние, оказываемое даже одиночной магнитной частицей, может существенно изменить характеристики джозефсоновского перехода, так что в основном состоянии контакта появляется дополнительный фазовый сдвиг ϕ_0 , а ток–фазовая зависимость такой гибридной джозефсоновской структуры $I(\varphi) = I_c \sin(\varphi + \phi_0)$ оказывается зависящей от магнитного состояния

частицы. Показана возможность установления $\phi_0 = \pi$ состояния (π -состояния) в джозефсоновском контакте с одиночной магнитной частицей. Приведен краткий обзор экспериментов с гибридными джозефсоновскими системами и выполнено сопоставление теоретических выводов с имеющимися экспериментальными данными. Основные результаты опубликованы в работах [A11, A12, A13, A14, A15, A16, A18].

4.1. Максимальный сверхток торцевого джозефсоновского перехода в поле магнитных частиц

В данном разделе теоретически изучено влияние цепочки магнитных частиц на максимальный ток джозефсоновского перехода, образованного тонкими пленками сверхпроводника. Выполнены расчеты зависимости максимального джозефсоновского тока короткого контакта от внешнего магнитного поля для различной ориентации магнитного момента частиц.

Рассмотрим короткий джозефсоновский переход ($W \ll \lambda_J$) на стыке двух тонких сверхпроводящих (СП) пленок, толщина которых d много меньше лондоновской глубины проникновения магнитного поля в сверхпроводник λ (см. рис. 4.2). Пусть на высоте h над СП пленкой и на расстоянии b от плоскости перехода $y = 0$ расположена цепочка точечных магнитных диполей, магнитный момент \mathbf{M} которых лежит в плоскости, параллельной СП пленкам. Чтобы установить, какое влияние оказывают магнитные частицы на протекание внешнего тока через переход, необходимо определить магнитное поле частиц в плоскости контакта и создаваемую этим полем калибровочно инвариантную разность фаз на переходе. Учитывая, что при $d \ll \lambda$ распределения векторного потенциала \mathbf{A} и тока \mathbf{j} в СП пленке с переходом не зависят от z , можно провести усреднение по толщине и, рассмотреть экранировку магнитного поля диполей СП плоскостью $z = 0$, по которой течет плоскостной ток $\mathbf{g} = \mathbf{j}d$. Хорошо известно, что при $d \ll \lambda$ экранирующие свойства тонкой пленки сверхпроводника определяются эффективной (пирловской) глубиной проникновения $\Lambda = \lambda^2/d$ [116]. Плотность экранирующего тока

$$\mathbf{g}(x, y) = \frac{c}{4\pi\Lambda} (\mathbf{S} - \mathbf{A}) \delta(z), \quad (4.4)$$

выражается через векторный потенциал \mathbf{A} , для которого во всем пространстве справедливо уравнение:

$$\nabla \times \nabla \times \mathbf{A} + \frac{1}{\Lambda} \mathbf{A} \delta(z) = 4\pi \nabla \times \sum_m \mathbf{M}_m + \frac{1}{\Lambda} \mathbf{S} \delta(z). \quad (4.5)$$

Здесь $\mathbf{M}_m = \mathbf{M} \delta(\mathbf{r} - \mathbf{r}_m)$ – магнитный момент диполя, расположенного в точке $\mathbf{r}_m = m \cdot a \mathbf{x}_0 - by_0 + hz_0$, а вихревой источник \mathbf{S} определяется градиентом разности фаз $\phi(x)$ на переходе [413]:

$$\nabla \times \mathbf{S} = \frac{\Phi_0}{2\pi} \partial_x \phi(x) \delta(y) \mathbf{z}_0, \quad \nabla \cdot \mathbf{S} = 0. \quad (4.6)$$

Поскольку поле магнитного диполя сравнительно быстро спадает с расстоянием, влиянием краев пленки можно пренебречь [414]. Критический ток джозефсоновского контакта j_c пре-

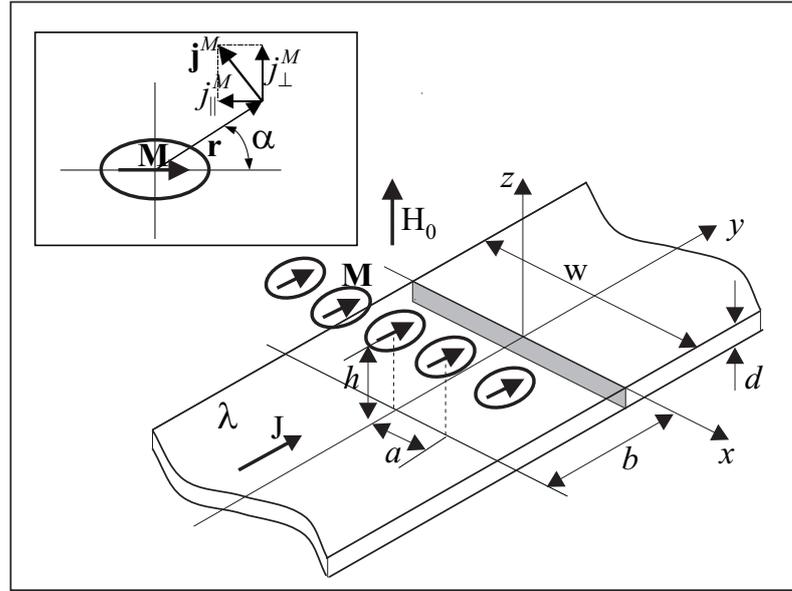


Рис. 4.2. Схематическое изображение торцевого джозефсоновского контакта с цепочкой дипольных ферромагнитных частиц.

небрежимо мал по сравнению с токами в СП пленках. Поэтому для определения разности фаз, индуцированной магнитными диполями, можно считать экранирующий ток $\mathbf{g} = (g_x, g_y)$ через переход равным нулю. Для простейшей синусоидальной зависимости сверхтока через переход от разности фаз $j = j_c \sin \varphi$, нормальная к переходу компонента тока \mathbf{g} в плоскости перехода $y = 0$ должна удовлетворять условию:

$$g_y(x, 0) = j_c d \sin(\phi^M(x)) = 0. \quad (4.7)$$

Уравнения (4.4)-(4.6) и граничное условие (4.7) определяют распределение разности фаз $\phi^M(x)$, создаваемое магнитным полем частиц на переходе.

В силу линейности задачи представим искомое решение в виде суммы

$$\mathbf{A} = \mathbf{A}^M + \mathbf{A}^\phi, \quad (4.8)$$

где слагаемое \mathbf{A}^M описывает векторный потенциал цепочки точечных магнитных диполей в присутствии бесконечной тонкой СП пленки без перехода, а \mathbf{A}^ϕ – искажения, создаваемые джозефсоновским контактом. Соответствующее распределение экранирующего тока \mathbf{g} с учетом выражений (4.4) и (4.8) удобно представить следующим образом:

$$\mathbf{g} = \mathbf{g}^M + \mathbf{g}^\phi, \quad \mathbf{g}^M = -\frac{c}{4\pi\Lambda} \mathbf{A}^M, \quad \mathbf{g}^\phi = \frac{c}{4\pi\Lambda} (\mathbf{S} - \mathbf{A}^\phi). \quad (4.9)$$

В отсутствие диполей исходное уравнение (4.5) сводится к уравнению для нормальной к пленке проекции магнитного поля $B_z^\phi = \{\nabla \times \mathbf{A}^\phi\}_z$ вида:

$$B_z^\phi - 2\Lambda \frac{\partial B_z^\phi}{\partial z} = \frac{\Phi_0}{2\pi} \partial_x \phi(x) \delta(y), \quad (4.10)$$

которое описывает распределенный джозефсоновский переход на стыке двух тонких СП пленок [413, 415]. Соответствующее распределение тока, возбуждаемое вихревым источником \mathbf{S} , определяется выражением:

$$\mathbf{g}^\phi = (g_x^\phi, g_y^\phi) = \frac{c}{4\pi\Lambda} (\mathbf{S} - \mathbf{A}^\phi)$$

Используя полученные в [413, 415] решения, можно выразить нормальную к переходу компоненту тока $J^\phi = g_y^\phi(x, 0)$ через Фурье-спектр $\phi(q) = \Lambda^{-1} \int dx \phi(x) \exp(iqx/\Lambda)$ разности фаз на переходе $\phi(x)$:

$$J^\phi = \frac{c\Phi_0}{4\pi^4\Lambda^2} \int dq e^{-iqx/\Lambda} q^2 \phi(q) R(q), \quad (4.11)$$

$$R(q) = \frac{\arctan\left(\sqrt{4q^2 - 1}/(1 + 2|q|)\right)}{\sqrt{4q^2 - 1}}. \quad (4.12)$$

Заметим, что связь между током через переход J^ϕ и разностью фаз на переходе $\phi(x)$ оказывается интегральной, что отражает сильное влияние медленно спадающих полей рассеяния [413].

Распределение векторного потенциала \mathbf{A}^M магнитных диполей в присутствии СП пленки без перехода можно определить, полагая $\mathbf{S} = 0$ в правой части уравнения (4.5). Рассмотрим прежде всего один магнитный диполь \mathbf{M} , расположенный на высоте h от поверхности пленки. Используя для решения преобразование Фурье, получим следующие выражения для продольной (\parallel) и поперечной (\perp) по отношению к направлению магнитного момента \mathbf{M} компонент экранирующего тока $\mathbf{g}^M = \mathbf{g}_\parallel^M + \mathbf{g}_\perp^M = -(c/4\pi\Lambda) \mathbf{A}^M$ в произвольной точке пленки (см. вставку к рис. 4.2):

$$g_\parallel^M = -\frac{cM}{4\pi\Lambda^3} \sin(2\alpha) \int_0^\infty du \frac{u^2 J_2(ur/\Lambda)}{1 + 2u} e^{-uh/\Lambda}, \quad (4.13)$$

$$g_\perp^M = \frac{cM}{4\pi\Lambda^3} \left\{ \cos(2\alpha) \int_0^\infty du \frac{u^2 J_2(ur/\Lambda)}{1 + 2u} e^{-uh/\Lambda} + \int_0^\infty du \frac{u(1+u)J_0(ur/\Lambda)}{1 + 2u} e^{-uh/\Lambda} - \frac{h\Lambda^2}{[r^2 + h^2]^{3/2}} \right\}, \quad (4.14)$$

где $J_{0,2}$ – функции Бесселя нулевого и второго порядков соответственно, а α – угол между направлением дипольного момента \mathbf{M} и радиус-вектором \mathbf{r} в плоскости пленки.

Данное решение легко обобщается на случай бесконечной цепочки одинаковых точечных магнитных диполей $\mathbf{M} = M_x \mathbf{x}_0 + M_y \mathbf{y}_0$, расположенных на расстоянии a друг от друга и произвольно ориентированных в плоскости пленки, как показано на рис. 4.2. Для

удобства в дальнейшем перейдем к безразмерным величинам, измеряя расстояния в единицах эффективной глубины проникновения Λ : $x, y, a, b, h \rightarrow x/\Lambda, y/\Lambda, a/\Lambda, b/\Lambda, h/\Lambda$. Учитывая периодичность и выбирая начало отсчета в месте расположения одного из диполей, представим распределение перпендикулярной к переходу компоненты экранирующего тока $J^M = g_y^M(x, 0)$ в виде ряда Фурье по пространственным гармоникам $q_a = 2\pi/a$

$$J^M(x) = -\frac{cM}{4\pi\Lambda^3} \sum_{n=1}^{\infty} \left[\mu_1 G_1^n \cos(nq_a x) - \mu_2 G_2^n \sin(nq_a x) \right], \quad (4.15)$$

где $\mu_1 = M_x/M$, $\mu_2 = M_y/M$, $M = \sqrt{M_x^2 + M_y^2}$, а амплитуды пространственных гармоник $G_{1,2}^n$ можно записать в виде:

$$G_1^n = \frac{4h q_a n}{a\sqrt{h^2 + b^2}} K_1 \left(nq_a \sqrt{h^2 + b^2} \right) \quad (4.16)$$

$$\begin{aligned} & -\frac{4}{a} \int_{nq_a}^{\infty} dq \left[\frac{q \cos \left(b\sqrt{q^2 - n^2 q_a^2} \right)}{(1+2q)\sqrt{q^2 - n^2 q_a^2}} + \frac{2 \sin \left(b\sqrt{q^2 - n^2 q_a^2} \right)}{b(1+2q)} \right] e^{-qh} \\ & + \frac{8b^2}{a} \int_0^{\infty} dv \frac{\cos(nq_a v)}{v^2 + b^2} \int_0^{\infty} dq \frac{q^2 J_2(q\sqrt{v^2 + b^2})}{1+2q} e^{-qh}, \\ G_2^n & = \frac{8b}{a} \int_0^{\infty} dv \frac{v \sin(nq_a v)}{v^2 + b^2} \int_0^{\infty} dq \frac{q^2 J_2(q\sqrt{v^2 + b^2})}{1+2q} e^{-qh}. \end{aligned} \quad (4.17)$$

Соответствующее распределение разности фаз на переходе $\phi^M(x)$, индуцируемое цепочкой магнитных диполей, может быть получено из условия равенства нулю полного тока через переход (4.7)

$$g_y(x, 0) = J^\phi(x) + J^M(x) = 0,$$

и также представлено в виде разложения в ряд Фурье:

$$\phi^M(x) = \frac{M}{\Phi_0 \Lambda} \sum_{n=1}^{\infty} \left[\mu_1 P_1^n \cos(nq_a x) - \mu_2 P_2^n \sin(nq_a x) \right], \quad (4.18)$$

$$P_{1,2}^n = \frac{\pi^2}{2n^2 q_a^2 R(nq_a)} G_{1,2}^n. \quad (4.19)$$

Таким образом, полученные формулы (4.16)-(4.19) определяют распределение калибровочно инвариантной разности фаз $\phi^M(x)$, создаваемое бесконечной цепочкой точечных магнитных диполей \mathbf{M} на джозефсоновском переходе между двумя тонкими СП пленками. На рис. 4.3 приведены распределения разности фаз $\phi^M(x)$ в переходе, вычисленные по (4.16-4.19), для двух ортогональных направлений дипольного момента магнитных частиц $\mathbf{M} \parallel \mathbf{x}_0$ ($\mu_1 = 1$, $\mu_2 = 0$) и $\mathbf{M} \perp \mathbf{x}_0$ ($\mu_1 = 0$, $\mu_2 = 1$) при различных расстояниях b между частицами и переходом. Для сравнения пунктиром показаны распределения разности фаз $\phi^0(x)$

$$\frac{d\phi^0}{dx} = \frac{4\pi\Lambda^2}{\Phi_0} B_z^0(x, 0, 0), \quad (4.20)$$

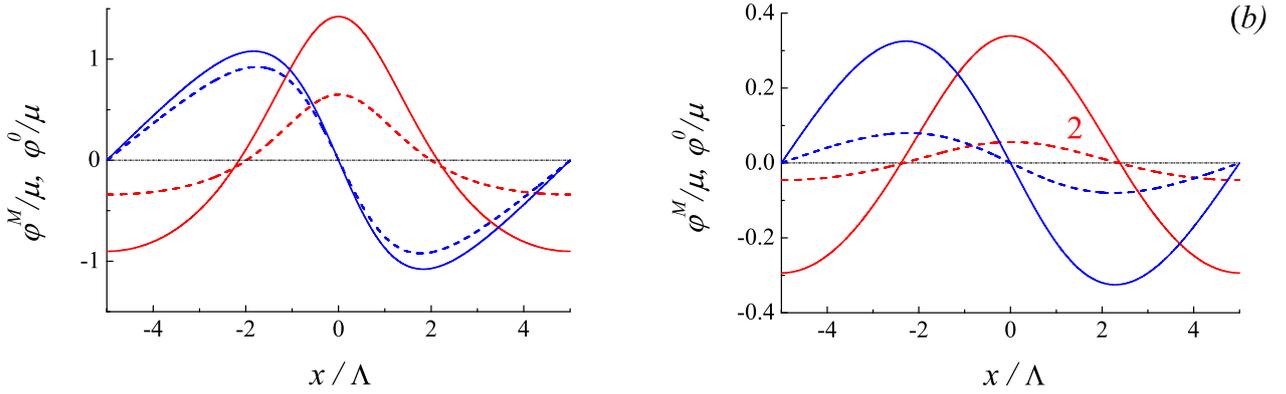


Рис. 4.3. Распределение разности фаз в переходе $\phi^M(x)$ для двух ортогональных направлений магнитного момента частиц (1. $\mathbf{M} \perp \mathbf{x}_0$; 2. $\mathbf{M} \parallel \mathbf{x}_0$) при различных расстояниях между частицами и переходом b . Для сравнения пунктиром показано распределение разности фаз $\phi^0(x)$. (a) $b/\Lambda = 2$; (b) $b/\Lambda = 4$. Остальные параметры: $W/\Lambda = 50$, $a/\Lambda = 10$, $h/\Lambda = 1$, $\mu = M/\Phi_0\Lambda$.

где магнитное поле диполей в области перехода $\mathbf{B}^0 = \nabla \times \mathbf{A}^0$ вычислено без учета влияния экранирующих токов в сверхпроводнике:

$$\mathbf{A}^0 = \sum_m [\mathbf{M} \times \mathbf{R}_m] / R_m^3, \quad (4.21)$$

$$\mathbf{R}_m = (x - ma)\mathbf{x}_0 + (y + b)\mathbf{y}_0 + (z - h)\mathbf{z}_0.$$

Легко видеть, что распределения $\phi^M(x)$ и $\phi^0(x)$ сильно отличаются друг от друга, а заметное влияние магнитных частиц на переход сохраняется на гораздо больших расстояниях $r = \sqrt{b^2 + h^2}$, чем можно было бы ожидать из простых оценок (4.20, 4.21). Это объясняется медленным спаданием плотности экранирующего тока в сверхпроводнике и тангенциальной к поверхности СП пленки компоненты магнитного поля при удалении от магнитного диполя. Отличия распределений $\phi^M(x)$ и $\phi^0(x)$ особенно существенны, если расстояние между магнитными частицами и переходом велико ($b > \Lambda$).

Ток через джозефсоновский переход зависит как от разности фаз $\phi^M(x)$, создаваемой неоднородным магнитным полем частиц, так и от величины внешнего однородного магнитного поля H , приложенного перпендикулярно поверхности СП пленки. Если считать, что внутри контакта внешнее поле постоянно и равно по величине γH , где γ – безразмерный размагничивающий фактор [416, 417], то распределение разности фаз в переходе можно записать в виде:

$$\phi(x) = \phi^M(x) + px, \quad p = \frac{4\pi\Lambda^2}{\Phi_0} \gamma H \quad (4.22)$$

Полагая, что плотность джозефсоновского тока j_c однородна по сечению, полный ток I через

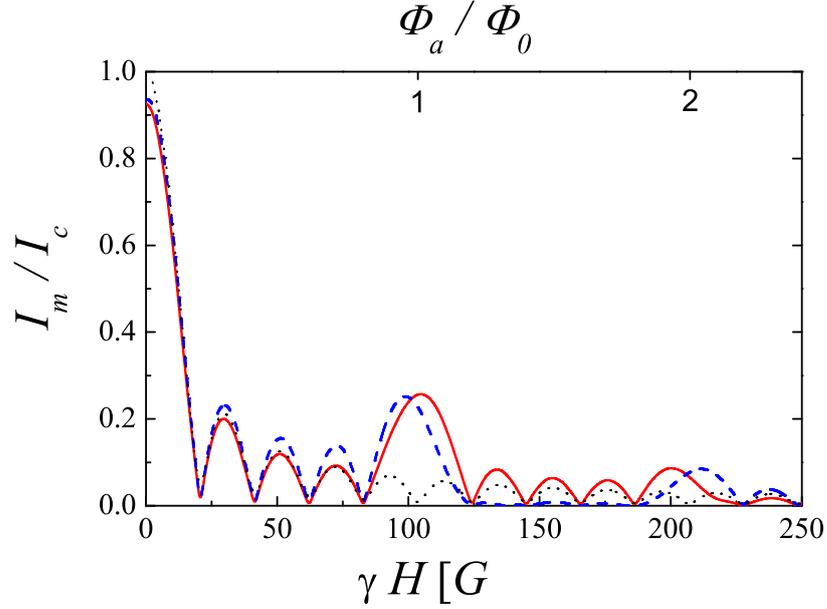


Рис. 4.4. Зависимость максимального тока через переход I_m от величины эффективного внешнего поля γH_0 для двух ортогональных направлений магнитного момента \mathbf{M} бесконечной цепочки частиц: сплошная линия соответствует $\mathbf{M} \parallel \mathbf{x}_0$; штриховая – $\mathbf{M} \perp \mathbf{x}_0$. Пунктиром показана зависимость максимального сверхтока в отсутствие магнитных частиц. Остальные параметры: $W/\Lambda = 50$, $a/\Lambda = 10$, $h/\Lambda = 1$, $\mu = 50$ ($\Lambda = 0.1 \mu\text{m}$, $M = 10^{-10} \text{erg/l}$), $I_c = j_c d\Lambda$, $\Phi_a = \gamma H(2\Lambda a)$.

переход шириной $W = w\Lambda$, определяется выражением:

$$I = I_c \int_{-w/2}^{w/2} dx \sin(\phi(x) + \varphi_0), \quad (4.23)$$

где $I_c = j_c d\Lambda$ – критический ток контакта, а параметр φ_0 зависит от величины внешнего тока через переход. Нахождение максимального тока через джозефсоновский контакт сводится к определению значения параметра φ_0 , при котором интеграл (4.23) принимает максимальное значение. На рис. 4.4 представлены зависимости максимального джозефсоновского тока через переход I_m от величины эффективного внешнего поля γH_0 для двух ортогональных направлений дипольного момента \mathbf{M} бесконечной цепочки частиц. Для сравнения пунктиром показана зависимость максимального сверхтока через джозефсоновский переход от внешнего поля в отсутствие магнитных частиц. Магнитное поле ΔH_0 , соответствующее периоду "дифракционной структуры определяется шириной перехода W [1]:

$$\Delta(\gamma H) = \frac{\Phi_0}{2\Lambda W}.$$

В том случае, если джозефсоновский переход помещен в периодическое поле магнитных частиц, то зависимость $I_m(\gamma H)$ меняется качественно: появляются дополнительные максиму-

мы, ширина которых равна ширине основного максимума, а положение определяется условием резонанса пространственной волны джозефсоновского тока $j \sim \sin(px)$ и периодического распределения разности фаз $\phi^M(x)$, создаваемой частицами в переходе:

$$p = q_a n,$$

где n – целое. Из последнего равенства легко получить, что дополнительные максимумы возникают, когда магнитный поток Φ_a эффективного поля γH_0 через элементарную ячейку $S_a = 2\Lambda \times a$ равен целому числу квантов магнитного потока Φ_0 (см. рис.4.4):

$$\Phi_a = n\Phi_0, \quad \Phi_a = \gamma H S_a. \quad (4.24)$$

Аналогичные эффекты соизмеримости наблюдались экспериментально при изучении влияния периодических дефектов на критический ток длинного джозефсоновского перехода во внешнем магнитном поле в [391].

Используемое предположение об однородности эффективного поля γH внутри контакта имеет ограниченную применимость для рассматриваемой здесь пленочной геометрии с большим размагничивающим фактором [418]. Неоднородность внешнего поля в области перехода в первую очередь проявляется в окрестности нулей $I_m(H)$ и может заметно исказить зависимость максимального тока контакта от поля. Однако эффекты соизмеримости, следствием которых является появление дополнительных максимумов, будут иметь место и в этом случае.

4.2. Джозефсоновский переход в поле одиночной магнитной частицы

В данном разделе теоретически изучены свойства гибридной системы ферромагнетик–сверхпроводник, состоящей из джозефсоновского перехода с поперечной (overlap) геометрией, помещенного в неоднородное магнитное поле ферромагнитной частицы, расположенной на тонком верхнем сверхпроводящем электроде контакта, как показано на рис. 4.5а. Выполнены расчеты распределения джозефсоновской разности фаз в переходе, вызванного формированием в тонком сверхпроводящем электроде пары вихрей Абрикосова противоположного направления, положение которых определяется размером и намагниченностью частицы. Изучено влияние создаваемой вихрями мелкомасштабной фазовой модуляции на джозефсоновскую энергию перехода и на соотношение между плотностью джозефсоновского тока и разностью фаз на переходе. Показано, что соответствующее минимуму энергии равновесное значение разности фаз зависит от положения и размера пары вихрь–антивихрь в контакте, и может изменяться в широких пределах от 0 до π . Обсуждаются возможности создания джозефсоновского φ –контакта на основе такой гибридной FS структуры.

Рассмотрим механизм формирования неоднородного распределения разности фаз в коротком джозефсоновском переходе с квадратным ($W \times W$) поперечным сечением в поле однодоменной ферромагнитной частицы, однородно намагниченной в плоскости контакта (рис. 4.5а). Электроды контакта представляют собой длинные ($L \gg W$) перекрывающиеся полоски сверхпроводника второго рода с толщиной $D \gtrsim 2\lambda$ (нижний), $d \ll \lambda$ (верхний) и отделены от магнитной частицы тонким изолирующим слоем, что исключает эффект близости между сверхпроводником и ферромагнетиком. Для простоты будем считать, что поперечные размеры контакта W малы по сравнению как с джозефсоновской глубиной проникновения $\lambda_J = \sqrt{c\Phi_0/8\pi^2 \Lambda_m j_c}$, так и с эффективной (пирловской) длиной экранировки в тонкой сверхпроводящей пленке $\Lambda = \lambda^2/d$

$$\lambda \ll W \ll \Lambda, \lambda_J, \quad (4.25)$$

где j_c – плотность критического тока перехода, $\Lambda_m = d_i + \lambda + \lambda \operatorname{cth}(d/\lambda) \simeq \Lambda$ – магнитная толщина перехода [395], λ – лондоновская глубина проникновения магнитного поля, d_i – толщина барьера между сверхпроводящими слоями. Поскольку магнитное поле частицы практически не экранируется верхним электродом и проникает в нижний электрод контакта, индуцируя в нем токи, параллельные плоскости перехода, калибровочно-инвариантная разность фаз в

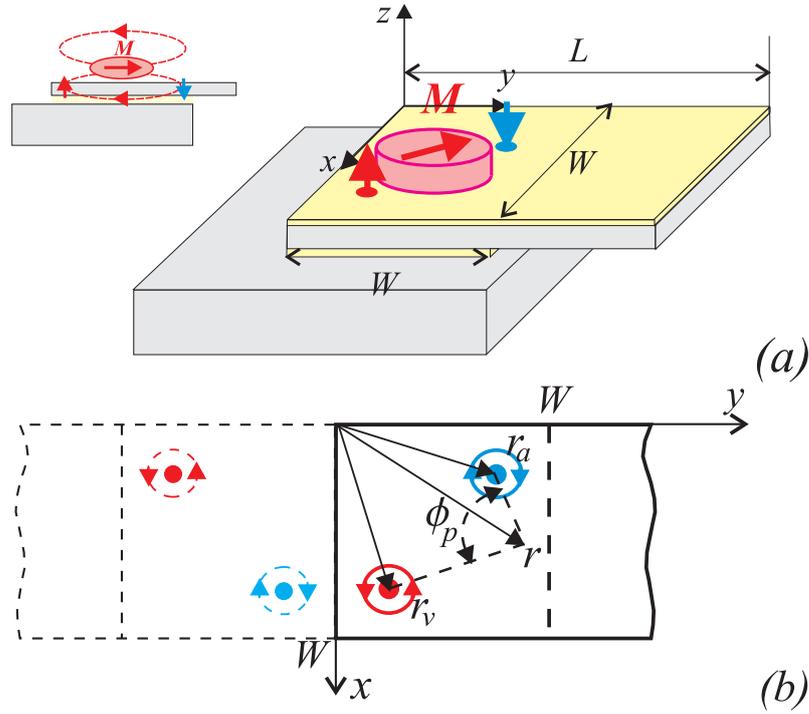


Рис. 4.5. (а) Схематичное изображение джозефсоновского контакта с ферромагнитной частицей. Переход ($W \times W$) занимает часть сверхпроводящих электродов ($L \gg W$) в области их перекрытия. Пара вихрь–антивихрь показана вертикальными стрелками у противоположных полюсов однородно намагниченной частицы. На вставке качественно показана структура полей рассеяния магнитной частицы и пары противоположно направленных вихрей Абрикосова, которые захвачены в верхнем электроде контакта. (b) Положение вихря \mathbf{r}_v и антивихря \mathbf{r}_a в верхнем электроде контакта. Разность фаз ϕ_p определяется углом между векторами, соединяющими произвольную точку \mathbf{r} с положениями вихрей $\mathbf{r}_{a,v}$ на плоскости перехода. Тонкой пунктирной линией показаны изображения вихря и антивихря, которые необходимо добавить, чтобы обеспечить отсутствие тока на границе $y = 0$.

переходе определяется выражением

$$\phi(\mathbf{r}) = \theta^b(\mathbf{r}) - \theta^t(\mathbf{r}) + \frac{2\pi}{\Phi_0} \int_b^t dz A_z(\mathbf{r}). \quad (4.26)$$

Здесь $\theta^b(\mathbf{r})$ и $\theta^t(\mathbf{r})$ описывают распределения фазы сверхпроводящего параметра порядка в нижнем и верхнем электродах контакта, соответственно; $\mathbf{r} = (x, y)$ – радиус–вектор в плоскости перехода; A_z – перпендикулярная к плоскости перехода компонента векторного потенциала $\mathbf{A} = \mathbf{A}_{\parallel} + A_z \mathbf{z}_0$; и $\Phi_0 = \pi \hbar c / |e|$ – квант магнитного потока. Чтобы избежать возникновения особенности в распределении \mathbf{A} при $d \rightarrow 0$, удобно выбрать калибровку векторного потенциала $A_z = 0$. При таком выборе калибровки распределение разности фаз в переходе $\phi(\mathbf{r})$ (4.26) определяется только распределениями фаз параметра порядка $\theta^b(\mathbf{r})$ и $\theta^t(\mathbf{r})$ в сверхпроводящих электродах. Если в обоих электродах отсутствуют вихри Абрикосова, то можно

положить $\theta^t = \theta^b = 0$, что немедленно означает $\phi(\mathbf{r}) = 0$ и отсутствие какого-либо влияния магнитной частицы на протекание сверхтока через контакт. Тот же результат получается, если вихрь Абрикосова пронизывает оба электрода перпендикулярно плоскости перехода без искривления вихревой нити [160–162]: $\phi(\mathbf{r}) = \theta^t(\mathbf{r}) - \theta^b(\mathbf{r}) \equiv 0$. В этих простых рассуждениях мы пренебрегли влиянием на критический ток контакта малой области керна вихря Абрикосова, где модуль параметра порядка подавлен, полагая, что длина когерентности в сверхпроводнике ξ существенно меньше всех остальных характерных масштабов $\xi \ll \lambda$ и вкладом этой области можно пренебречь [161]. Таким образом, если пренебречь слабым воздействием полей рассеяния от магнитных частиц, проникающих в барьер извне, через края перехода, то для возникновения нетривиальной калибровочно-инвариантной разности фаз $\phi(\mathbf{r}) \neq 0$ необходимо, чтобы конфигурации и/или положение вихрей Абрикосова в верхнем и нижнем электродах контакта отличались бы друг от друга [159–162, 419]. В соответствии с представлениями [420], каждая однородно намагниченная в плоскости перехода частица может создать в верхнем электроде пару вихрей противоположного направления, так что вихрь располагается у отрицательного, а антивихрь – у положительного полюсов микромагнита (см. рис. 4.5а). Полагая, что расстояние между вихрем и антивихрем $|\mathbf{r}_v - \mathbf{r}_a| = 2a$ заметно превышает длину когерентности ξ , мы будем учитывать в дальнейшем только электродинамический механизм подавления критического тока вихрями Абрикосова, возникающий из-за координатной зависимости калибровочно-инвариантной разности фаз $\phi(\mathbf{r})$ [161]. Здесь вектора $\mathbf{r}_v = (x_v, y_v)$ и $\mathbf{r}_a = (x_a, y_a)$ задают положение вихря и антивихря, соответственно. При отсутствии вихрей в нижнем электроде контакта ($\theta^b = 0$), разность фаз $\phi(\mathbf{r})$ зависит только от распределения фазы сверхпроводящего параметра порядка $\theta^t(\mathbf{r})$ в верхнем электроде. Из-за захваченных вихрей этот сверхпроводящий электрод становится многосвязанной областью, а топологические особенности распределения

$$\phi(\mathbf{r}) = -\theta^t(\mathbf{r}) \quad (4.27)$$

определяются только положением и полярностью вихрей.

4.2.1. Основные уравнения

Для простейшей синусоидальной зависимости плотности сверхтока через джозефсоновский контакт $j = j_c \sin \varphi$, распределение калибровочно-инвариантной разности фаз $\phi(\mathbf{r})$ в переходе описывается следующим уравнением [1, 406]:

$$\Delta \phi = \lambda_J^{-2} \sin \phi, \quad (4.28)$$

где $\Delta = \partial_x^2 + \partial_y^2$ – двумерный оператор Лапласа. Принимая во внимание малость размеров контакта ($W \ll \lambda_J$) и пренебрегая правой частью в уравнении (4.28), разность фаз $\phi(\mathbf{r})$ в переходе описывается двумерным уравнением Лапласа [90, 161, 162]:

$$\Delta\phi = 0. \quad (4.29)$$

Топологические особенности распределения фазы параметра порядка, вызванные присутствием сингулярностей, можно учесть, фиксируя циркуляцию $\theta^t(\mathbf{r})$ в окрестности точек $\mathbf{r}_{a,v}$:

$$\text{rot}_z(\nabla\phi) = 2\pi \sum_k [\delta(\mathbf{r} - \mathbf{r}_a^k) - \delta(\mathbf{r} - \mathbf{r}_v^k)]. \quad (4.30)$$

Если $W \ll \Lambda$, то векторный потенциал мал: $|\mathbf{A}_{\parallel}|/\Phi_0 \sim \Lambda^{-1} \ll |\nabla\theta^t| \sim 2\pi/W$, и плоскостной ток в верхнем электроде

$$\mathbf{g}^t = -\frac{c\Phi_0}{8\pi^2\Lambda} \left(\nabla\theta^t + \frac{2\pi}{\Phi_0} \mathbf{A}_{\parallel} \right) \quad (4.31)$$

определяется в основном градиентным членом: $\mathbf{g}^t \sim \nabla\theta^t \sim \nabla\phi$. На краях верхнего электрода ($x = 0, W; y = 0$) нормальная к границам компонента тока \mathbf{g}^t должна обращаться в нуль. Соответствующие этому требованию граничные условия для уравнений (4.29,4.30) имеют вид:

$$\left. \partial_x\phi \right|_{x=0,W} = 0, \quad \left. \partial_y\phi \right|_{y=0} = 0. \quad (4.32)$$

Кроме того, локальная фазовая неоднородность, вызванная присутствием пары вихрь–анти-вихрь в верхнем электроде, должна исчезать на расстояниях, заметно превышающих размер пары $2a$. Для полубесконечной в направлении y полоски сверхпроводника получим еще одно условие

$$\phi(x, y) = 0, \quad \text{for } y \rightarrow \infty, \quad (4.33)$$

которому должна удовлетворять искомая функция $\phi(x, y)$.

Для постоянной величины j_c и простейшей синусоидальной зависимости плотности сверхтока через контакт $j = j_c \sin \varphi$, основное состояние джозефсоновского перехода с магнитной частицей соответствует минимуму энергии

$$E_J(\varphi) = \frac{\hbar I_c}{2e} - \frac{\hbar j_c}{2e} \int_{S_J} d\mathbf{r} \cos(\varphi + \phi(\mathbf{r})), \quad (4.34)$$

где $S_J : (0 \leq x, y \leq W)$ – площадь перехода, и $I_c = j_c S_J$. Ток–фазовое соотношение для перехода

$$I_s(\varphi) = j_c \int_{S_J} d\mathbf{r} \sin(\varphi + \phi(\mathbf{r})), \quad (4.35)$$

определяет фазовый сдвиг, который зависит от вида распределения $\phi(\mathbf{r})$. Равновесное распределение калибровочно-инвариантной разности фаз $\phi_e(\mathbf{r}) = \phi(\mathbf{r}) + \varphi_0$, соответствующее минимуму энергии Джозефсона (4.34) определяется аддитивной константой

$$\varphi_0 = -\arctan(S_\phi/C_\phi), \quad (4.36)$$

которая зависит от неоднородного распределения разности фаз $\phi(\mathbf{r})$ в переходе, т.е. от расположения вихрей Абрикосова, создаваемых магнитной частицей:

$$C_\phi = \int_{S_J} d\mathbf{r} \cos \phi(\mathbf{r}), \quad S_\phi = \int_{S_J} d\mathbf{r} \sin \phi(\mathbf{r}). \quad (4.37)$$

Таким образом, меняя магнитное состояние частицы и, тем самым, изменяя распределение $\phi(\mathbf{r})$ можно модифицировать ток-фазовую зависимость джозефсоновского контакта в такой гибридной FS структуре:

$$I_s(\varphi) = j_c \int_{S_J} d\mathbf{r} \sin(\varphi + \phi(\mathbf{r})) = I_c \sin(\varphi - \varphi_0). \quad (4.38)$$

4.2.2. Распределение разности фаз в переходе с вихрями

Чтобы проиллюстрировать возможность модификации ток-фазовой зависимости найдем распределение разности фаз $\phi(\mathbf{r})$, которая возникает из-за присутствия в электроде единственной пары вихрь-антивихрь, расположенных в точках $\mathbf{r}_{v,a} = (x_{v,a}, y_{v,a})$. Если для простоты пренебречь влиянием краев перехода, то решение уравнения Лапласа (4.29), обеспечивающее требуемую циркуляцию фазы (4.30), можно представить в виде суперпозиции двух точечных вихрей с противоположной завихренностью

$$\phi(\mathbf{r}) = \phi_p(\mathbf{r}), \quad \phi_p(\mathbf{r}) = \theta_a(\mathbf{r}) - \theta_v(\mathbf{r}). \quad (4.39)$$

Распределение фазы параметра порядка $\theta_{v,a}(\mathbf{r})$ в точечном вихре (антивихре) определяется полярным углом, указывающим направление от оси вихря $\mathbf{r}_{v,a}$ к выбранной точке \mathbf{r} (см. рис. 4.5b):

$$\theta_{v,a}(\mathbf{r}) = \arctan\left(\frac{y - y_{v,a}}{x - x_{v,a}}\right). \quad (4.40)$$

Очевидно, что $\phi_p(\mathbf{r}) \rightarrow 0$ для $|\mathbf{r}| \gg |\mathbf{r}_{v,a}|$, поэтому решение (4.39), (4.40) удовлетворяет граничному условию (4.33). Рисунок 4.6 качественно показывает распределение разности фаз $\phi_p(\mathbf{r})$, создаваемое парой противоположных вихрей, захваченных в электроде контакта. Темным цветом показана область в центре перехода, где $\pi/2 < \phi_p < 3\pi/2$ и $\cos \phi_p < 0$. Эта часть перехода дает дополнительный положительный вклад в джозефсоновскую энергию (4.34),

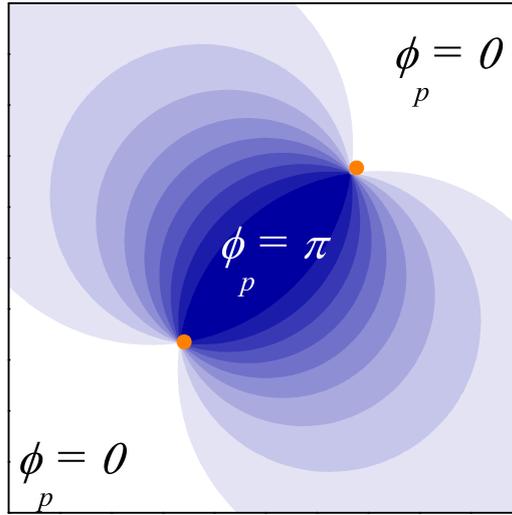


Рис. 4.6. Распределение $\cos(\phi_p(\mathbf{r}))$ (4.39),(4.40), создаваемое парой вихрь–антивихрь в переходе. Темным цветом показана область в центре перехода, где $\pi/2 < \phi_p < 3\pi/2$ и $\cos \phi_p < 0$. Положение вихря (антивихря) показаны яркими точками.

вызванный присутствием пары вихрь–антивихрь, и этот вклад растет с увеличением межвихревого расстояния $p = |\mathbf{r}_v - \mathbf{r}_a|$. Для того, чтобы учесть граничные условия (4.32), удобно представить искомое решение в виде

$$\phi(\mathbf{r}) = \phi_p(\mathbf{r}) + \phi'_p(\mathbf{r}) + \psi(\mathbf{r}). \quad (4.41)$$

где $\phi'_p(\mathbf{r}) = \theta'_v(\mathbf{r}) - \theta'_a(\mathbf{r})$ – распределение фаз, создаваемое изображениями вихрей, показанными на рис. 4.5b,

$$\theta'_{v,a}(\mathbf{r}) = \arctan\left(\frac{y + y_{v,a}}{x - x_{v,a}}\right), \quad (4.42)$$

а $\psi(\mathbf{r})$ – решение уравнения Лапласа

$$\Delta \psi = 0 \quad (4.43)$$

в неограниченной по координате y сверхпроводящей полоске ($0 \leq x \leq W$, $|y| < \infty$) со следующими граничными условиями на ее границах при $x = 0, W$):

$$\left. \partial_x \psi \right|_{x=0,W} = -\left. \partial_x (\phi_p + \phi'_p) \right|_{x=0,W} : \quad (4.44)$$

Окончательное решение уравнений (4.43,4.44) имеет вид:

$$\begin{aligned} \psi(x, y) = & \frac{1}{\pi} \int_{-\infty}^{+\infty} du \left[\frac{y_v(u^2 - r_v^2)}{(r_v^2 + u^2)^2 - 4y_v^2 u^2} - \frac{y_a(u^2 - r_a^2)}{(r_a^2 + u^2)^2 - 4y_a^2 u^2} \right] \times \\ & \ln \left[\operatorname{ch} \left(\pi \frac{y - u}{W} \right) - \cos \left(\pi \frac{x}{W} \right) \right] \\ & - \frac{1}{\pi} \int_{-\infty}^{+\infty} du \left[\frac{y_v(u^2 - p_v^2)}{(p_v^2 + u^2)^2 - 4y_v^2 u^2} - \frac{y_a(u^2 - p_a^2)}{(p_a^2 + u^2)^2 - 4y_a^2 u^2} \right] \times \\ & \ln \left[\operatorname{ch} \left(\pi \frac{y - u}{W} \right) + \cos \left(\pi \frac{x}{W} \right) \right], \end{aligned} \quad (4.45)$$

где

$$r_{v,a}^2 = x_{v,a}^2 + y_{v,a}^2, \quad p_{v,a}^2 = (W - x_{v,a})^2 + y_{v,a}^2.$$

Таким образом, выражения (4.39)-(4.42), (4.45) описывают распределение калибровочно-инвариантной разности фаз в переходе $\phi(\mathbf{r})$, сформированной парой противоположных вихрей Абрикосова, захваченных в тонком верхнем электроде джозефсоновского контакта.

Образование вихрей Абрикосова в электродах, как известно, оказывает существенное влияние на критический ток джозефсоновского контакта [160, 161, 419]. Если параллельно плоскости перехода дополнительно к полю магнитной частицы приложено внешнее однородное магнитное поле $\mathbf{H} = H_x \mathbf{x}_0 + H_y \mathbf{y}_0$, то распределение калибровочно-инвариантной разности фаз $\phi(\mathbf{r}, \mathbf{H})$ в контакте можно записать в виде:

$$\phi(\mathbf{r}, \mathbf{H}) = \phi(\mathbf{r}) - \frac{2\pi\Lambda}{\Phi_0} [\mathbf{H} \times \mathbf{r}]_z + \varphi_0, \quad (4.46)$$

где $\phi(\mathbf{r})$ – создаваемая вихрями джозефсоновская разность фаз, а φ_0 – константа интегрирования, зависящая от величины протекающего через контакт тока [1]. Зависимость критического тока через переход от внешнего магнитного поля $I_c(\mathbf{H})$ определяется хорошо известным выражением [394]:

$$I_c(\mathbf{H}) = j_c \left| \int_{S_J} d\mathbf{r} \exp [i\phi(\mathbf{r}, \mathbf{H})] \right|. \quad (4.47)$$

На рисунке 4.7 приведены типичные полевые зависимости критического тока через переход $I_c(\mathbf{H})$ для нескольких значений отношения p/W размера пары вихрь-антивихрь к ширине перехода. Легко видеть, что положение главных максимумов и их относительная высота сильно зависят от расположения вихрей в электроде, что позволяет также использовать подобную гибридную систему для изучения образования и пиннинга вихрей в поле магнитной частицы.

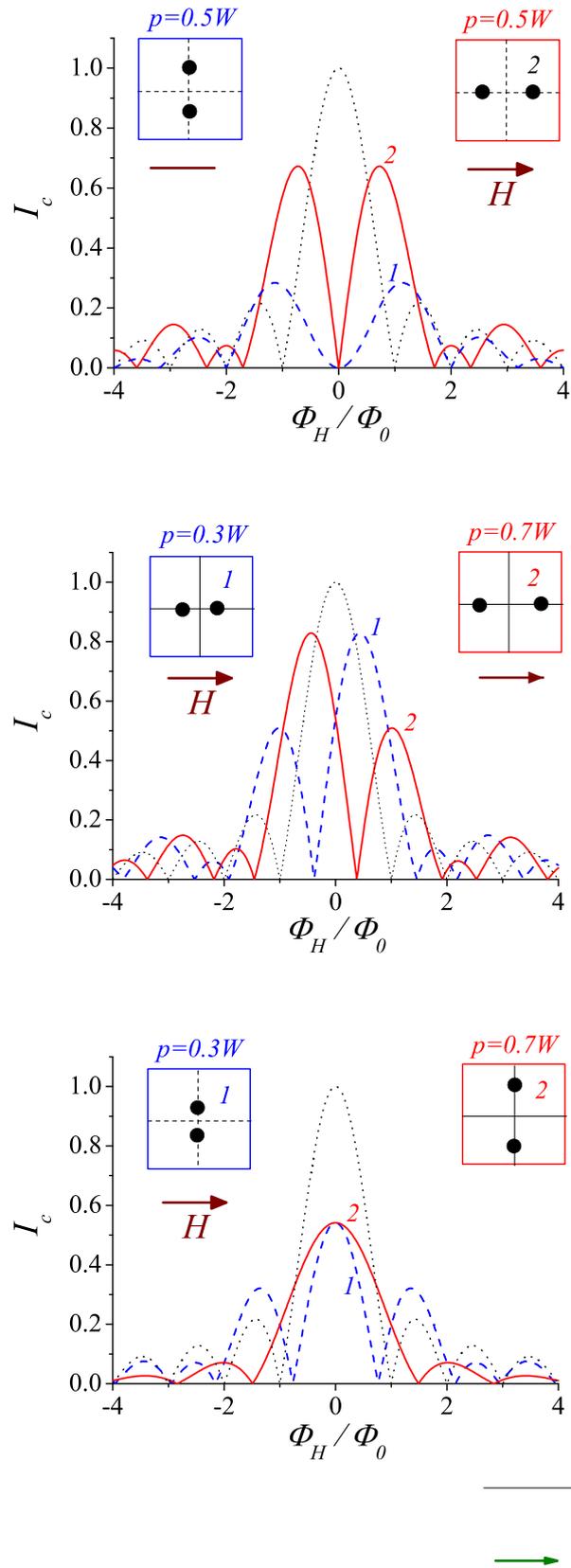


Рис. 4.7. Типичные зависимости критического тока $I_c(\mathbf{H})$ от внешнего поля H для перехода с квадратным сечением $W \times W$ для различного расположения вихрей в электроде: (а) $p/W = 0.5$; (b,c) $p/W = 0.3, 0.7$. Для сравнения пунктирной линией показана зависимость $I_c(\mathbf{H})$ для перехода при отсутствии вихрей. На вставках схематично показано расположение вихрей в электроде контакта.

4.2.3. Основное состояние джозефсоновского контакта с магнитной частицей

Калибровочно-инвариантная разность фаз в переходе $\phi_p(\mathbf{r})$, описываемая выражениями (4.39)-(4.42),(4.45) определена с точностью до аддитивной константы φ_0 (4.36), (4.37), которая устанавливает разность фаз между электродами контакта далеко от области фазовой неоднородности. Как легко видеть из рис. 4.6, переход состоит из двух неравных по площади областей: 0-области, где $\cos \phi_p \geq 0$ ($|\phi(\mathbf{r})| < \pi/2$) и π -области ($\pi/2 < \phi(\mathbf{r}) < 3\pi/2$), где $\cos \phi_p < 0$, т.е. фактически является асимметричным 0 – π -переходом [153, 392]. Для малых расстояний между вихрями, π -область занимает лишь малую часть перехода, и присутствие вихрей незначительно увеличивает энергию Джозефсона E_J (4.34). В результате устанавливается обычное ($\varphi_0 \simeq 0$) основное состояние контакта, энергия E_J которого растет с увеличением расстояния p . С увеличением размера пары p , площадь π -области увеличивается, и бóльшая часть перехода оказывается в энергетически невыгодном π -состоянии. Добавление к исходному распределению $\phi_p(\mathbf{r})$ дополнительного фазового сдвига $\varphi_0 = \pi$ меняет местами 0- и π -области, эффективно уменьшая, тем самым, энергию контакта. Данное простое качественное рассмотрение демонстрирует возможность установления π состояния джозефсоновского контакта в изучаемой гибридной FS структуре. Конечно, условия реализации подобного состояния, критический размер пары p^* , при котором происходит $0 \rightleftharpoons \pi$ переход контакта, существенно зависят от конкретного устройства FS гибрида: формы и дизайна перехода и электродов, размера и положения магнитной частицы на электроде контакта, ее намагниченности и т.д. (см. для иллюстрации рис. 4.9).

Более детальный анализ условий установления основного состояния с произвольной отличной от нуля разностью фаз φ_0 и ток-фазовой зависимости перехода с магнитной частицей выполним на простейшем примере короткого джозефсоновского контакта верхним электродом которому служит тонкая ($d \ll \lambda$) и узкая ($W \ll \Lambda$) полоска сверхпроводника. В нулевом внешнем магнитном поле распределение джозефсоновской разности фаз в переходе $\phi(\mathbf{r})$ описывается формулами (4.39)-(4.42),(4.45). Для определенности и простоты будем считать, что вихрь и антивихрь расположены симметрично относительно центра перехода $x_0 = y_0 = W/2$:

$$x_v + x_a = W, \quad y_v + y_a = W.$$

На рис. 4.8 приведены зависимости средней разности фаз φ_0 (4.36) и джозефсоновской энергии $E_J(\varphi_0)$ (4.34) от угла поворота пары вихрь-антивихрь

$$\alpha = \arctan \left(\frac{y_v - y_a}{x_v - x_a} \right)$$

относительно направления оси x (см. рис. 4.5b). Как легко видеть, средняя разность фаз φ_0

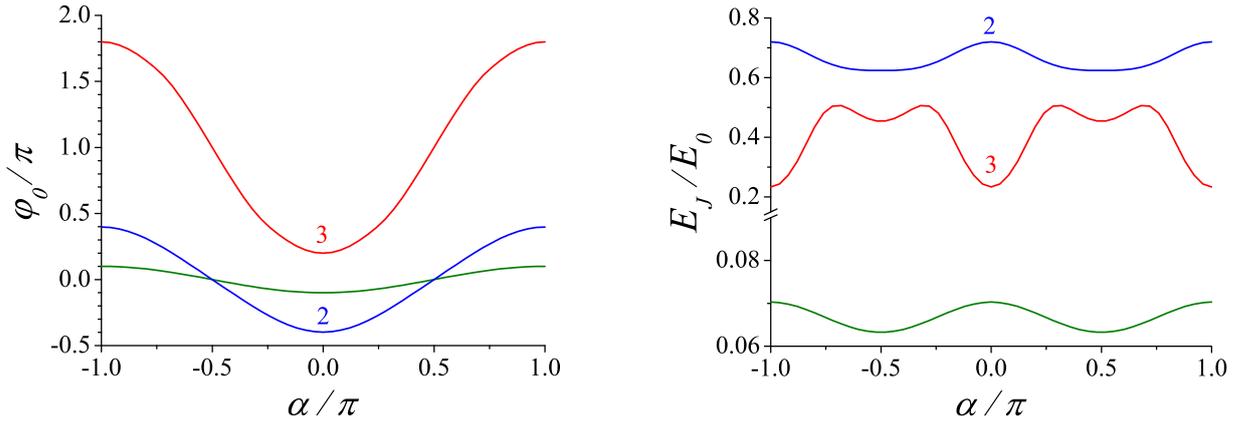


Рис. 4.8. Зависимость средней разности фаз φ_0 (a) и джозефсоновской энергии $E_J(\varphi_0)$ (b) в основном состоянии от угла поворота пары вихрь–антивихрь α для нескольких значений от размера пары вихрь–антивихрь p : 1. $p/W = 0.1$; 2. $p/W = 0.4$; 3. $p/W = 0.8$ ($E_0 = \hbar I_C/2e$).

зависит от расположения вихрей, что означает возможность изменения ток–фазовой зависимости контакта при перемагничивании частицы. Диапазон изменения φ_0 зависит от размера пары вихрь–антивихрь p . Если $p \ll W$ (кривая 1 на Рис. 4.8), то область фазовой неоднородности занимает лишь незначительную часть перехода, и присутствие пары противоположных вихрей в верхнем электроде практически не влияет на свойства контакта. Значение φ_0 в этом случае незначительно меняется в окрестности $\varphi_0 = 0$ при изменении ориентации пары, а контакт демонстрирует обычные свойства 0-перехода: основное состояние реализуется при почти нулевой разности фаз между электродами. С увеличением расстояния между вихрями p , область, где джозефсоновская разность фаз $\phi(\mathbf{r})$ заметно отличается от нуля расширяется, и φ_0 может принимать практически любое значение в диапазоне $\pm\pi/2$ в зависимости от угла α (кривая 2 на Рис. 4.8). При этом джозефсоновская энергия $E_J(\varphi_0)$ растет с увеличением p из-за расширения области, в которой $\cos \phi(\mathbf{r}) < 0$. При дальнейшем увеличении размера пары ($p \geq p^* > W/2$) контакт переходит в новое основное состояние, типичное для π -контактов: значение средней разности фаз φ_0 меняется около значения $\varphi_0 = \pi$ (кривая 3 на Рис. 4.8).

Рисунок 4.9 иллюстрирует зависимость энергии контакте $E_J^{0,\pi}$ и средней разности фаз φ_0 от расстояния p между вихрями при заданной ориентации пары вихрь–антивихрь в переходе $\alpha = \pi/2$. При малых $p \ll W/2$ доля π -области в переходе мала, в результате устанавливается обычное основное состояние контакта с $\varphi_0 \simeq 0$. С увеличением размера пары p площадь энергетически невыгодной π -области в центральной части перехода растет, что сопровождается увеличением энергии $E_J^0(p)$, соответствующей состоянию с $\varphi_0 = 0$. Рассмотрим сопряженное распределение разности фаз ϕ_p^* , отличающегося от исходного только сдвигом

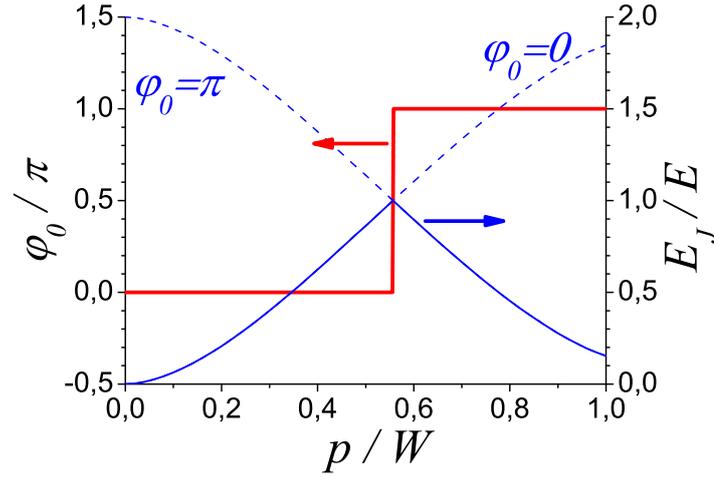


Рис. 4.9. Зависимость усредненной разности фаз φ_0 (4.36),(4.37) и энергии Джозефсона E_J (4.34) основного состояния от размера пары вихрь–антивихрь p . Точками показаны зависимости $E_J^0(p)$ и $E_J^\pi(p)$ для $\varphi_0 = 0, \pi$, соответственно: $E_J = \min\{E_J^0, E_J^\pi\}$ ($E_0 = \hbar I_c/2e$).

на π : $\phi_p^*(\mathbf{r}) = \phi_p(\mathbf{r}) + \pi$. При отсутствии в переходе вихрей такое π состояние соответствует максимуму энергии Джозефсона E_J^π (4.34) и, поэтому, не реализуется. Однако появление в переходе пары вихрь–антивихрь сопровождается уменьшением энергии E_J^π сопряженного состояния ϕ_p^* . Пересечение термов $E_J^0(p)$ и $E_J^\pi(p)$ при $p = p^* \simeq 0.56 W$ и соответствует переходу джозефсоновского контакта из обычного $\varphi_0 = 0$ ($p < p^*$) в π состояние $\varphi_0 = \pi$ ($p > p^*$). Как уже отмечалось, критический размер пары p^* зависит от конкретного дизайна перехода и магнитной частицы.

На рисунке 4.10 приведены результаты расчетов равновесного распределения разности фаз в плоскости перехода $\phi(\mathbf{r}) + \varphi_0$ для джозефсоновского контакта, в верхнем электроде которого сформирована пара вихрь–антивихрь. Если расстояние между вихрями не превышает критического значения ($p < p^*$) устанавливается обычное основное состояние, для которого аддитивный фазовый сдвиг отсутствует: $\varphi_0 = 0$ (рис. 4.10а). В этом случае джозефсоновская разность фаз между электродами контакта φ равна нулю, если сверхток через контакт не течет. При превышении расстояния между вихрями p своего критического значения p^* , состояние с минимальной энергией Джозефсона достигается при дополнительном фазовом сдвиге $\varphi_0 = \pi$ (рис. 4.10б). Это сопровождается таким же фазовым сдвигом джозефсоновской разности фаз между электродами контакта $\varphi = \pi$ в отсутствие сверхтока через контакт.

Оценим теперь возможности экспериментального наблюдения влияния магнитного поля частицы на критический ток и ток–фазовую характеристику джозефсоновского контакта.

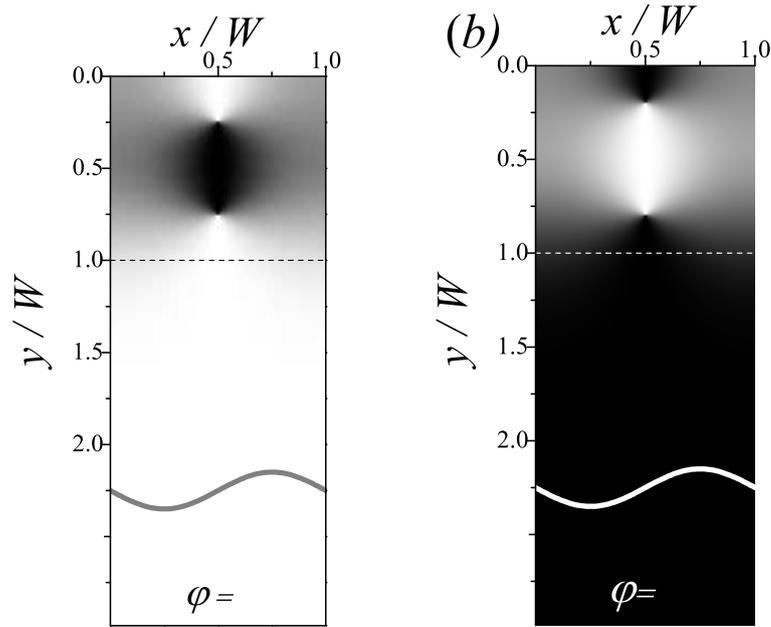


Рис. 4.10. Распределение $\cos(\phi_p(\mathbf{r}) + \varphi_0)$, создаваемое парой вихрь–антивихрь в переходе для двух близких значений расстояния между вихрями. Темным цветом показана область перехода, где $\pi/2 < \phi_p < 3\pi/2$ и $\cos \phi_p < 0$. (a) $p = 0.5W$; (b) $p = 0.6W$. Пунктирной линией показана граница перехода $y = W$.

Предложенный механизм предполагает формирование в одном из электродов контакта пары вихрей Абрикосова противоположного направления. Образование таких вихрей обычно происходит при охлаждении перехода ниже критической температуры T_c в дипольном поле магнитной частицы. Для этой цели необходимы однодоменные частицы намагниченные в плоскости перехода, например субмикронные эллиптические частицы Co [421]. Для типичных параметров магнитных частиц, которые использовались в экспериментах [A12] (магнитный момент $M_s \sim 800$ Oe; размеры частицы в плоскости ~ 650 (easy axis) $\times 250$ nm² и толщина частицы ~ 50 nm) легко оценить необходимые размеры джозефсоновского перехода: $W \sim 1$ μ m. Магнитостатические расчеты показывают, что поля рассеяния такой частицы создает магнитный поток Φ_s через поверхность верхнего электрода, который составляет несколько квантов потока Φ_0 [422], т.е. эмпирический критерий [420, 423] образования пары вихрь–антивихрь в поле магнитной частицы оказывается выполненным. Поскольку магнитный поток Φ_s быстро затухает, когда расстояние до частицы становится порядка латерального размера частицы, образование вихрей в нижнем (толстом) электроде маловероятно, и после охлаждения ниже T_c в нем, с большой вероятностью, установится мейснеровское состояние. Краткий обзор экспериментов с подобными гибридными системами и сопоставление с имеющимися экспериментальными данными будет предложен в последнем разделе этой главы.

4.3. Эффекты соизмеримости в джозефсоновском контакте в поле массива магнитных частиц

В этом разделе теоретически изучены эффекты соизмеримости в гибридной системе, состоящей из джозефсоновского перехода, помещенного в неоднородное поле массива магнитных частиц. Выполнены расчеты периодического распределения разности фаз в переходе, вызванного формированием в сверхпроводящих электродах регулярной решетки вихрей Абрикосова, индуцированных магнитным полем частиц. Показано, что из-за периодической модуляции джозефсоновской разности фаз, создаваемой вихрями, зависимость критического тока контакта от внешнего магнитного поля сильно отличается от обычного вида дифракции Фраунгофера: на кривой $I_c(H)$ возникают дополнительные резонансные пики, положение и высота которых зависит от параметров решетки вихрей. Получены условия, определяющие положение пиков соизмеримости, которые хорошо согласуются с результатами экспериментов.

4.3.1. Модель джозефсоновского перехода в поле регулярного массива магнитных частиц

Рассмотрим гибридную систему ферромагнетик-сверхпроводник, состоящую из джозефсоновского перехода на верхнем электроде которого, расположена квадратная решетка ($a \times a$) эллиптических частиц, однородно намагниченных в плоскости контакта вдоль длинной (легкой) оси, как показано на рис. 4.11. Электроды контакта представляют собой пленки сверхпроводника второго рода с толщиной $d \ll \lambda$, $D \gtrsim 2\lambda$, и параметром Гинзбурга–Ландау $\lambda/\xi \gg 1$, и отделены от магнитных частиц тонким изолирующим слоем. Поперечные размеры контакта W малы по сравнению с джозефсоновской глубиной проникновения $\lambda_J = \sqrt{c\Phi_0/8\pi^2 \Lambda_m j_c}$: $W \ll \lambda_J$. Здесь j_c – плотность критического тока перехода, $\Lambda_m \simeq \Lambda$ – магнитная толщина перехода [395], λ – лондоновская глубина проникновения магнитного поля, ξ – длина когерентности, d_i – толщина барьера между сверхпроводящими слоями, а $\Lambda = \lambda^2/d$ – эффективная (пирловская) глубина проникновения. Будем полагать, что область перехода, занимает лишь центральную часть электродов, ограниченную контуром C , что позволяет пренебречь слабым влиянием полей рассеяния магнитных частиц, проникающих в переход извне, через его края. В этом случае, в отсутствие эффекта близости между сверхпроводником и ферромагнетиком, механизм влияния магнитной частицы на свойства джозефсоновского контакта был подробно рассмотрен в предыдущем разделе 4.2: необходимым условием возникновения нетривиальной джозефсоновской разности фаз в контакте

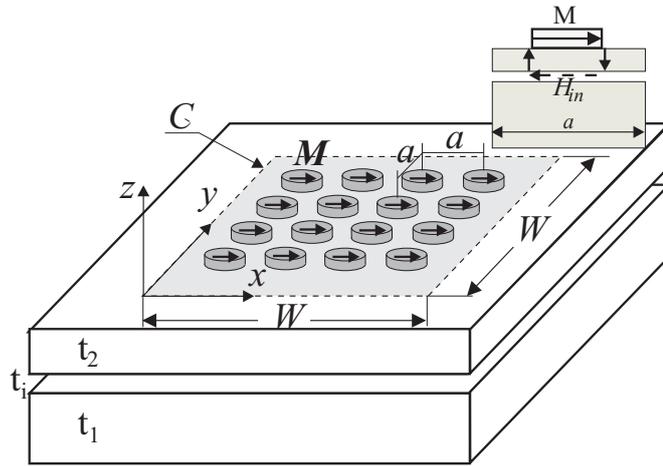


Рис. 4.11. Схематичное изображение джозефсоновского контакта с массивом ферромагнитных наночастиц. Область перехода ($W \times W$) составляет только часть сверхпроводящих электродов и показана пунктиром. На вставке изображен фрагмент перехода (элементарная ячейка) с магнитной частицей на верхнем электроде контакта. Пара вихрь–антивихрь показана вертикальными стрелками у противоположных полюсов однородно намагниченной частицы.

является образование в сверхпроводящих электродах вихрей Абрикосова. Как и прежде, в соответствие с представлениями [420, 423], каждая магнитная частица создает в верхнем электроде пару вихрей противоположного направления, так что вихрь располагается у отрицательного, а антивихрь – у положительного полюсов наномagnита (см. вставку к рис. 4.11). Размер пары (т.е. расстояние между вихрем и антивихрем) определяется размером частицы $2r$ вдоль легкой оси намагниченности и существенно превышает длину когерентности ξ ($2r \gg \xi$). Магнитный поток, создаваемый каждой парой вихрь–антивихрь в области перехода, приводит к координатной зависимости джозефсоновской разности фаз $\phi(\mathbf{r})$, где $\mathbf{r} = (x, y)$ - вектор в плоскости контакта. Учитывая электродинамический механизм подавления критического тока вихрями Абрикосова [161] и малость размеров перехода, распределение джозефсоновской разности фаз в переходе $\phi(\mathbf{r})$ описывается уравнением Лапласа (4.29): $\Delta\phi = 0$. Уравнение (4.29) необходимо дополнить граничным условием на контуре C , ограничивающем область перехода:

$$\left. \partial_u \phi \right|_C = \frac{2\pi\Lambda}{\Phi_0} [\mathbf{H} \times \mathbf{z}_0]_u. \quad (4.48)$$

Здесь $\mathbf{H} = H_x \mathbf{x}_0 + H_y \mathbf{y}_0$ – внешнее однородное магнитное поле, приложенное в плоскости контакта под углом α к направлению намагниченности $\mathbf{M} = M\mathbf{x}_0$, а \mathbf{u} – единичный вектор по нормали к контуру C в плоскости xy . Поскольку в присутствии вихрей Абрикосова верхний электрод джозефсоновского контакта становится многосвязанной областью, необходимо также учесть топологические особенности распределения разности фаз, которые определяются

положением и полярностью вихрей [90, 424]:

$$\text{rot}_z(\nabla\phi) = 2\pi \sum_{\mathbf{K}} [\delta(\mathbf{r} - \mathbf{r}_{\mathbf{K}}^+) - \delta(\mathbf{r} - \mathbf{r}_{\mathbf{K}}^-)] . \quad (4.49)$$

Здесь $\mathbf{r}_{\mathbf{K}}^{\pm} \equiv (x_{\mathbf{K}}^{\pm}, y_{\mathbf{K}}^{\pm}) = \mathbf{K} \mp d\mathbf{x}_0$ – координаты вихрей (+) and антивихрей (–) создаваемых квадратной решеткой ($a \times a$) магнитных частиц, имеющих размер $2p$ в направлении намагниченности \mathbf{M} , а $\mathbf{K} = a(k_x\mathbf{x}_0 + k_y\mathbf{y}_0)$ – вектор решетки, определяемый парой целых чисел (k_x, k_y) . Для постоянной величины j_c , критический ток через переход I_c определяется выражением (4.47), в котором интеграл вычисляется по области контакта S_J , ограниченной контуром C .

4.3.2. Неограниченный переход: распределение разности фаз

Основные качественные особенности поведения джозефсоновского перехода, помещенного в поле массива магнитных частиц, можно понять, считая для простоты переход и массив неограниченными в поперечном направлении, т.е. пренебрегая эффектами на краях контакта.

В отсутствие внешнего магнитного поля, рассчитаем распределение джозефсоновской разности фаз $\phi^M(\mathbf{r})$, создаваемой бесконечной квадратной решеткой пар вихрей Абрикосова противоположного направления, которые сформированы в верхнем электроде контакта массивом магнитных частиц, как показано на рис. 4.11. Распределение разности фаз $\phi^M(\mathbf{r})$ описывается двумерным уравнением Лапласа (4.29):

$$\Delta\phi^M(x, y) = 0. \quad (4.50)$$

Следуя [90], удобно вести две новые функции $\partial_x\phi^M$ и $\partial_y\phi^M$, переписав исходное уравнение Лапласа (4.50) и граничное условие (4.49) в следующем виде:

$$\partial_x(\partial_x\phi^M) + \partial_y(\partial_y\phi^M) = 0, \quad (4.51)$$

$$\partial_x(\partial_y\phi^M) - \partial_y(\partial_x\phi^M) = 2\pi \sum_{k_x k_y} [\delta(x - ak_x + p) - \delta(x - ak_x - p)] \delta(y - ak_y). \quad (4.52)$$

Представляя ϕ^M , $\partial_x\phi^M$ и $\partial_y\phi^M$ в виде двумерных рядов Фурье по пространственным гармоникам $q_a = 2\pi/a$

$$\{\phi^M, \partial_x\phi^M, \partial_y\phi^M\} = \sum_{\mathbf{q}} \left\{ \phi_{\mathbf{q}}^M, (\partial_x\phi^M)_{\mathbf{q}}, (\partial_y\phi^M)_{\mathbf{q}} \right\} \exp(i\mathbf{q}\mathbf{r}), \quad (4.53)$$

где $\phi_{\mathbf{q}}^M$, $(\partial_x\phi^M)_{\mathbf{q}}$, $(\partial_y\phi^M)_{\mathbf{q}}$ – соответствующие амплитуды Фурье гармоник:

$$\left\{ \phi_{\mathbf{q}}^M, (\partial_x\phi^M)_{\mathbf{q}}, (\partial_y\phi^M)_{\mathbf{q}} \right\} = \frac{1}{a^2} \int_{-a/2}^{a/2} d\mathbf{r} \left\{ \phi^M, \partial_x\phi^M, \partial_y\phi^M \right\} \exp(-i\mathbf{q}\mathbf{r}), \quad (4.54)$$

а $\mathbf{q} \equiv (q_x, q_y) = q_a (m_x \mathbf{x}_0 + m_y \mathbf{y}_0)$ – вектор обратной решетки, определяемый парой целых чисел (m_x, m_y) , получим из граничного условия (4.52) соотношение, устанавливающее следующую связь между амплитудами Фурье гармоник $(\partial_x \phi^M)_{\mathbf{q}}$ и $(\partial_y \phi^M)_{\mathbf{q}}$:

$$q_x (\partial_y \phi^M)_{\mathbf{q}} - q_y (\partial_x \phi^M)_{\mathbf{q}} = (q_a^2/\pi) \sin(q_x p). \quad (4.55)$$

Поскольку функция $\phi^M(\mathbf{r})$ является многозначной и обладает особенностями, на плоскости (x, y) существуют линии на которых эта функция испытывает скачок равный 2π [90]. Выбирая в качестве таких линий отрезки, соединяющие в каждой ячейке (k_x, k_y) точки $\mathbf{r}_{\mathbf{K}}^+$ и $\mathbf{r}_{\mathbf{K}}^-$, задающие положение соответственно вихря и antivихря, получим

$$(\partial_x \phi^M)_{\mathbf{q}} = i q_x \phi_{\mathbf{q}}^M, \quad (4.56)$$

$$(\partial_y \phi^M)_{\mathbf{q}} = i q_y \phi_{\mathbf{q}}^M + (q_a^2/\pi q_x) \sin(q_x p). \quad (4.57)$$

Подставляя (4.54) в уравнение Лапласа (4.50), найдем искомое выражение для фурье-спектра $\phi_{\mathbf{q}}^M$:

$$\phi_{\mathbf{q}}^M = \frac{i q_y q_a^2 \sin(q_x p)}{\pi q_x q^2}. \quad (4.58)$$

Используя коэффициенты $\phi_{\mathbf{q}}^M$ (4.58) и выполняя суммирование в разложении (4.53), получим искомое распределение джозефсоновской разности фаз $\phi^M(x, y)$, создаваемое регулярной решеткой пар вихрей Абрикосова противоположного направления, которые сформированы в верхнем электроде контакта массивом магнитных частиц:

$$\phi^M(x, y) = -q_a \phi_p y + \tilde{\phi}^M(x, y), \quad (4.59)$$

где $\phi_p = 2p/a$. Слагаемое $\tilde{\phi}^M$ быстро осциллирует с периодом решетки магнитных частиц a , может быть представлено в виде рядов Фурье по пространственным гармоникам $q_a = 2\pi/a$ с нулевым средним значением: $\langle \tilde{\phi}^M \rangle = 0$:

$$\tilde{\phi}^M(x, y) = \phi_1^M(y) + \phi_2^M(x, y), \quad (4.60)$$

$$\phi_1^M(y) = -\frac{4p}{a} \sum_{l=1}^{\infty} \sin(l q_a y)/l, \quad (4.61)$$

$$\phi_2^M(x, y) = -\frac{4}{\pi} \sum_{j,l=1}^{\infty} \frac{l \sin(j q_a p)}{j(j^2 + l^2)} \cos(j q_a x) \sin(l q_a y), \quad (4.62)$$

Легко убедиться, что независимые от координаты x слагаемые в выражениях (4.59, 4.60) могут быть представлены в виде:

$$\phi_1^M(y) - q_a \phi_p y = -(2n - 1)p/a, \quad a(n - 1) < y < an, \quad n = 0, \pm 1, \dots,$$

т.е. имеют вид "лестницы" с высотой "ступеньки" ϕ_p . Эти слагаемые описывают отличный от нуля средний градиент разности фаз в направлении, перпендикулярном плоскости пары:

$$\langle \partial_y \phi^M \rangle = \frac{1}{a^2} \int_{-a/2}^{a/2} d\mathbf{r} \partial_y \phi^M = -q_a \phi_p,$$

В соответствии с соотношением Джозефсона (4.1) подобный градиент соответствует среднему по ячейке магнитному полю

$$\mathbf{H}_{in} = H_{in} \mathbf{x}_0 = -H_a \phi_p \mathbf{x}_0, \quad (4.63)$$

которое локализовано в области перехода и направлено вдоль вектора намагниченности \mathbf{M} . Здесь $H_a = \Phi_0/S_a$ – характерное поле, обеспечивающее один квант магнитного потока Φ_0 через сечение $S_a = \Lambda \times a$.

Таким образом, выражения (4.59,4.60-4.62) описывают распределение джозефсоновской разности фаз, которая создается бесконечной квадратной решеткой пар вихрей Абрикосова противоположного знака, захваченных в верхнем электроде контакта. Кроме ожидаемой модуляции с периодом a , распределение $\phi^M(\mathbf{r})$ имеет отличный от нуля средний градиент фазы в направлении, перпендикулярном плоскости пары (т.е. перпендикулярном намагниченности частицы \mathbf{M}) даже в отсутствие внешнего магнитного поля. Этот градиент объясняется наличием встроенного магнитного поля \mathbf{H}_{in} , создаваемого парой вихрь-антивихрь в области перехода и ориентированного вдоль направления намагниченности \mathbf{M} (вставка к рис.1).

Если параллельно плоскости перехода дополнительно приложено внешнее однородное магнитное поле \mathbf{H} , направленное углом α к \mathbf{M} , то распределение разности фаз в контакте удобно представить в следующем виде:

$$\phi^M(\mathbf{r}, \mathbf{H}) = \tilde{\phi}^M(\mathbf{r}) - \frac{2\pi\Lambda}{\Phi_0} [\mathbf{B} \times \mathbf{r}]_z + \varphi_0, \quad (4.64)$$

где $\mathbf{B} = \mathbf{H} + \mathbf{H}_{in}$ – эффективное магнитное поле в плоскости контакта, а φ_0 – константа интегрирования, зависящая от величины протекающего через контакт тока [1]. Из вида распределения $\phi^M(\mathbf{r}, \mathbf{H})$ (4.59,4.60-4.62) можно качественно понять основные особенности зависимости критического тока перехода в поле массива магнитных частиц от внешнего магнитного поля \mathbf{H} . Мелкомасштабные осцилляции разности фаз $\tilde{\phi}^M(\mathbf{r})$ вызывают соответствующие знакопеременные колебания джозефсоновского тока $j_c \sin(\tilde{\phi}^M)$. Максимальный вклад от осциллирующего слагаемого $\tilde{\phi}^M$ в (4.60) в полный ток

$$I = j_c \int_{S_J} d\mathbf{r} \sin [\phi^M(\mathbf{r}, \mathbf{H})],$$

соответствует таким значениям магнитного потока, создаваемого эффективным полем \mathbf{B} через сечение S_a , при которых периоды колебаний $\tilde{\phi}^M(x, y)$ и $\sin(b_x y - b_y x)$ оказываются соизмеримыми:

$$b_x = q_a n_y \quad b_y = q_a n_x \quad n_x, n_y = 0, \pm 1 \dots,$$

где $\mathbf{b} \equiv (b_x, b_y) = 2\pi\Lambda \mathbf{B}/\Phi_0$. Из последнего условия легко получить, что заметное увеличение критического тока контакта I_c происходит при выполнении следующих условий:

$$H_x/H_a = n_y + \phi_p, \quad H_y/H_a = n_x. \quad (4.65)$$

В дальнейшем, будем полагать для определенности, что внешнее магнитное поле \mathbf{H} направлено вдоль вектора намагниченности \mathbf{M} , т.е. $\mathbf{H} = H\mathbf{x}_0$ ($n_x = 0, n_y \equiv n$). Тогда из (4.65) легко получить, что доминирующий максимум критического тока (n -пик соизмеримости I_{cn}) возникает, когда магнитный поток $\Phi_a = H S_a$ внешнего поля \mathbf{H} через сечение S_a удовлетворяет следующему условию:

$$\Phi_a \equiv \Phi_n, \quad \Phi_n = \Phi_0(n + \phi_p). \quad (4.66)$$

Таким образом, относительное расположение двух соседних главных максимумов на кривой $I_c(H)$ соответствует такому изменению внешнего поля H , при котором магнитный поток Φ_a увеличивается или уменьшается на квант потока Φ_0 . Подобные эффекты соизмеримости хорошо известны для джозефсоновских контактов с периодической решеткой искусственных неоднородностей барьера [389–391]. В тоже время, присутствие встроенного магнитного поля \mathbf{H}_{in} приводит к смещению дифракционных пиков и нарушает симметрию кривой $I_c(H)$ относительно инверсии внешнего магнитного поля: $I_c(-H) \neq I_c(H)$. Как следствие, традиционный для фраунгоферовой картины центральный пик при $H = 0$ исчезает, а положение и относительная высота доминирующих боковых максимумов I_{cn} зависят от параметра ϕ_p , т.е. от относительного размера $2p/a$ пары вихрь–антивихрь. Отметим, что указанные качественные особенности дифракционной кривой $I_c(H)$ хорошо согласуются с результатами экспериментального исследования влияния массива магнитных частиц на полевую зависимость критического тока джозефсоновского контакта [139],[A12, A13] (см. раздел 4.4).

4.3.3. Неограниченный переход: соотношение между током и фазой в контакте с фазовой модуляцией

Описание джозефсоновского перехода, в котором сформировано периодическое распределение разности фаз, заметно упрощается, если внешнее магнитное поле \mathbf{H} соответству-

ет n -пику соизмеримости:

$$|H - H_n| \ll H_a \quad n = 0, \pm 1, \dots, \quad (4.67)$$

где $H_n = H_a(n + \phi_p)$ – поле, для которого выполнено условие (4.65). Легко проверить, что для $H = H_n$ и $\varphi_0 = 0$ распределение разности фаз в переходе (4.64) можно записать в виде:

$$\phi_n^M(x, y) \equiv \phi^M(x, y, H_n) = \tilde{\phi}^M(x, y) + n q_a y, \quad (4.68)$$

а $\cos \phi_n^M$ и $\sin \phi_n^M$ являются периодическими функциями с периодом a и, соответственно, могут быть представлены в виде разложения в ряд Фурье по пространственным гармоникам $\mathbf{q} = q_a (m_x \mathbf{x}_0 + m_y \mathbf{y}_0)$:

$$\begin{pmatrix} \cos \phi_n^M(\mathbf{r}) \\ \sin \phi_n^M(\mathbf{r}) \end{pmatrix} = \sum_{\mathbf{q}} \begin{pmatrix} C_n(\mathbf{q}) \\ S_n(\mathbf{q}) \end{pmatrix} \exp(i\mathbf{q}\mathbf{r}), \quad (4.69)$$

где $C_n(\mathbf{q})$, $S_n(\mathbf{q})$ – соответствующие коэффициенты разложения:

$$\begin{pmatrix} C_n(\mathbf{q}) \\ S_n(\mathbf{q}) \end{pmatrix} = \frac{1}{a^2} \int_{-a/2}^{a/2} d\mathbf{r} \begin{pmatrix} \cos \phi_n^M(\mathbf{r}) \\ \sin \phi_n^M(\mathbf{r}) \end{pmatrix} \exp(-i\mathbf{q}\mathbf{r}). \quad (4.70)$$

Учитывая конечную прозрачность перехода ($j_c \neq 0$), и предполагая выполненным условие (4.67), представим разность фаз $\phi(\mathbf{r})$ в уравнении (4.28) в виде

$$\phi(\mathbf{r}) = \phi_n^M(\mathbf{r}) + \zeta(\mathbf{r}) + \gamma(\mathbf{r}), \quad (4.71)$$

полагая, что слагаемое $\zeta(\mathbf{r})$ описывает мелкомасштабные осцилляции с периодом a , а $\gamma(\mathbf{r})$ учитывает возможность медленного изменения разности фаз на масштабах, которые существенно превышают период структуры a : $a |\nabla \gamma / \gamma| \sim a/W \ll 1$. При условии, что $a \ll \lambda_J$, осциллирующий член мал $\zeta(\mathbf{r}) \sim \varepsilon = (a/\lambda_J)^2 \ll 1$ и уравнение (4.28) может быть записано в виде:

$$\lambda_J^2 (\Delta \gamma + \Delta \zeta) = \sin \varphi_n^M (\cos \gamma - \zeta \sin \gamma) + \cos \varphi_n^M (\sin \gamma + \zeta \cos \gamma). \quad (4.72)$$

Разделяя в уравнении (4.72) "быстрые" и "медленные" переменные, и полагая, что быстро осциллирующие члены должны компенсироваться независимо от медленных слагаемых [425, 426], можно записать решение $\zeta(\mathbf{r})$ в виде двумерного ряда Фурье по пространственным гармоникам q_a :

$$\zeta(\mathbf{r}) = -\frac{1}{\lambda_J^2} \sum_{\mathbf{q} \neq 0} \frac{C_n(\mathbf{q}) \sin \gamma + S_n(\mathbf{q}) \cos \gamma}{q^2} e^{i\mathbf{q}\mathbf{r}}. \quad (4.73)$$

Подставляя решение (4.73) в (4.72) и выполняя усреднение по "быстрым" переменным, получим следующее уравнение, описывающее распределение плавной функции $\gamma(\mathbf{r})$:

$$\Delta \gamma = \lambda_J^{-2} (\sigma_n \sin \gamma + \varepsilon \kappa_n \sin(2\gamma)), \quad (4.74)$$

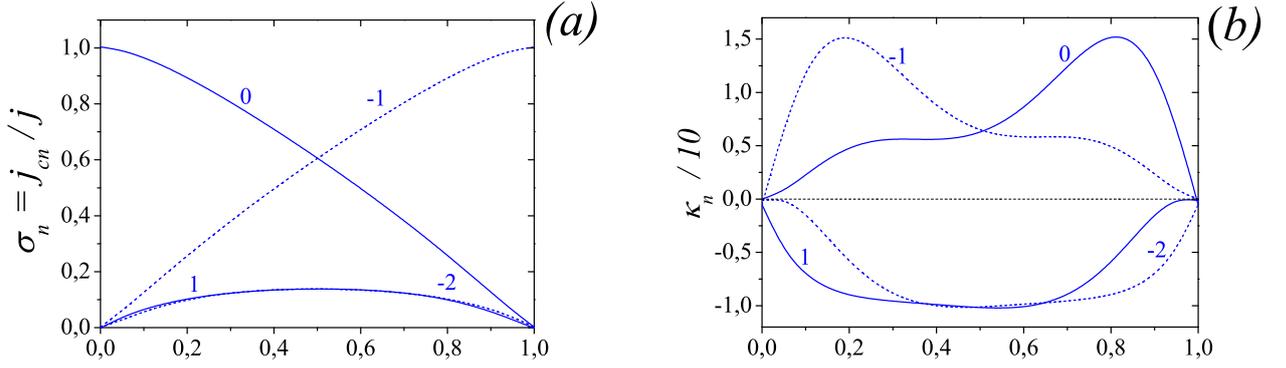


Рис. 4.12. (а). Зависимость эффективной критической плотности тока j_{cn} от размера пары вихрь-антивихрь $2p$ для нескольких значений внешнего магнитного поля $\mathbf{H} = H_n \mathbf{x}_0$, соответствующим различным пикам соизмеримости. (б). Зависимость коэффициента κ_n в соотношении ток–фаза (4.76) от размера пары вихрь-антивихрь $2p$. Цифрами рядом с кривой показан номер n соответствующего пика соизмеримости.

в котором сохранено только линейное по малому параметру ε слагаемое. Коэффициенты σ_n и κ_n зависят от номера пика соизмеримости n , в окрестности которого ищется распределение разности фаз $\phi(\mathbf{r})$ (4.71), и определяются выражениями:

$$\sigma_n = \frac{1}{a^2} \int_{-a/2}^{a/2} d\mathbf{r} \cos \phi_{\mathbf{n}}^M(\mathbf{r}), \quad \kappa_n = \frac{1}{8\pi^2} \sum_{\mathbf{q} \neq 0} \frac{|S_n(\mathbf{q})|^2 - |C_n(\mathbf{q})|^2}{(q/q_a)^2}. \quad (4.75)$$

Уравнение (4.74) устанавливает следующее соотношение между средней плотностью сверхтока j_s через контакт и "медленной" фазой γ :

$$j_s(\gamma) = j_c (\sigma_n \sin \gamma + \varepsilon \kappa_n \sin(2\gamma)) = j_{c1}^n \sin \gamma + j_{c2}^n \sin(2\gamma). \quad (4.76)$$

Первое слагаемое в правой части выражения (4.76) описывает обычную синусоидальную зависимость джозефсоновского тока от разности фаз с плотностью критического тока $j_{c1}^n = j_c \sigma_n$. Вторая гармоника фазы γ в соотношении ток–фаза (4.76) возникает в результате мелкомасштабной модуляции джозефсоновского тока через переход [148, 154], которая вызвана массивом пар вихрей Абрикосова в верхнем электроде контакта, и характеризуется амплитудой $j_{c2}^n = \varepsilon j_c \kappa_n$.

На рис. 4.12 приведены зависимости коэффициентов σ_n и κ_n от размера пары $2p$ для нескольких значений внешнего магнитного поля $\mathbf{H} = H_n \mathbf{x}_0$, соответствующим различным пикам соизмеримости. Поскольку вторая гармоника в (4.76) всегда пренебрежимо мала ($|j_{c2}^n| \ll |j_{c1}^n|$), и при всех допустимых значениях размера пары $2p$ ее вкладом можно

пренебречь, то соотношение (4.76) между средней плотностью сверхтока j_s и "медленной" разностью фаз γ может быть записано в обычном виде:

$$j_s(\gamma) \simeq j_c^n \sin \gamma,$$

где $j_c^n \equiv j_{c1}^n$. Таким образом, свойства джозефсоновского перехода с модуляцией фазы во внешнем магнитном поле, соответствующему n -пику соизмеримости ($H \approx H_n$), эквивалентны свойствам однородного перехода с эффективным значением критической плотности тока j_{cn} и эффективной джозефсоновской длиной $\lambda_J^n = \lambda_J \sqrt{j_c/j_c^n} = \lambda_J \sqrt{1/\sigma_n}$. Подобное поведение характерно и для длинных одномерных контактов при соизмеримости пространственных периодов цепочки вихрей Джозефсона и решетки искусственных амплитудных неоднородностей барьера [427, 428].

Введение эффективных параметров j_c^n и λ_J^n позволяет легко установить, какой вид имеет зависимость критического тока от магнитного поля в окрестности n -пика соизмеримости: кривая $I_c(H)$ при выполнении условия (4.67) повторяет центральный пик обычной "фраунгоферовой" зависимости для эквивалентного однородного перехода с критической плотностью тока j_{c1}^n . Поскольку $W \ll \lambda_J \leq \lambda_{Jn}$, ширина n -пика соизмеримости просто равна удвоенному периоду "фраунгоферовой" картины $2H_W$ и определяется, как обычно, размером W и магнитной толщиной перехода Λ : $H_W = \Phi_0/W\Lambda$. Амплитуда n -пика соизмеримости $I_c^n = j_c^n W^2$ определяется эффективным значением критической плотности тока j_c^n : $I_c^n/I_0 = j_c^n/j_c = \sigma_n$, где $I_0 = j_c W^2$ – максимальный критический ток контакта при отсутствии фазовой модуляции.

4.3.4. Критический ток перехода в поле массива магнитных частиц. Эффекты соизмеримости

Выполним численные расчеты зависимости критического тока от внешнего магнитного поля $I_c(\mathbf{H})$ для контакта с поперечными размерами ($W \times W$) в поле массива магнитных частиц. Полагая по-прежнему, что прозрачность барьера мала, и считая переход коротким ($W < \lambda_J$), заменим исходное уравнение (4.28) для распределения джозефсоновской разности фаз $\phi(\mathbf{r})$ уравнением Лапласа:

$$\Delta\phi = 0.$$

Граничные условия на краях перехода

$$\left. \partial_x \phi \right|_{x=0,W} = \frac{2\pi\Lambda}{\Phi_0} H_y, \quad \left. \partial_y \phi \right|_{y=0,W} = -\frac{2\pi\Lambda}{\Phi_0} H_x \quad (4.77)$$

соответствуют внешнему магнитному полю $\mathbf{H} = H_x \mathbf{x}_0 + H_y \mathbf{y}_0$, приложенному в плоскости контакта. Искомое решение, описывающее распределение джозефсоновской разности фаз $\phi(\mathbf{r}, \mathbf{H})$, создаваемое квадратной решеткой $(N_x \times N_y)$ однородно намагниченных вдоль оси x частиц ($\mathbf{M} = M \mathbf{x}_0$), удобно представить в виде

$$\phi(\mathbf{r}, \mathbf{H}) = \phi_v(x, y) + \psi(x, y) + (2\pi\Lambda/\Phi_0)(H_y x - H_x y). \quad (4.78)$$

Здесь слагаемое $\phi_v(x, y)$ задает распределение фазы, формируемое конечным массивом пар точечных вихрей, положение которых удовлетворяет условию (4.49):

$$\phi_v(x, y) = \sum_{k_x=1}^{N_x} \sum_{k_y=1}^{N_y} \left[\operatorname{arctg} \left(\frac{y - ak_y}{x - ak_x + p} \right) - \operatorname{arctg} \left(\frac{y - ak_y}{x - ak_x - p} \right) \right], \quad (4.79)$$

а $\psi(x, y)$ – решение следующей граничной задачи для уравнения Лапласа

$$\Delta\psi(x, y) = 0, \quad \left. (\partial_x \psi = -\partial_x \varphi_v) \right|_{x=0, W}, \quad \left. (\partial_y \psi = -\partial_y \varphi_v) \right|_{y=0, W}. \quad (4.80)$$

Используя стандартное решение граничной задачи (4.80) (см., например, [429]) можно найти распределение разности фаз, создаваемое конечным массивом пар точечных вихрей, сформированных в верхнем электроде джозефсоновского перехода массивом магнитных частиц. Полученное таким образом распределение джозефсоновской разности фаз $\phi(\mathbf{r}, \mathbf{H})$ (4.78) использовалось для вычисления зависимости критического тока контакта (4.47) от внешнего магнитного поля \mathbf{H} , приложенного в плоскости перехода.

На рис. 4.13 приведены результаты расчетов дифракционной картины $I_c(\phi_a)$, где $\phi_a = \Phi_a/\Phi_0$, для случая, когда $\mathbf{H} \parallel \mathbf{M}$ ($\alpha = 0$) и нескольких значений отношения размера пары вихрь–антивихрь к периоду решетки частиц $2p/a$. При изменении магнитного потока ϕ_a , критический ток контакта I_c осциллирует с периодом $\Delta\phi_a$, определяемым поперечным размером контакта W : $\Delta\phi_a = H_W/H_a = a/W$. Наряду с этим на дифракционной картине присутствуют доминирующие (главные) дифракционные максимумы (пики) I_c^n , ($n = 0, \pm 1, \dots$), ширина которых приблизительно равна $2\Delta\phi_a$. Относительное расположение соседних главных максимумов I_c^n соответствует изменению магнитного потока Φ_a на квант потока $\pm\Phi_0$. Легко видеть, что положение главных максимумов на зависимости $I_c(\phi_a)$ с хорошей точностью удовлетворяет условию

$$\phi_a \equiv \phi_n, \quad \phi_n = n + \phi_p, \quad (4.81)$$

полученному ранее (4.66) и соответствующему выполнению условия соизмеримости между периодом модуляции джозефсоновского тока полем магнитных частиц и характерным масштабом изменения разности фаз внешним магнитным полем. Отметим, что высота пиков

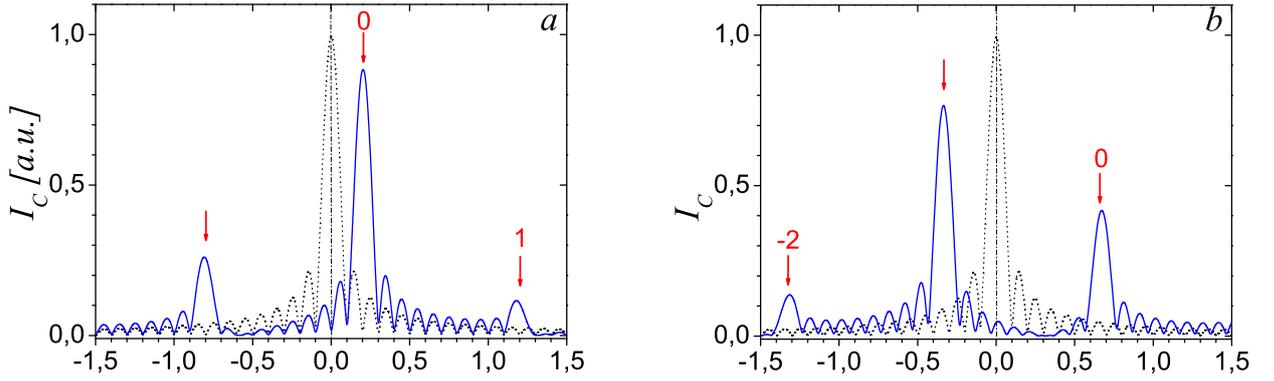


Рис. 4.13. Зависимость критического тока контакта I_C от потока внешнего магнитного поля H через элементарную ячейку $\phi_a = \Phi_a(H)/\Phi_0$, когда в верхнем электроде контакта сформирована квадратная решетка ($a \times a$) пар вихрь-антивихрь, для двух значений размера пары $2p$ ($W = 10a$, $N_x = N_y = 10$): (a) – $2p = a/5$; (b) – $2p = 2a/3$. Для сравнения пунктиром показана зависимость $I_C(H)$ контакта при отсутствии в электродах контакта вихрей Абрикосова ($I_0 = j_c W^2$). Стрелками показано положение максимумов I_C^n , удовлетворяющих условию $\Phi_a = \Phi_{an}$ (4.66). Цифрами показан номер соответствующего пика соизмеримости n .

соизмеримости I_C^n , найденная из дифракционной картины на рис. 4.13, хорошо согласуется с результатами качественного анализа, выполненного в разделе 4.3.2 (см. рис. 4.12a.)

На рис. 4.14 приведены результаты расчетов дифракционной картины $I_C(\phi_a)$ для нескольких значений угла α между направлением внешнего магнитного поля \mathbf{H} и намагниченностью частиц \mathbf{M} . Нетрудно видеть, что вид дифракционной картины $I_C(H)$ существенно зависит от величины угла α : с увеличением α высота пиков соизмеримости I_C^n уменьшается (кривые a-c), а при достаточно больших углах α резонансная структура пиков практически исчезает (кривая e). Чтобы объяснить подобную зависимость, заметим, что для джозефсоновского контакта с сечением $W \times W$ резонансные пики формируют на плоскости (H_x, H_y) квадратную решетку дифракционных максимумов с периодом H_a и шириной пика $\Delta H_x \sim \Delta H_y \sim 2H_W$, положение которых определяется резонансными условиями (4.65). Дифракционный максимум, задаваемый в (4.65) парой целых чисел (n_x, n_y) , присутствует на кривой $I_C(H)$, если магнитное поле \mathbf{H} , направлено под углом $\alpha \simeq \arctg [n_x/(n_y + \phi_d)]$. Для рассматриваемого здесь случая сравнительно малых углов $\alpha \ll \pi/2$, когда внешнее магнитное поле \mathbf{H} направлено преимущественно вдоль \mathbf{M} , дифракционные максимумы с $n_x \neq 0$ можно не учитывать. Принимая во внимание, что n -пик соизмеримости I_C^n , соответствующий $n_x = 0$, $n_y = n$ в (4.65), смещен на $H_a \phi_n$ вдоль оси H_x относительно центра ($H_x = H_y = 0$) плоскости (H_x, H_y)

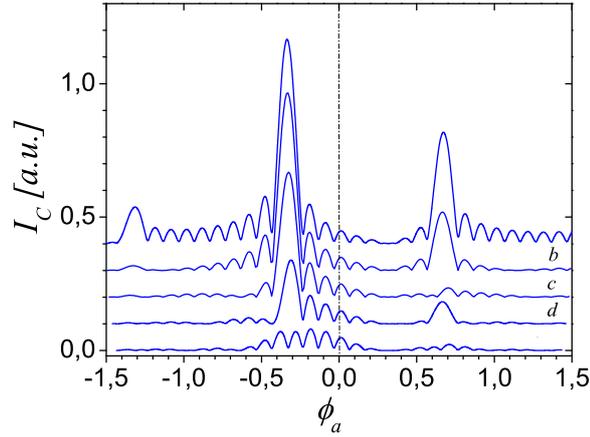


Рис. 4.14. Зависимость критического тока контакта I_c от потока внешнего магнитного поля H через элементарную ячейку $\phi_a = \Phi_a(H)/\Phi_0$ для нескольких значений угла α между направлением внешнего магнитного поля \mathbf{H} и намагниченностью частиц \mathbf{M} ($W = 10a$, $2d = 2a/3$, $\alpha_0 = 8.6^\circ$, $\alpha_{-1} = 17.5^\circ$, $\alpha_{-2} = 4.3^\circ$): *a.* $\alpha = 0^\circ$; *b.* $\alpha = 5^\circ$; *c.* $\alpha = 9^\circ$; *d.* $\alpha = 13^\circ$; *e.* $\alpha = 17^\circ$. Для наглядности кривые $I_c(H)$, соответствующие разным углам α , смещены относительно друг–друга по вертикали. Цифрами показан номер соответствующего пика соизмеримости n .

и имеет ширину $\sim 2H_W$, легко оценить максимальный угол α_n , при котором данный резонанс еще "наблюдаем" на дифракционной кривой $I_c(H)$:

$$\alpha < \alpha_n, \quad \sin \alpha_n \simeq H_W/H_a |\phi_n| = \Delta\phi_a/|\phi_n|.$$

Здесь для простоты считается, что размер пары $2p$ не слишком мал, так что $|\phi_n| > \Delta\phi_a$ для всех допустимых n . При $\alpha \gtrsim \alpha_n$ соответствующий резонансный пик I_{cn} на кривой $I_c(H)$ пропадает. Таким образом, даже незначительные отклонения направления внешнего магнитного поля \mathbf{H} от направления намагниченности частиц \mathbf{M} приводят к заметному изменению относительной высоты соседних пиков соизмеримости I_{cn} и даже к их исчезновению, что может качественно исказить вид дифракционной кривой $I_c(H)$.

4.4. Экспериментальные исследования джозефсоновских переходов в поле субмикронных магнитных частиц

В данном разделе представлен краткий обзор результатов экспериментальных исследований влияния ферромагнитных частиц на свойства джозефсоновского перехода.

4.4.1. Модификация полевой зависимости критического тока полем одиночной магнитной частицы.

Для экспериментального исследования влияния одиночной магнитной частицы на критический ток джозефсоновского контакта были изготовлены гибридные FS структуры на основе SNS переходов Nb/CuAl/Nb с характерными латеральными размерами $2 \div 4$ мкм и толщиной верхнего Nb электрода $d \simeq 45$ нм (см. рис. 4.1a). Типичное значение плотности критического тока при температуре 2.1 К составляло $j_c \simeq 2$ КА/см², что соответствует джозефсоновской глубине проникновения $\lambda_J \sim 7$ мкм. На верхнем электроде перехода методами магнетронного напыления и электронно-лучевой литографии формировалась двухслойная магнитная частица Co(15 нм)/Si(5 нм)/Co(15 нм) эллиптической формы с латеральными размерами 0.8×0.4 мкм² или 1.5×0.7 мкм² (см. рис. 3), в которой ферромагнитные слои взаимодействуют только магнитостатически. Магнитное состояние частицы контролировалось при помощи измерений методами магнитно-силовой микроскопии (МСМ). Методика изготовления джозефсоновских контактов и двухслойной магнитной частицы и детали МСМ измерений подробно описаны в [399, 430, 431].

Проведенные исследования показали, что в нулевом внешнем поле частицы демонстрируют дипольный МСМ отклик, характерный для однородного распределения намагниченности направленной вдоль длинной оси эллиптической частицы. Наблюдаемое существенное различие в контрасте МСМ изображений соответствует двум возможным взаимным ориентациям намагниченности в соседних слоях Co: ферромагнитном (рис. 4.15a,c) и антиферромагнитном (рис. 4.15b). При одних и тех же геометрических размерах частицы, меньшее по амплитуде МСМ сигнала изображение обладает меньшими латеральными размерами и соответствует антиферромагнитному упорядочению слоев (рис. 4.15b), что было подтверждено результатами микромагнитного моделирования. Необходимо заметить, что ферромагнитные и антиферромагнитные конфигурации стабильны в нулевом магнитном поле, а переходы между ними происходят, как правило, скачкообразно. На рис. 4.15d приведен качественный вид кривой намагничивания двухслойной магнитной частицы. По оценкам, магнитный поток, создаваемый такой частицей при ферромагнитном упорядочении слоев Co, составляет

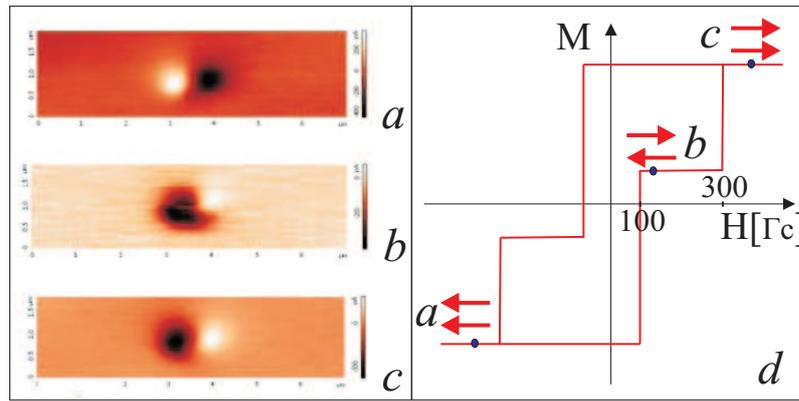


Рис. 4.15. (а-с)-МСМ изображения эллиптической двухслойной магнитной частицы Co/Si/Co с латеральными размерами $0.8 \times 0.4 \text{ мкм}^2$ после приложения вдоль длинной оси частицы внешнего магнитного поля: а) -1000 Гс ; б) $+125 \text{ Гс}$; с) $+350 \text{ Гс}$. (d)- Качественный вид кривой намагничивания двухслойной магнитной частицы. Схематично показано направление намагниченности в соседних слоях Co, соответствующее МСМ изображениям на рис. 4.15а,с).

несколько квантов потоков Φ_0 , что достаточно для формирования вихрей Абрикосова у полюсов такого микромагнита [420]. При антиферромагнитном упорядочении слоев магнитный поток оказывается заметно меньше кванта потока Φ_0 , и вихри в электроде при охлаждении ниже T_c не возникают. Такая ситуация представляется оптимальной, поскольку позволяет контролируемым образом изменять конфигурацию вихрей, "замороженных" в верхнем электроде контакта, путем предварительного намагничивания частицы.

Измерения транспортных характеристик джозефсоновских структур проводились при температуре от 1.3К до 4.2К в гелиевом криостате с откачкой паров. Для измерения зависимости критического тока от температуры и внешнего магнитного поля использовались пиковольтметры на основе СКВИДа с чувствительностью до 10^{-14} В . Магнитное состояние частицы создавалось путем предварительного намагничивания/размагничивания частицы внешним магнитным полем при температуре выше критической T_c и контролировалось с помощью магнито-силового микроскопа. После этого образец охлаждался в нулевом внешнем магнитном поле H и проводилось измерение вольт-амперных характеристик и зависимости критического тока I_c от амплитуды внешнего магнитного поля H , параллельного плоскости перехода ($|H| \leq 150 \text{ Гс}$). На рис. 4.16 приведены результаты измерений $I_c(H)$ после предварительного намагничивания частицы в поле 600 Гс при температуре $T = 150 \text{ К}$. Качественный вид зависимости $I_c(H)$ соответствует образованию пары вихрей Абрикосова противоположного направления, расположенных у соответствующих полюсов магнитной частицы (см. кривую 2 на рис. 4.16). Последующее циклическое свипирование магнитного поля в диапазоне $\pm 70 \text{ Гс}$ не изменяло вид полевой зависимости $I_c(H)$, что говорит о формировании устойчивой

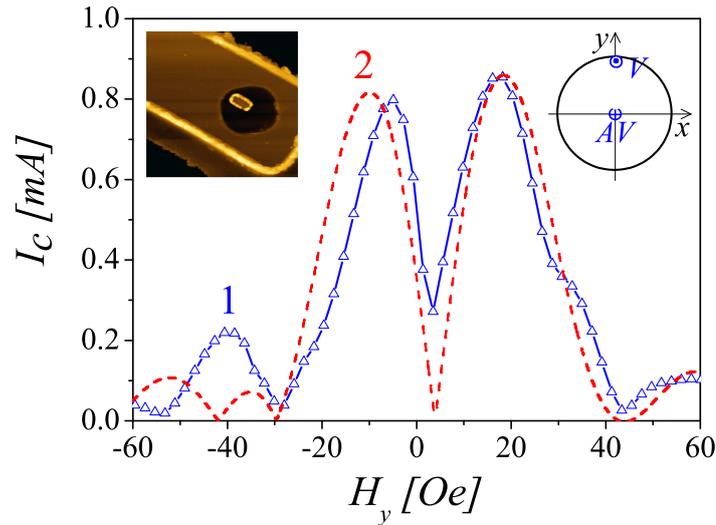


Рис. 4.16. Зависимость критического тока контакта от внешнего магнитного поля, измеренная при $T=2.1$ К после предварительного намагничивания частицы полем 600 Э (кривая 1). На вставке слева приведено атомно-силовое изображение исследуемой гибридной структуры: верхний электрод контакта с магнитной частицей. Пунктиром (кривая 2) показана зависимость $I_c(H)$, вычисленная по формулам (4.39,4.40,4.46,4.47) для перехода круглой формы с диаметром $D = 3.8 \mu m$. Положение вихря (V) $x_v = 0, y_v = 1.5 \mu m$ и антивихря (AV) $x_v = 0, y_v = 0$ определялись размером ($1.5 \times 0.7 \mu m^2$) и расположением магнитной частицы и показаны на вставке справа. Подгонка производилась по положению и амплитуде одного из главных максимумов.

конфигурации вихрей Абрикосова и фазовой неоднородности, образовавшихся при охлаждении перехода ниже T_c в поле однородно намагниченной частицы. Качественное согласие результатов расчетов полевой зависимости критического тока $I_c(H)$ с результатами измерений свидетельствует об адекватности предложенной модели, объясняющей влияние магнитной частицы на контакт формированием в электроде пары вихрь–антивихрь.

4.4.2. Эффекты соизмеримости в джозефсоновском переходе в поле массива магнитных частиц.

Как уже отмечалось выше, зависимость критического тока I_c перехода от внешнего поля H особенно сильно отличается от обычного вида дифракции Фраунгофера, если создать в контакте периодическую модуляцию джозефсоновской разности фаз. В этом случае на кривой $I_c(H)$ возникают дополнительные резонансные пики, положение и высота которых определяются периодом фазовой модуляции [145]. Указанные особенности на зависимости $I_c(H)$ наблюдаются при соизмеримости между периодом модуляции джозефсоновской раз-

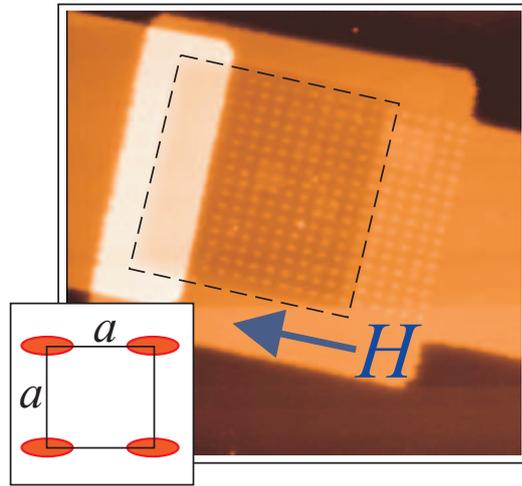


Рис. 4.17. АСМ изображение джозефсоновского контакта с массивом магнитных частиц на верхнем электроде. Область перехода показана пунктирной линией. Светлая область на рисунке соответствует толстой сверхпроводящей шине, которая подключается к верхнему электроду и накрывает часть перехода. На вставке показана элементарная квадратная ячейка ($a \times a$) массива эллиптических частиц.

ности фаз и характерным масштабом изменения разности фаз внешним магнитным полем H .

Для наблюдения подобных эффектов соизмеримости были изготовлены гибридные SF структуры на основе Nb/Al – AlO_x/Nb "overlap" переходов [?] с площадью $W^2 \sim 20 \times 20$ мкм², толщиной верхнего Nb электрода около 30 нм и типичным значением критической плотности тока $j_c \simeq 100$ А/см². На верхнем электроде перехода, покрытом 50 нм слоем SiO₂, методами магнетронного напыления и электронно-лучевой литографии [399] формировалась квадратная решетка ($a \times a$) субмикронных частиц Co эллиптической формы с латеральными размерами 0.65×0.28 мкм² и толщиной 27 нм. Период решетки частиц составлял $a = 1.4$ мкм. На рис. 4.17 приведено изображение джозефсоновского перехода с массивом магнитных частиц на верхнем электроде, полученное методом атомно-силовой микроскопии (АСМ). Магнитное состояние частиц контролировалось, как и прежде, методами магнито-силовой микроскопии. Проведенные исследования показали, что частицы Co с указанными выше размерами могут находиться в нулевом внешнем магнитном поле в двух метастабильных состояниях: в вихревом или в однородно намагниченном вдоль длинной (легкой) оси [?]. В первом случае создаваемое частицей магнитное поле практически отсутствует, тогда как однородно намагниченная частица создает заметные поля рассеяния. Магнитостатические расчеты показали, что для типичных значений намагниченности насыщения кобальта $M_s \sim 800 \div 1000$ Гс и параметров частиц, используемых в эксперименте, поля рассеяния от

каждого из полюсов однородно намагниченной частицы создают магнитный поток $\Phi_s > \Phi_0$ через поверхность верхнего электрода. На вставке к рис. 4.18b показано МСМ изображение фрагмента массива магнитных частиц, предварительно намагниченных вдоль своей длинной (легкой) оси. Как легко видеть, все частицы находятся в однородно намагниченном состоянии, для которого характерна дипольная структура полей рассеяния. Незначительное отличие в контрасте изображения отдельных частиц объясняется небольшим углом наклона плоскости сканирования к поверхности электрода. Перемагничивание частиц в направлении короткой оси преимущественно переводит их в вихревое состояние, что легко обнаружить по изменению вида МСМ сигнала.

Измерения зависимости критического тока I_c от внешнего магнитного поля H , приложенного в плоскости перехода (рис. 6), выполнены при температуре $T = 4.2$ К стандартным 4-х зондовым методом. На рис. 4.18a показана типичная фраунгоферова зависимость $I_c(H)$ исходного перехода без магнитных частиц. Критический ток максимален в нулевом внешнем поле, и осцилляции I_c быстро затухают с увеличением поля H . Характерный период осцилляций дифракционной картины $H_W = \Phi_0/W\lambda \simeq 11$ Гс позволяет получить магнитной толщины перехода $\lambda \simeq 0.1 \mu m$. Зависимость критического тока от внешнего магнитного поля $I_c(H)$ осталась без изменения и после изготовления магнитных частиц, если они находятся в размагниченном (вихревом) состоянии. Это объясняется тем, что слабые поля рассеяния частиц в этом случае не достаточны для формирования решетки вихрей Абрикосова в электроде контакта в процессе его охлаждения ниже T_c .

Качественно иная картина дифракции $I_c(H)$ наблюдается, если перед охлаждением исследуемой гибридной структуры частицы были предварительно намагничены и находились в дипольном состоянии. На рис. 4.18b приведен пример полевой зависимости критического тока $I_c(H)$ перехода взаимодействующего с упорядоченной квадратной решеткой магнитных диполей. Нетрудно заметить качественные изменения наблюдаемой дифракционной картины: (i) заметное уменьшение максимального значения сверхтока через контакт; (ii) нарушение симметрии дифракционной картины относительно инверсии магнитного поля ($I_c(-H) \neq I_c(H)$); (iii) появление максимумов критического тока I_c в области больших значений внешнего магнитного поля $|H| > H_W$. На зависимости $I_c(H)$ явно видны два доминирующих (главных) боковых максимума при значениях внешнего магнитного поля $H_+ = 100$ Гс и $H_- = -60$ Гс.

Полученные экспериментальные результаты хорошо согласуются с теоретическими выводами, изложенными в разделе 4.3 диссертации. В соответствии с этими представлениями, каждая однородно намагниченная частица формирует в верхнем электроде контакта

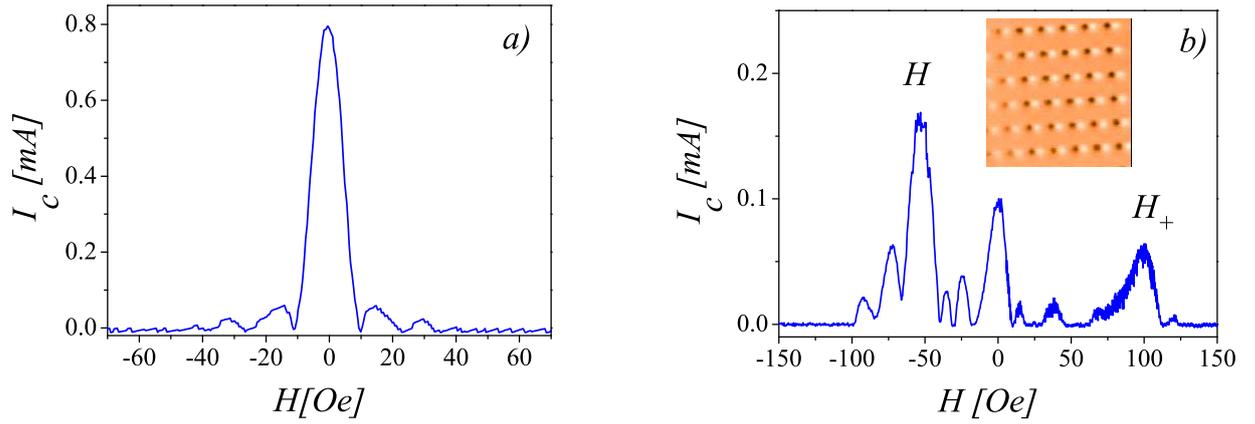


Рис. 4.18. а) Зависимость критического тока контакта I_c от приложенного магнитного поля H при отсутствии в электродах вихрей Абрикосова. б) Зависимость критического тока контакта $I_c(H)$, взаимодействующего с квадратной решеткой однородно намагниченных частиц. На вставке показан фрагмент ($10 \times 10 \mu\text{м}^2$) МСМ изображения квадратной решетки магнитных частиц в однородно намагниченном (дипольном) состоянии.

пару противоположных вихрей Абрикосова, расположенных вблизи полюсов микромагнита, а распределение калибровочно-инвариантной разности фаз в переходе $\phi(\mathbf{r})$ описывается уравнениями (4.78)-(4.80). Легко убедиться, что положение главных максимумов соответствует изменению магнитного потока внешнего поля $\Phi_a(H) = HS_a$ через элементарное сечение $S_a = \Lambda a$ приблизительно на квант магнитного потока

$$\Phi_a(H_+) - \Phi_a(H_-) \approx \Phi_0. \quad (4.82)$$

Таким образом, относительное расположение двух соседних главных максимумов на кривой $I_c(H)$ соответствует изменению внешнего поля H , при котором магнитный поток Φ_a увеличивается или уменьшается на квант потока Φ_0 , так что оказываются выполненными условия соизмеримости между периодом модуляции джозефсоновского тока полем магнитных частиц и характерным масштабом изменения разности фаз внешним магнитным полем. Используя наблюдаемые в эксперименте значения полей, соответствующих положению боковых максимумов $H_0 = H^-$ и $H_1 = H^+$ (см. рис. 4.18b), легко оценить фактическое расстояние между вихрем и антивихрем, принадлежащим одной элементарной ячейке: $2r = a \phi_p = aH^+ / (H^+ - H^-) \simeq 0.9 \mu\text{м}$. Заметное отличие межвихревого расстояния $2r$ от размера частицы вдоль легкой оси ($0.65 \mu\text{м}$) объясняется, по-видимому, коллективным влиянием остальных магнитных частиц и массива вихрей в электроде контакта.

4.5. Выводы к главе

В заключение, подведем итоги главы 4, в которой приведены результаты теоретических исследований джозефсоновских гибридных систем с магнитной связью.

- (1) Развита теория джозефсоновского транспорта в магнитосвязанных гибридных структурах, состоящих из короткого джозефсоновского перехода и системы однодоменных ферромагнитных частиц, создающих мелкомасштабное неоднородное магнитное поле, вызывающее модуляцию джозефсоновской разности фаз в переходе.
- (2) Выполнены расчеты максимального сверхтока I_c через короткий джозефсоновский контакт с низкой прозрачностью на стыке двух тонких сверхпроводящих пленок (торцевой контакт), помещенный в периодическое поле цепочки однородно намагниченных ферромагнитных частиц. Модуляция калибровочно инвариантной разности фаз φ в переходе, создаваемая пространственно неоднородным полем рассеяния магнитных частиц, оказывает существенное влияние на транспортные свойства контакта. Выполнены расчеты зависимости критического тока короткого контакта от внешнего однородного магнитного поля H для различной ориентации магнитного момента частиц. Изучены эффекты соизмеримости, когда поток внешнего магнитного поля H через элементарную ячейку, определяемую периодом магнитной подсистемы, равен целому числу квантов магнитного потока Φ_0 , следствием чего является появление дополнительных максимумов на полевой зависимости критического тока $I_c(H)$.
- (3) Теоретически изучен джозефсоновский транспорт в гибридной структуре, состоящей из короткого джозефсоновского перехода с поперечной (overlap) геометрией и одиночной ферромагнитной частицей, создающей в одном из электродов контакта пару вихрей Абрикосова противоположного направления. Выполнены расчеты неоднородного распределения джозефсоновской разности фаз в переходе и полевой зависимости критического тока контакта $I_c(H)$ от размера и расположения пары вихрь–антивихрь, которые определяются распределением магнитного поля частицы. Показана сильная зависимость положения и относительной высоты главных максимумов полевой зависимости $I_c(H)$ от расположения вихрей в электроде, что позволяет использовать подобную гибридную систему для изучения образования и пиннинга вихрей в поле ферромагнитной частицы. Индуцируемое частицей неоднородное распределение джозефсоновской разности фаз в переходе изменяет основное состояние контакта, характеризуемое значением средней разности фаз ϕ_0 . Изучена зависимость энергии основного состояния контак-

та и фазового сдвига ϕ_0 от размера и ориентации пары вихрь–антивихрь в электроде контакта. Показана возможность создания на основе такой гибридной структуры джозефсоновского контакта с равновесным значением разности фаз в основном состоянии равным $\phi_0 = \pi$ (π -контакта).

- (4) Теоретически изучены эффекты соизмеримости в гибридной системе, состоящей из короткого джозефсоновского перехода с поперечной (overlap) геометрией, помещенного в неоднородное поле квадратной решетки однородно намагниченных частиц, каждая из которых создает в сверхпроводящем электроде пару вихрей Абрикосова противоположного направления. Изучено влияние мелкомасштабной периодической модуляции джозефсоновской разности фаз в переходе, сформированной регулярным двумерным массивом пар вихрь–антивихрь на транспортные свойства контакта. Выполнены расчеты зависимости критического тока I_c от внешнего магнитного поля \mathbf{H} , приложенного в плоскости перехода. Показано, что из-за периодической модуляции джозефсоновской разности фаз, создаваемой вихрями, зависимость критического тока контакта от внешнего магнитного поля сильно отличается от обычного вида дифракции Фраунгофера: на кривой $I_c(H)$ возникают дополнительные резонансные пики, положение которых определяется условием соизмеримости между периодом модуляции джозефсоновского тока полем магнитных частиц и характерным масштабом изменения разности фаз внешним магнитным полем. Получены простые условия для определения амплитуды и положения резонансных пиков соизмеримости на кривой $I_c(H)$, которые хорошо согласуются с результатами экспериментов.

Особенности эффекта близости и дальнедействующий эффект Джозефсона в баллистических гибридных структурах ферромагнетик–сверхпроводник

Проводящие свойства мезоскопических проводников, как известно, существенно меняются при наличии электрического контакта со сверхпроводником (S) из-за эффекта близости [84, 336, 432]. Индуцированные эффектом близости сверхпроводящие корреляции проникают в нормальный немагнитный металл (N) на значительные расстояния (до нескольких микрометров), меняя проводящие свойства металла вблизи SN границы. Индуцированная эффектом близости сверхпроводимость делает возможным протекание заметного бездиссипативного сверхтока через мезоскопические SNS структуры со слабой связью [1, 3].

Возникновение эффекта близости связано с явлением андреевского отражения квазичастиц [13–16] на границе N металла и сверхпроводника, которое обеспечивает коррелированное движение квазичастиц (электронов и дырок) в металле и, как следствие, отличную от нуля амплитуду сверхпроводящего параметра порядка даже в отсутствие потенциала спаривания [10–12]. В баллистических ("чистых") немагнитных металлах, где спиновая структура пары электрон–дырка не играет роли, волновые вектора падающего электрона (q_u) и отраженной дырки (q_v) с энергией ε ($0 < \varepsilon \ll \varepsilon_F$), отсчитываемой от энергии Ферми $\varepsilon_F = \hbar k_F V_F / 2$, незначительно отличаются как от импульса Ферми k_F ($q_{u,v} = k_F \sqrt{1 \pm \varepsilon / \varepsilon_F}$), так и между собой. Отличие волновых векторов $\delta q = q_u - q_v \simeq k_F \varepsilon / \varepsilon_F$ приводит на траектории длиной L к появлению разности фаз $\gamma \sim \delta q L$ между электронной (u) и дырочной (v) частями 2-х компонентной волновой функции $\hat{\psi} = (u, v)$. Поскольку вычисление любых измеряемых величин (плотности тока, кондактанса, и т.д.) предполагает усреднение по различным траекториям, т.е. вычисление суперпозиции быстро осциллирующих вкладов $\sim e^{i\gamma}$ от разных траекторий, подобная дефазировка u и v компонент волновой функции $\hat{\psi}$ приводит к деструктивной интерференции электронных и дырочных состояний в нормальном металле на характерной длине дефазировки $L_p \sim 1/\delta q = \hbar V_F / \varepsilon$, и степенному закону спада амплитуды сверхпроводящего параметра порядка вглубь нормального металла при низких температурах T с характерным масштабом $L_p \sim \hbar V_F / T$ [433–435]. В диффузных ("грязных") системах корреляция между электроном и дыркой, отраженной по андреевскому механизму, определяется энергией Таулеса $\varepsilon_{Th} = \hbar D / L^2$ и сохраняется на расстояниях

порядка диффузионной длины $L_D = \sqrt{\hbar D/\varepsilon}$, которая зависит от энергии квазичастиц ε и оказывается порядка длины когерентности в нормальном металле $L_D \sim \xi_n = \sqrt{\hbar D/2\pi T}$ [436, 437]. Здесь D – коэффициент диффузии в нормальном металле, а T – характерная температура. Сверхпроводящий параметр порядка при этом затухает вглубь нормального металла по экспоненциальному закону.

В ферромагнитных (F) металлах квазичастицы приобретают дополнительную обменную энергию, которая оказывается различной для андреевских электрона и дырки, имеющих противоположные направления проекции спина и принадлежащих разным спиновым подзонам [438, 439]. Типичное значение обменного поля h , действующего на спин электрона в ферромагнетике, составляет сотни миллиэлектронвольт и заметно превышает характерную температуру сверхпроводящего перехода $T_{c0} \sim 1 \text{ meV}$. Условие $h \gg T_{c0}$ делает, как правило, невозможным сосуществование синглетной сверхпроводимости и ферромагнетизма в объемных системах из-за парамагнитного эффекта [83, 440]. Здесь всюду ранее мы будем иметь ввиду только синглетные сверхпроводники, предполагая что триплетный канал спаривания отсутствует. В тоже время обменное поле и парамагнитный эффект не оказывают существенного влияния на триплетные сверхпроводящие корреляции, что подтверждается наблюдениями сверхпроводящего перехода в ферромагнитных материалах на основе урана с тяжелыми фермионами UGe₂ [441], URhGe [442] и UCoGe [443]. Обменное поле F металла подавляет андреевское отражение на SF границе [438], эффект близости между сверхпроводником и ферромагнетиком [17, 444] и джозефсоновский сверхток в структурах сверхпроводник/ферромагнетик/сверхпроводник (SFS), что неоднократно наблюдалось экспериментально (см. обзоры [4, 5] и литературу в них). Другим важным проявлением обменного расщепления спиновых подзон являются осцилляции сверхпроводящего параметра порядка в ферромагнетике [29], которые служат причиной немонотонной зависимости критической температуры сверхпроводящего перехода от толщины F слоя и ответственны за явление π -фазной сверхпроводимости в гибридных FS структурах [25, 288, 289] (подробнее см. обзоры [4, 5, 445] и литературу в них).

Как и в случае SN структур, эффект деструктивной интерференции, вызываемый обменным полем, можно легко понять, рассматривая квантовую механику квазичастичных возбуждений. В ферромагнетике волновые вектора квазичастиц с энергией $\varepsilon \ll h \ll \varepsilon_F$ и противоположным направлением проекции спина отличаются на величину $\delta q = q_{u\uparrow(\downarrow)} - q_{v\downarrow(\uparrow)}$, так что $|\delta q| \simeq 2h/\hbar V_F$, а знак δq определяется спиновой структурой компонент волновой функции $\hat{\psi}$ относительно направления обменного поля. Заметим здесь, что знак δq меняется на противоположный в двух очевидных случаях: (i) при изменении направления обменного поля

($\mathbf{h} \rightarrow -\mathbf{h}$); (ii) при рассеянии пары электрон–дырка с переворотом спина. Действие обменного поля h на траектории длиной L приводит к появлению разности фаз $\gamma \sim \delta q L = \pm L/\xi_h$ между u и v компонентами волновой функции $\hat{\psi}$, где $\xi_h = \hbar V_F/2h$ – характерная длина, определяемая величиной обменного поля h [72, 446]. В однородном обменном поле деструктивная интерференция, вызванная подобной дефазировкой приводит к быстрому затуханию парной волновой функции в ферромагнетике с увеличением расстояния от SF границы. Характерный масштаб затухания L_d сверхпроводящего параметра порядка в F металле как в "чистом" ($L_d \sim \xi_h = V_F/2h$), так и в "грязном" ($L_d \sim \xi_f = \sqrt{D_f/\hbar}$) пределах не превышает, обычно, нескольких нанометров даже для слабых ферромагнетиков типа CuNi [20].

Простые качественные представления о сильном подавлении синглетной сверхпроводимости в однородном ферромагнетике, однако, противоречат целому ряду экспериментальных наблюдений аномально большой длины затухания сверхпроводящих корреляций в F металле [63–68]. Так в экспериментах [68] наблюдался заметный сверхток через тонкий проводник из кобальта (Co), длина которого была порядка $0.5 \mu m$, что на несколько порядков больше характерного масштаба затухания синглетного сверхпроводящего параметра порядка в кобальте L_d . Такой гигантский эффект близости в ферромагнитных металлах обычно объясняют возбуждением триплетных сверхпроводящих корреляций, образованных из электронов с параллельными проекциями спинов (см. обзор [5]). В диффузных гибридных FS структурах триплетная сверхпроводимость интенсивно изучается, начиная с работ [69, 70]. Поскольку триплетные пары из электронов с параллельными спинами, не разрушаются обменным полем, такие сверхпроводящие корреляции заметно затухают в "грязном" ферромагнетике на том же расстоянии $\sim \xi_n = \sqrt{D_f/2\pi T_{c0}} \gg \xi_f$ от FS границы, что и в нормальном (неферромагнитном) металле с коэффициентом диффузии D_f . Это приводит к эффекту дальнего действия (распространение сверхпроводящих корреляций на аномально большие расстояния в FS гибридах [65, 67]) и сильному эффекту Джозефсона в SFS структурах с ферромагнитным слоем, толщина которого заметно превышает характерный масштаб ξ_f [63, 64, 66].

Важным моментом для реализации этого механизма дальнего действия является вопрос о способе конверсии синглетных куперовских пар с противоположными проекциями спинов, образующихся в сверхпроводнике, в триплетные пары с одинаковыми проекциями спинов в ферромагнетике. Условия генерации триплетных пар с параллельными спинами можно понять, используя стандартную параметризацию квазиклассической аномальной функции Грина в ферромагнетике $f = f_s + \mathbf{f}_t \hat{\sigma}$ [447], где f_s – амплитуда синглетной компоненты, вектор \mathbf{f}_t описывает триплетную компоненту, а $\hat{\sigma} = (\sigma_x, \sigma_y, \sigma_z)$ – вектор матриц Паули. Компонента вектора \mathbf{f}_t , параллельная намагниченности \mathbf{M} , описывает триплетную составляющую с

нулевой проекцией суммарного спина на ось квантования, и затухает в ферромагнетике на том же масштабе ξ_f , что и синглетная часть f_s [448]. Дальнедействующая триплетная компонента с проекцией спина пары ± 1 существует, если вектор \mathbf{f}_t неколлинеарен направлению намагниченности \mathbf{M} , что реализуется в некоторых пространственно неоднородных магнитных конфигурациях [448–450].

Обычно предполагают, что триплетные пары в ферромагнетике возникают из-за различных пространственных неоднородностей обменного поля, например, поворота намагниченности в доменной стенке [69, 71, 72] или в магнитном вихре [73, 74]. Заметная конверсия в триплетные пары возможна также на спин-активной FS границе [75, 76]. В тоже время дальнедействующие триплетные корреляции не возникают в ферромагнетике с диффузным типом проводимости, если намагниченность F слоя поворачивается по закону циклоидной спирали (например, как в слое MnSi) [447] или образует доменную стенку Нееля атомарной толщины [451]. Как можно заключить из результатов работ [71, 451], для эффективной генерации триплетной компоненты оптимальной является неоднородность обменного поля с характерным пространственным масштабом ξ_f . Поскольку дальнедействующий джозефсоновский ток в SFS переходах появляется в результате интерференции триплетных корреляций, оптимальными для наблюдения заметного дальнедействующего триплетного эффекта Джозефсона являются многослойные $SF'FF''S$ структуры с неколлинеарными магнитными моментами в различных ферромагнитных слоях [452–454] или системы $F'SFSF''$ типа с тонкими S слоями [455]. В случае $SF'FF''S$ перехода триплетная компонента парной функции формируется тонким ($\sim \xi_f$) слоем ферромагнетика между сверхпроводящим электродом и толстым ($\gg \xi_f$) центральным доменом с неколлинеарной намагниченностью. Заметный джозефсоновский ток в таком переходе наблюдался экспериментально в работах [63, 64, 456]. Подчеркнем, что в данном случае эффект дальнего действия обеспечивается распространением именно триплетных корреляций с параллельными спинами, а механизм поэтому уместно назвать триплетным механизмом дальнего действия. Отметим, что использование бислоя $F'F''$ в качестве ферромагнитного барьера SFS контакта недостаточно для формирования дальнедействующего триплетного джозефсоновского тока [446, 457, 458].

Неоднородное обменное поле \mathbf{h} , созданное доменной структурой ферромагнетика, может способствовать сохранению сверхпроводимости в FS гибридах и в условиях, соответствующих чистому пределу, когда характерная длина пробега электронов в ферромагнетике заметно превышает его размеры [72, 446]. Создаваемую обменным полем деструктивную разность фаз γ можно существенно уменьшить, или даже сделать равной нулю, если направление обменного поля изменяется вдоль квазиклассической траектории [72]. Полная компенса-

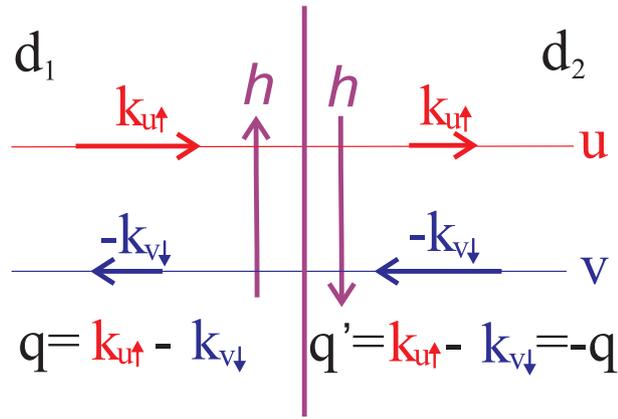


Рис. 5.1. Спиновая структура $\mathbf{q} = \mathbf{k}_{u\uparrow} - \mathbf{k}_{v\downarrow}$ волновой функции пары ψ в ферромагнитном бислое с противоположным направлением обменного поля в слоях.

ция деструктивной разности фаз γ и дальнедействующий эффект Джозефсона реализуются в "чистом" SFS контакте, если в качестве F барьера использовать бислой, состоящий из двух ферромагнитных слоев (доменов) одинаковой толщины L с противоположным направлением обменного поля в слоях [446, 458], [A5]. В этом случае набег фаз при баллистическом пролете каждого из слоев $\gamma_{1,2}$ отличаются только знаком: $\gamma_{1,2} = \pm L/\xi_h$. В результате суммарный набег фаз $\gamma = \gamma_1 + \gamma_2$ в ферромагнетике обращается в ноль, и деструктивный эффект обменного поля отсутствует. В этом случае амплитуда сверхпроводящего параметра порядка затухает вглубь ферромагнетика с неоднородным обменным полем на той же длине, что и в нормальном металле. Качественная иллюстрация такого процесса показана на рис. 5.1 (подробнее см. раздел 5.2). Заметим, что в отличие от "грязного" случая [451] эффект дальнего действия в баллистических структурах не пропадает в предельном случае тонкой (с толщиной много меньшей ξ_h) переходной области (доменной стенки) между слоями с антиферромагнитным упорядочением [72].

Этот простой пример демонстрирует потенциальную возможность существенно менять характерный масштаб затухания сверхпроводящего параметра порядка в ферромагнетике и, как следствие, транспортные свойства баллистических SFS систем, изменяя структуру обменного поля в ферромагнитном барьере вдоль траектории куперовской пары. Аналогичный эффект достигается, как уже отмечалось выше, и при рассеянии куперовских пар с переворотом спина в однородном обменном поле. Поскольку в области нормального металла SNS или SFS контакта потенциал парного взаимодействия отсутствует, оказывается возможным перестраивать спиновую структуру распространяющихся куперовских пар, т.е. изменять свойства слабой связи используя инструменты (методы) спинтроники. Наиболее эффективно это происходит при взаимодействии куперовских пар с неоднородностью, локализованной

на масштабе порядка сверхпроводящей длины когерентности ξ_s , которая определяет масштаб пространственной корреляции спаренных электронов. Эффект дальнего действия, как известно, пропадает при учете беспорядка из-за флуктуаций толщины ферромагнитных доменов или упругого рассеяния на примесях [446, 459]. Однако, для высших четных гармоник ток–фазового соотношения дальнедействующий эффект Джозефсона сохраняется в случае двух различных по толщине ферромагнитных слоев [460],[A5], при умеренном беспорядке [461] и, даже, в диффузном ("грязном") пределе [462]. В этих условиях, очевидно, доминирующей становится вторая гармоника ток–фазового соотношения, и $I_s \simeq I_{c2} \sin(2\varphi)$ [460]. Заметим, что спин–зависимый транспорт возможен и в слабых связях на основе SNS структур, если создать в нормальной области эффективное обменное поле, действующее на спины электронов в куперовской паре. Наблюдаемые в экспериментах [463–465] обменные поля, индуцируемые ферромагнетиком в немагнитном металле обеспечивают расщепление спиновых подзон порядка десятков и даже сотен миллиэлектронвольт, что заметно превышает характерный масштаб энергий сверхпроводящего состояния $\Delta \sim 1 \text{ meV}$. При этом масштаб ξ_h оказывается заметно меньше типичной длины свободного пробега квазичастиц в нормальном металле, что обеспечивает выполнение необходимого условия баллистического транспорта в таких структурах.

Принципиально иной механизм дальнего действия в мезоскопических SFS структурах был недавно предложен для описания баллистического транспорта в работе [A5] и обобщен на случай диффузных систем в [77]. Необходимое для подобной конверсии вращение эффективного обменного поля вдоль квазиклассической траектории в ферромагнетике с однородной в пространстве намагниченностью возникает, если обменное поле зависит от направления импульса квазичастицы $\mathbf{h} = \mathbf{h}(\mathbf{k})$. Такая зависимость $\mathbf{h}(\mathbf{k})$ появляется, в частности, при взаимодействии электронов проводимости с обменным полем металла со спин–орбитальным взаимодействием [466]. В разделе 5.3 механизм, основанный на зависимости эффективного обменного поля от квазиимпульса $\mathbf{h}(\mathbf{k})$ используется для описания дальнедействующего джозефсоновского транспорта в тонком однородно намагниченном ферромагнитном проводе. Именно такой случай реализуется в условиях экспериментах [68], где тонкий проводник S_0 находится, по мнению авторов, в однодоменном состоянии, а длина проводника L существенно превышает его поперечный размер D : $L \gg D, \xi_h$. Поскольку при нормальном отражении квазичастиц от поверхности изменяется направление их движения (т.е. импульс \mathbf{k}), то обменное поле $\mathbf{h}(\mathbf{k})$ будет также менять свое направление относительно траектории. Такое периодически неоднородное обменное поле оказывает сильное влияние на величину фазового набег γ и может привести к подавлению разбаланса фаз между электронными и

дырочными частями волновой функции для большой группы квазиклассических траекторий даже в условиях однодоменного ферромагнетика.

В разделе 5.4 данной главы предложен и изучен способ позволяющий управлять критическим током слабой SFS связи между синглетными сверхпроводниками с помощью создания в ферромагнетике мелкомасштабной неколлинеарной текстуре обменного поля, которая меняет спиновую структуру распространяющихся куперовских пар. Практически это соответствует формированию вблизи середины однородного баллистического ферромагнитного канала (далеко от сверхпроводящих электродов) домена толщиной $\sim \xi_h$ с иным направлением обменного поля. Примером такого "магнитного затвора", создающего локализованную в пространстве неоднородность обменного поля может служить магнитный зонд обменно-силового микроскопа (MExFM) (см. рис. 5.8a). В этом случае, в отличие от конфигурации $SF'F''S$ перехода с тонкими слоями F' и F'' , изученной в работах [452–454], дальнедействующий сверхток, создаваемый триплетными парами с параллельными спинами, не возникает. В тоже время синглетная компонента парной корреляционной функции затухает в ферромагнетике существенно медленнее, что обеспечивает протекание заметного джозефсоновского тока через ферромагнетик с неоднородностью обменного поля. Это свидетельствует о существовании дальнедействующего синглетного джозефсоновского транспорта в рассматриваемой гибридной SFS системе, а предложенный механизм уместно назвать синглетным механизмом дальнего действия. Меняя положение магнитного зонда (и, тем самым, меняя положение и свойства индуцированной неоднородности обменного поля) можно добиться существенного изменения как величины, так и знака критического тока I_c такой джозефсоновской связи, т.е. модифицировать ток-фазовое соотношение контакта $I(\varphi)$ в целом. Здесь φ – джозефсоновская разность фаз между сверхпроводящими электродами контакта. В свою очередь, джозефсоновская энергия такой гибридной системы зависит от положения зонда, что обеспечивает связь между электронными и механическими степенями свободы такой системы, необходимую для любого наноэлектромеханического устройства (см. обзоры [467–469]). С другой стороны, джозефсоновский ток через слабую связь может изменить ориентацию магнитного момента неоднородного домена под зондом, что приведет к модуляции критического тока перехода и обеспечит связь между сверхтоком через контакт и магнитным моментом в слабой связи. Подобная совместная динамика магнитного и сверхпроводящего параметров порядка обсуждалась ранее на примере SFS слабых связей на основе магнитного металла со спин-орбитальным взаимодействием в работах [409, 470].

Перейдем к подробному изложению результатов, представленных в данной главе.

5.1. Основные уравнения

5.1.1. Ток–фазовое соотношение SFS джозефсоновского перехода в чистом пределе

Для вычисления ток–фазового соотношения SFS джозефсоновского перехода между двумя синглетными сверхпроводниками будем считать, что для образующих переход S и F металлов выполнены условия чистого предела, границы разделов плоские и резкие с прозрачностью, близкой к единице, и воспользуемся подходом, развитым в работе [72]. Соотношение между током I и разностью фаз φ жозефсоновского перехода в чистом пределе определяется спектром подщелевых андреевских состояний

$$\epsilon = \pm \Delta \cos \left(\frac{\varphi + \gamma}{2} \right), \quad (5.1)$$

где Δ – зависящая от температуры сверхпроводящая щель, а $\gamma = \gamma_\sigma(\mathbf{n}_F)$ – спин–зависимый сдвиг фаз между электронной и дырочной частями волновой функции на квазиклассической траектории, определяемой единичным вектором \mathbf{n}_F . Суммируя по всем траекториям получим следующее соотношение между током и разностью фаз:

$$I = \frac{1}{s_0} \int ds \int d\mathbf{n}_F (j(\varphi + \gamma) + j(\varphi - \gamma))(\mathbf{n}_F, \mathbf{n}), \quad (5.2)$$

где $s_0^{-1} = k_F/2\pi$ ($s_0^{-1} = (k_F/2\pi)^2$) для 2D (3D) переходов, $\int \dots ds$ – интеграл по поперечному сечению перехода, и

$$j(\chi) = \frac{e\Delta}{2\hbar} \sin \left(\frac{\chi}{2} \right) \text{th} \left(\frac{\Delta_0 \cos(\chi/2)}{2T} \right) = \sum_{n \geq 1} \frac{j_n}{2} \sin(n\chi). \quad (5.3)$$

– ток–фазовое соотношение джозефсоновского перехода с той же геометрией и нулевым обменным полем. Коэффициенты j_n в разложении по Фурье гармоникам (5.3) можно записать в виде:

$$j_n = \frac{2eT}{\pi\hbar} \sum_{m=0}^{\infty} \int_0^{2\pi} d\chi \frac{\sin \chi \sin(n\chi)}{\mu_m + \cos \chi}, \quad (5.4)$$

где $\mu_m = 2\pi^2 T^2 (2m + 1)^2 / \Delta^2 + 1$. Окончательное соотношение между током I и разностью фаз φ короткого SFS жозефсоновского перехода имеет вид:

$$I = \sum_n I_n = \sum_n a_n \sin n\varphi \frac{\langle (\mathbf{n}, \mathbf{n}_F) \cos n\gamma \rangle}{\langle (\mathbf{n}, \mathbf{n}_F) \rangle}. \quad (5.5)$$

Коэффициенты

$$a_n = j_n N = j_n \frac{1}{s_0} \int ds \int d\mathbf{n}_F (\mathbf{n}_F, \mathbf{n})$$

в выражении (5.5) совпадают с коэффициентами Фурье–разложения соотношения $I_{SNS}(\varphi)$ для джозефсоновского перехода сверхпроводник–нормальный металл–сверхпроводник с той же геометрией:

$$a_n = \frac{4eT}{\hbar} N (-1)^{n-1} \sum_{m=0}^{\infty} \left(\mu_m - \sqrt{\mu_m^2 - 1} \right)^n, \quad n = 1, 2, \dots, \quad (5.6)$$

а фактор N определяется числом поперечных мод в переходе:

$$N = \frac{1}{s_0} \int ds \int d\mathbf{n}_F(\mathbf{n}_F, \mathbf{n}) \sim \frac{S}{s_0}$$

где S – площадь поперечного сечения перехода. Для температур $T \approx T_c$ коэффициенты (5.6) определяются следующими простыми соотношениями:

$$a_1 = \frac{eT_c}{8\hbar} N \left(\frac{\Delta}{T_c} \right)^2, \quad a_2 = -\frac{eT_c}{384\hbar} N \left(\frac{\Delta}{T_c} \right)^4, \quad (5.7)$$

где Δ – зависящий от температуры сверхпроводящий параметр порядка в электродах контакта. Угловые скобки обозначают усреднение по различным квазиклассическим траекториям, которые характеризуются углом θ и положением начала траектории на поверхности сверхпроводника. В случае 3D структур усреднение имеет вид:

$$\frac{\langle (\mathbf{n}, \mathbf{n}_F) \cos(n\gamma) \rangle}{\langle (\mathbf{n}, \mathbf{n}_F) \rangle} = 2 \int_0^{\pi/2} d\theta \sin \theta \cos \theta \cos(n\gamma), \quad (5.8)$$

где $\cos \theta = (\mathbf{n}, \mathbf{n}_F)$.

5.1.2. Квазиклассические уравнения вдоль траекторий

Для вычисления спин–зависимого сдвига фаз γ между электронной и дырочной частями волновой функции на некоторой квазиклассической траектории, проходящей через точку \mathbf{R} необходимо решить в квазиклассическом приближении уравнения Боголюбова–де–Жена, описывающие квантовую механику квазичастиц в баллистическом SFS контакте [4]:

$$-i\hbar V_F \hat{\tau}_z \partial_s \hat{\psi} + \mathbf{h}(\mathbf{R} + s\mathbf{n}_F) \hat{\sigma} \hat{\psi} + \begin{pmatrix} 0 & \Delta(\mathbf{R} + s\mathbf{n}_F) \\ \Delta^*(\mathbf{R} + s\mathbf{n}_F) & 0 \end{pmatrix} \hat{g} = \epsilon \hat{\psi}. \quad (5.9)$$

Здесь s – координата вдоль траектории, $\Delta(\mathbf{r})$ – неоднородная сверхпроводящая щель, $\hat{\psi} = (u, v)$, u и v – электронная и дырочная части волновой функции квазичастиц, и $\hat{\sigma} = (\sigma_x, \sigma_y, \sigma_z)$, $\hat{\tau} = (\tau_x, \tau_y, \tau_z)$ – вектора матриц Паули в спиновом пространстве и в пространстве электрон–дырка, соответственно. Для определения разности фаз γ , создаваемой произвольным неоднородным полем $\mathbf{h}(\mathbf{r})$, введем унитарное преобразование [72]

$$\hat{f} = \begin{pmatrix} f_u \\ f_v \end{pmatrix} = \hat{S} \hat{\psi} \quad \hat{S} = \begin{pmatrix} \hat{S}_u & 0 \\ 0 & \hat{S}_v \end{pmatrix}, \quad (5.10)$$

в котором $\hat{S}_{u,v} = \alpha_{u,v} + i\vec{\beta}_{u,v}\hat{\sigma}$, подбирая функции $\alpha_{u,v}$ и $\vec{\beta}_{u,v}$ таким образом, чтобы уравнения относительно новой функции \hat{f} в F слое не зависели от обменного поля \mathbf{h} . Для этого функции $\alpha_{u,v}$ и $\vec{\beta}_{u,v}$ должны удовлетворять уравнениям:

$$\hbar V_F \partial_s \alpha_{u,v} = \mp \mathbf{h} \vec{\beta}_{u,v}, \quad \hbar V_F \partial_s \vec{\beta}_{u,v} = \pm \alpha_{u,v} \mathbf{h} \pm [\mathbf{h}, \vec{\beta}_{u,v}], \quad (5.11)$$

которые следует дополнить граничными условиями на левой границе ферромагнитного бислоя ($s = s_L$)

$$\alpha_{u,v}(0) = 1, \quad \vec{\beta}_{u,v}(0) = 0,$$

соответствующим отсутствию триплетной компоненты парной волновой функции в сверхпроводнике. Квазиклассические уравнения для новой функции \hat{f}

$$-i\hbar V_F \hat{\tau}_z \partial_s \hat{f} + \begin{pmatrix} 0 & \tilde{\Delta}(\mathbf{R} + s\mathbf{n}_F) \\ \tilde{\Delta}^*(\mathbf{R} + s\mathbf{n}_F) & 0 \end{pmatrix} \hat{f} = \epsilon \hat{f}, \quad (5.12)$$

совпадают с уравнениями, описывающие баллистический SNS контакт, а новый оператор сверхпроводящей щели $\tilde{\Delta}(\mathbf{r})$ имеет вид:

$$\tilde{\Delta}(\mathbf{r}) = \Delta(\mathbf{r}) \hat{S}_u \hat{S}_v^+.$$

Оператор, преобразующий параметр порядка $\Delta(\mathbf{r})$ в правом полупространстве, выражается через функции $\alpha_{u,v}$ и $\vec{\beta}_{u,v}$ (5.11) следующим образом:

$$\hat{S}_u \hat{S}_v^+ = \alpha_u \alpha_v + (\vec{\beta}_u \vec{\beta}_v) + i\hat{\sigma} \left(\alpha_v \vec{\beta}_u - \alpha_u \vec{\beta}_v + [\vec{\beta}_u, \vec{\beta}_v] \right). \quad (5.13)$$

Выбирая ось квантования спина вдоль вектора $\alpha_v \vec{\beta}_u - \alpha_u \vec{\beta}_v + [\vec{\beta}_u, \vec{\beta}_v]$ и подставляя в (5.13) значения $\alpha_{u,v}$ и $\vec{\beta}_{u,v}$ на правой границе ферромагнитного бислоя ($s = s_R$), получим окончательное выражение для дополнительной фазы γ параметра порядка, создаваемой произвольным обменным полем:

$$e^{i\gamma} = \alpha_u \alpha_v + (\vec{\beta}_u \vec{\beta}_v) \pm i \left| \alpha_v \vec{\beta}_u - \alpha_u \vec{\beta}_v + [\vec{\beta}_u, \vec{\beta}_v] \right| \quad (5.14)$$

Проще всего для вычисления фазы γ воспользоваться квазиклассическими уравнениями Эйленберга [126]. Чтобы показать это, определим следующим образом квазиклассическую аномальную функцию Грина в ферромагнетике [447]

$$f = f_s + \mathbf{f}_t \hat{\sigma}, \quad (5.15)$$

где f_s – амплитуда синглетной компоненты, вектор \mathbf{f}_t описывает триплетную компоненту, а $\hat{\sigma} = (\sigma_x, \sigma_y, \sigma_z)$ – вектор матриц Паули:

$$f_s = \cos \gamma = \alpha_u \alpha_v + (\vec{\beta}_u \vec{\beta}_v), \quad \mathbf{f}_t = i \left(\alpha_u \vec{\beta}_v - \alpha_v \vec{\beta}_u + [\vec{\beta}_u, \vec{\beta}_v] \right) \quad (5.16)$$

Используя уравнения (5.11), получим, что функции $f(s)$ и $\mathbf{f}_t(s)$ (5.16) подчиняются линеаризованным уравнениям Эйленберга для нулевой мацубаровской частоты

$$-i\hbar V_F \partial_s f_s + 2\mathbf{h}\mathbf{f}_t = 0, \quad -i\hbar V_F \partial_s \mathbf{f}_t + 2f_s \mathbf{h} = 0, \quad (5.17)$$

с граничными условиями на левом сверхпроводящем электроде

$$f_s(s = s_L) = 1, \quad \mathbf{f}_t(s = s_L) = 0. \quad (5.18)$$

Таким образом, сдвиг фаз между электронной и дырочной частями волновой функции на квазиклассической траектории в SFS переходе с произвольным распределением обменного поля определяется синглетной частью аномальной квазиклассической функции Грина $f_s(s = s_R) = \cos \gamma$, вычисленной на границе правого сверхпроводящего электрода.

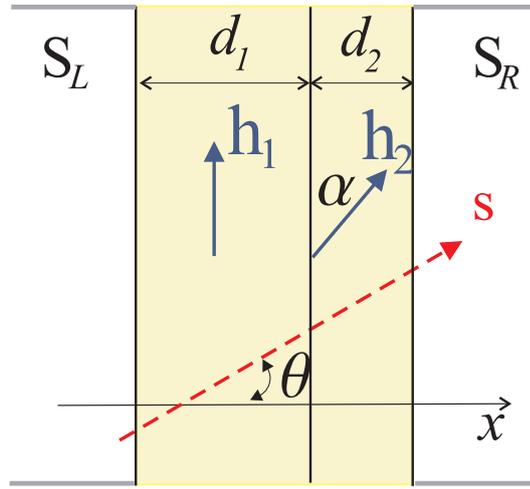


Рис. 5.2. SFS джозефсоновский переход с ферромагнитным бислоем в качестве барьера. Траектория квазичастиц показана штриховой линией.

5.2. Дальнодействующий джозефсоновский транспорт через ферромагнитный бислой

Начнем с простейшего примера, который иллюстрирует интерференционный механизм затухания волновой функции куперовских пар вглубь ферромагнетика при отходе от FS границы. Рассмотрим SFS джозефсоновский переход, ферромагнитный барьер в котором состоит из двух слоев ферромагнетика с толщиной d_1 и d_2 , соответственно (см. рис. 5.2). Ограничимся случаем короткого перехода, полагая, что толщина барьера много меньше длины когерентности ξ_s в сверхпроводнике: $d = d_1 + d_2 \ll \xi_s$. Обменные поля \mathbf{h}_1 и \mathbf{h}_2 в слоях одинаковы по величине ($|\mathbf{h}_1| = |\mathbf{h}_2| = h$) и развернуты на произвольный угол α относительно друг друга. Будем считать, что потенциал спаривания Δ отличен от нуля только в S слоях, где, в свою очередь, исчезает обменное поле.

Решение уравнений (5.17) для частного случая 2D перехода с ферромагнитным бислоем легко получить при помощи трансфер-матрицы, приведенной в приложении 5.6.1:

$$\hat{f}_d = \hat{T}_\alpha(d_2/\cos\theta) \otimes \hat{T}_0(d_1/\cos\theta) \otimes \hat{f}_0, \quad (5.19)$$

где функция Эйленбергера \hat{f}_0 на левой границе бислоя ($s = 0$) содержит только синглетную компоненту: $\hat{f}_0 = (1, 0, 0)$. Тогда для сдвига фаз $\gamma(\theta)$ получим следующее выражение:

$$\cos\gamma(\theta) \equiv f_{sd} = \cos^2\frac{\alpha}{2} \cos(\delta_1 + \delta_2) + \sin^2\frac{\alpha}{2} \cos(\delta_1 - \delta_2), \quad (5.20)$$

где $\cos\theta = (\mathbf{n}, \mathbf{n}_F)$ – угол между направлением траектории и нормалью к FS границе, а $\delta_{1,2} = d_{1,2}/(\xi_h \cos\theta)$. Выражение (5.20) позволяет записать первую гармонику ток-фазового

соотношения (5.5) в следующем удобном виде:

$$I_1 = \left[\cos^2 \frac{\alpha}{2} I_{c1} \left(\frac{d_1 + d_2}{\xi_h} \right) + \sin^2 \frac{\alpha}{2} I_{c1} \left(\frac{d_1 - d_2}{\xi_h} \right) \right] \sin \varphi, \quad (5.21)$$

где

$$I_{c1}(\delta) = a_1 g(\delta), \quad g(\delta) = \int_0^{\pi/2} d\theta \cos \theta \cos \left(\frac{\delta}{\cos \theta} \right) \quad (5.22)$$

– критический ток первой гармоники SFS перехода с толщиной F слоя $d = \delta \xi_h$ и однородным обменным полем h . Для толстого 2D перехода ($\delta \gg 1$) асимптотика $g(\delta)$ вычислена в [471] и имеет вид:

$$g(\delta) \simeq \frac{\sqrt{\pi}}{2} \frac{\cos \delta - \sin \delta}{\sqrt{\delta}}. \quad (5.23)$$

Таким образом, деструктивная интерференция вкладов от разных траекторий приводит к уменьшению по степенному закону критического тока I_{c1} при увеличении толщины F слоя d : $I_{c1} \propto d^{-1/2}$ для 2D переходов [471]. Подобная медленная степенная зависимость спада критического тока I_{c1} при увеличении толщины ферромагнитного барьера является специфичной для джозефсоновских систем в чистом пределе. Аналогичная зависимость для 3D переходов получена в работе [29] и дает $I_{c1} \propto d^{-1}$. В симметричном случае ($d_1 = d_2$) из (5.21) немедленно получаем дальнедействующую компоненту джозефсоновского тока:

$$I_{c1}^{LR} = \sin^2 \frac{\alpha}{2} I_{c1}(0) \sin \varphi, \quad (5.24)$$

которая не зависит от толщины ферромагнитного бислоя d . Отметим, что дальнедействующая компонента сверхтока сохраняется при любом отличном от нуля угле α между магнитными моментами в соседних F слоях.

Эффект дальнего действия наблюдается также и для второй гармоники ток–фазового соотношения (5.5). Изучим, как зависит амплитуда дальнедействующей компоненты второй гармоники от толщины F слоя d_2 при фиксированной суммарной толщине бислоя $d \gg \xi_f$. Усредняя выражение $\cos 2\gamma = 2 \cos^2 \gamma - 1$, по различным траекториям

$$\frac{\langle (\mathbf{n}, \mathbf{n}_F) \cos 2\gamma \rangle}{\langle (\mathbf{n}, \mathbf{n}_F) \rangle} = \int_0^{\pi/2} d\theta \cos \theta \cos [2\gamma(\theta)],$$

и оставляя в полученном выражении слагаемые, которые не зависят от большого параметра d_1/ξ_f и ответственны за эффект дальнего действия, получим

$$\delta I_{c2} = -\frac{a_2 \sin^2 \alpha}{2} G_2(d_2/\xi_h) \sin 2\varphi, \quad G_2(d_2/\xi_h) = 1 - g(d_2/\xi_h). \quad (5.25)$$

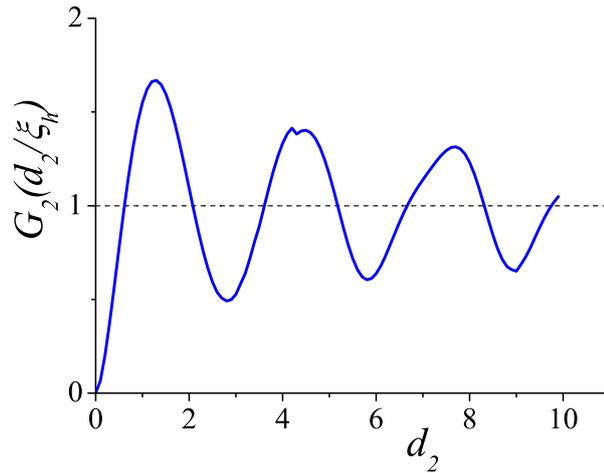


Рис. 5.3. Зависимость амплитуды дальнедействующей компоненты второй гармоники G_2 от толщины домена d_2 .

Зависимость $G_2(d_2)$ показана на рис. 5.3. Заметим, что дальнедействующий джозефсоновский ток в SFS переходе с ферромагнитным бислоем сохраняется и в том случае, если $d_1 \neq d_2$ и $d_{1,2} \gg \xi_f$

$$I_{c2}^{LR} = -\frac{a_2 \sin^2 \alpha}{2}.$$

Такое поведение сверхтока в чистом SFS переходе является проявлением дальнедействующего эффекта близости для четных гармоник ток–фазовой зависимости (5.5) и согласуется с недавними теоретическими результатами, полученными в работах [460, 461].

5.3. Дальнедействующий джозефсоновский транспорт в ферромагнитном проводе со спин–орбитальным взаимодействием

Перейдем теперь к изучению еще одного примера SFS джозефсоновской системы, в которой оказывается возможным подавление деструктивной фазовой интерференции и существует дальнедействующий джозефсоновский транспорт. В отличие от традиционных моделей, объясняющих эффект дальнего действия в SFS структурах присутствием различных пространственных неоднородностей обменного поля [69, 71–74], здесь рассмотрен принципиально иной механизм появления дальнедействующих триплетных корреляций в ферромагнитных наноструктурах, возможный и в системах с однородной в пространстве намагниченностью [68]. Необходимое изменение эффективного обменного поля \mathbf{h} вдоль произвольной квазиклассической траектории появляется при многократных отражениях от поверхности ферромагнетика из-за спин–орбитального взаимодействия, которое приводит к зависимости обменного поля от направления импульса квазичастицы $\mathbf{h} = \mathbf{h}(\mathbf{k})$ [466].

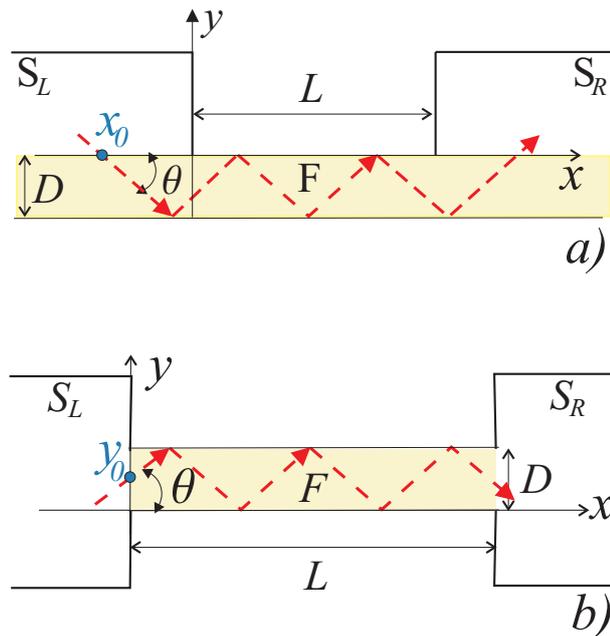


Рис. 5.4. Схематическое изображение планарного SFS джозефсоновского перехода, образованного ферромагнитным проводом с толщиной D , для различных способов расположения сверхпроводящих контактов: (a) контакты "внахлест" ("overlap" геометрия); (b) контакты в торцах провода ("edge" геометрия). Траектория квазичастиц испытывает многократные отражения от поверхности провода и показана штриховой линией.

Рассмотрим тонкий ферромагнитный провод в однодоменном состоянии, в котором

квазиклассические траектории электронов и дырок испытывают многократные зеркальные отражения от поверхности провода (см. рис. 5.4). В частности, SFS структура с геометрией, показанной на рис. 5.4а, может служить грубой моделью для экспериментов с нанопроводами из Co [68]. По-прежнему, для простоты, ограничимся случаем короткого 2D контакта, полагая длину провода малой по сравнению со сверхпроводящей длиной когерентности: $L \ll \xi_s$. С учетом спин-орбитального взаимодействия, слагаемое в эффективном гамильтониане для электронов проводимости в ферромагнетике, ответственное за обменное взаимодействие, зависит от квазиимпульса \mathbf{k}

$$\hat{H}_{ex} = \sum_{ij} \beta_{ij}(\mathbf{k}) h_{0i} \sigma_j = \mathbf{h}(\mathbf{k}) \hat{\sigma}, \quad (5.26)$$

где \mathbf{h}_0 – псевдовектор определяемый магнитным моментом \mathbf{M} ферромагнетика. Если в системе отсутствует анизотропия, описываемая каким-либо полярным вектором, то простейшая зависимость эффективного обменного поля \mathbf{h} имеет вид:

$$\mathbf{h}(\mathbf{k}) = \mathbf{h}_0 + \beta_{so} \frac{(\mathbf{h}_0, \mathbf{k}) \mathbf{k}}{k_F^2}, \quad (5.27)$$

где β_{so} – константа спин-орбитального взаимодействия, а k_F – импульс Ферми.

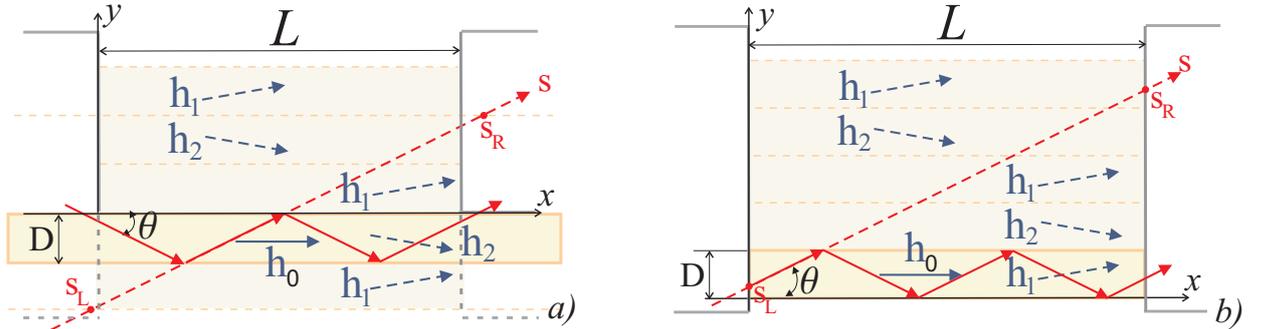


Рис. 5.5. Схематичное изображение эквивалентного SFS сэндвича для структур, показанных на рисунке 5.4. а) "overlap" геометрия (Рис. 5.4а); б) "edge" геометрия (Рис. 5.4б). Пунктирной линией показана траектория \mathbf{s} , эквивалентная реальной ломаной траектории электрона (сплошная линия), которая учитывает зеркальное отражение относительно свободной границы N слоя. Длина квазиклассической траектории определяется длиной отрезка между точками s_L и s_R . С учетом спин-орбитального взаимодействия эффективное обменное поле $\mathbf{h} = \mathbf{h}_1$ или $\mathbf{h} = \mathbf{h}_2$ меняет свое направление вдоль траектории \mathbf{s} с периодом $2D/\sin\theta$.

Поскольку при зеркальном отражении квазичастиц от поверхности направление их импульса изменяется, обменное поле вдоль квазиклассической траектории, испытывающей отражения от поверхности провода, будет периодически менять свое направление. Тогда задачу о вычислении критического тока планарных SFS структур, показанных на рис. 5.4,

можно свести к вычислению I_c в чистом пределе для эффективного SFS сэндвича, показанного на рис. 5.5 с прямолинейными квазиклассическими траекториями и периодически меняющимся вдоль траектории с обменным полем (5.27). Квазиклассическая траектория задается положением начальной точки (x_0 или y_0) на поверхности сверхпроводника и углом θ , определяющим начальное направление квазиимпульса. Подобный расчет критического тока чистых квазидвумерных SNS слабых связей (т.е. в отсутствие обменного поля), учитывающий зеркальное отражение электронов относительно свободной границы нормального (N) слоя, был выполнен в работах [472, 473].

Для вычисления спин-зависимого сдвига фаз γ между электронной и дырочной частями волновой функции на некоторой квазиклассической траектории, воспользуемся, как и прежде, линейризованными уравнениями Эйленбергера (5.17) с периодическим обменным полем (5.27). Очевидно, что такие же уравнения описывают транспорт квазичастиц в ферромагнетике с периодической доменной структурой. Рассмотрим более общую задачу и вычислим зонный спектр $\epsilon(k)$ в потенциале, формируемом полем \mathbf{h} , которое меняется с периодом $s_\theta = 2D/\sin\theta$:

$$-i\hbar V_F \partial_s f_s + 2\mathbf{h}\mathbf{f}_t = \epsilon(k)f_s, \quad -i\hbar V_F \partial_s \mathbf{f}_t + 2f_s\mathbf{h} = \epsilon(k)\mathbf{f}_t. \quad (5.28)$$

Будем искать решение (5.28) в виде блоховских функций

$$\begin{pmatrix} f_s \\ \mathbf{f}_t \end{pmatrix} = e^{iks} \begin{pmatrix} f_{sk} \\ \mathbf{f}_{tk} \end{pmatrix}, \quad (5.29)$$

$$f_{sk}(s + s_\theta) = f_{sk}(s), \quad \mathbf{f}_{tk}(s + s_\theta) = \mathbf{f}_{tk}(s).$$

Рассмотрим некоторые общие свойства уравнений (5.28). Если решение (f_s, \mathbf{f}_t) , соответствует ветви спектра $\epsilon_\sigma(k)$, то существует и другое решение $(f_s^*, -\mathbf{f}_t^*)$, энергия которого равна $-\epsilon_\sigma(k)$. Но, с другой стороны, этому второму решению $(f_s^*, -\mathbf{f}_t^*)$ соответствует энергии $\epsilon_{\tilde{\sigma}}(-k)$. Таким образом, получаем для зонного спектра следующее свойство симметрии:

$$\epsilon_{\tilde{\sigma}}(-k) = -\epsilon_\sigma(k), \quad (5.30)$$

где индексы σ и $\tilde{\sigma}$ обозначают номера различных ветвей спектра. Это означает, что для четного числа ветвей все ветви спектра можно разбить на пары в соответствии с условием (5.30). Однако для нечетного числа ветвей спектра всегда существует одна ветвь, которая не имеет пары. Для этой ветви $\sigma \equiv \tilde{\sigma}$, и свойство симметрии (5.30) имеет вид: $\epsilon_\sigma(-k) = -\epsilon_\sigma(k)$, т.е. эта ветвь пересекает нулевой уровень энергии при $k = 0$: $\epsilon_\sigma(0) = 0$. Для блоховского решения (5.29) с $k = 0$ и $\epsilon = 0$ сдвиг фаз между электронной и дырочной частями волновой функции γ на квазиклассической траектории, содержащей целое число периодов s_θ ,

обращается в нуль. Заметим, что таким свойством обладают все траектории в SFS переходе, показанном на рисунке 5.4а. Поскольку для решения с $k = 0$ и $\epsilon = 0$ фазовый сдвиг $\gamma = 0$, то это решение обеспечивает дальнедействующий вклад в сверхток через переход. Интересно, что рассматриваемая здесь SFS структура, в которой обменное поле периодически меняется вдоль траектории квазичастиц, напоминает системы без спин–орбитального взаимодействия, состоящие из нанопровода в магнитном поле, направление которого поворачивается (вращается) от точки к точке вдоль провода. В последнее время подобные системы активно исследуются из-за возможности существования в них майорановских мод [474, 475] (см., также, обзоры [476–478] о состояниях Майорана).

Для определенности будем считать, постоянная компонента обменного поля $\mathbf{h}_0 = h_0 \mathbf{x}_0$ направлена вдоль оси провода, тогда из (5.27) получим следующее выражение для обменного поля $\mathbf{h} = \mathbf{x}_0 h_x + \mathbf{y}_0 h_y(s)$, где компонента $h_x(\theta) \simeq h_0$ практически постоянна вдоль траектории, а $h_y(s)$ – периодическая функция с нулевым средним значением. В интервале $-s_\theta/2 \leq s \leq s_\theta/2$ компонента h_y обменного поля определяется выражением $h_y = \beta_{so} h_0 \sin \theta \cos \theta \text{sign } s$. Раскладывая периодическую функцию $h_y(s)$ в ряд Фурье

$$h_y = \sum_q H_q e^{iqs}, \quad H_q = -i\tilde{h} \frac{2 \sin \theta}{Dq}, \quad f_{s,tx,ty} = e^{iks} \sum_q F_{s,x,y}(k+q) e^{iqs}, \quad (5.31)$$

перепишем уравнения (5.28) в форме:

$$\begin{aligned} (\hbar V_F(k+q) - \epsilon) F_s(k+q) + 2h_x F_x(k+q) + 2 \sum_{\tilde{q}} H_{q-\tilde{q}} F_y(k+\tilde{q}) &= 0, \\ (\hbar V_F(k+q) - \epsilon) F_x(k+q) + 2h_x F_s(k+q) &= 0, \\ (\hbar V_F(k+q) - \epsilon) F_y(k+q) + 2 \sum_{\tilde{q}} H_{q-\tilde{q}} F_s(k+\tilde{q}) &= 0, \end{aligned} \quad (5.32)$$

где $q, \tilde{q} = q_m = 2\pi(2m+1)/s_\theta$, $m = 0, \pm 1, \pm 2, \dots$ – вектора обратной решетки, и $\tilde{h} = \beta_{so} h_0 \sin \theta \cos \theta$.

Полагая периодическое поле h_y малым, решим уравнения (5.32) по теории возмущения, аналогично методу слабой связи в зонной теории твердых тел. В предельном случае отсутствия периодического потенциала ($h_y \rightarrow 0$) уравнения (5.32) имеют три типа решений, соответствующие трем ветвям спектра $\epsilon_0(k)$ и $\epsilon_\pm(k)$:

$$\begin{aligned} \epsilon_0(k) = \hbar V_F(k+p) &\rightarrow (F_s, F_x, F_y) = (0, 0, 1) \delta_{q-p}, \\ \epsilon_\pm(k) = \hbar V_F(k+p_\pm) \pm 2h_x &\rightarrow (F_s, F_x, F_y) = (1, \pm 1, 0) \delta_{q-p_\pm} \end{aligned}, \quad (5.33)$$

где p и p_\pm – произвольные вектора обратной решетки. Моды (5.33) сильно взаимодействуют, если выполнены условия резонанса $\epsilon_0 = \epsilon_+ = \epsilon_-$. Такой резонанс возможен, если значение

$Q = 2h_x/\hbar V_F \simeq 1/\xi_h = 2h_0/\hbar V_F$ оказывается равным какому-либо из векторов обратной решетки q_m , т.е. в условиях резонанса Брэгга. Вблизи такого резонанса в разложении (5.31) доминируют Фурье гармоники, соответствующие векторам обратной решетки с $p = 0$ и $p_{\pm} = \mp q_m$. Записывая решение уравнений (5.32) в виде суперпозиции этих трех гармоник, получим дисперсионные уравнения для ветвей спектра, учитывающие взаимодействие мод (5.33) в периодическом потенциале $h_y(s)$:

$$\epsilon_0 = \hbar V_F k, \quad \epsilon_{\pm} = \hbar V_F k \pm \sqrt{(\hbar V_F q_m - 2h_x)^2 + 8|H_{q_m}|^2} = \hbar V_F (k \pm \Delta k_m) \quad (5.34)$$

и соответствующие собственные функции. (детали вычислений приведены в приложении 5.6.2). Используя граничные условия (5.18) для суперпозиции собственных функций при $s = 0$ и суммируя по всем Фурье гармоникам периодического потенциала, получим выражение для амплитуды синглетной компоненты $f_s(s)$, соответствующей ветви спектра ϵ_0 при $k = 0$, которая ответственна за дальнедействующую компоненту сверхтока:

$$f_s(s) = \cos(s/\xi_h) + \sum_{m=0}^{\infty} \left[\frac{8|H_{q_m}|^2 \cos(q_m s + \phi_m) \cos \phi_m (1 - \cos \Delta k_m s)}{(\hbar V_F q_m - 2h_x)^2 + 8|H_m|^2} \right. \\ \left. + \cos(q_m s) (\cos(\Delta k_m s) - \cos(\Delta q_m s)) + \sin(q_m s) \left(\frac{\Delta q_m}{\Delta k_m} \sin(\Delta k_m s) - \cos(\Delta q_m s) \right) \right]. \quad (5.35)$$

Здесь величина $\Delta q_m = q_m - Q$ характеризует отстройку от точного пространственного резонанса, а фазовый сдвиг $\phi_m = \pi y_0(2m + 1)/D$ определяется положением начальной точки траектории y_0 на поверхности сверхпроводника (см. рис. 5.4b). В случае конфигурации SFS структуры, показанной на рис. 5.4a зависимость от начальной точки траектории x_0 на поверхности сверхпроводника отсутствует, и следует положить $\phi_m = 0$ в выражении (5.35). Легко видеть, что при отсутствии модуляции обменного поля ($|H_m| = 0$) выражение (5.35) описывает осцилляции аномальной функции $f_s(s)$ в однородном ферромагнетике с обменным полем h_0 на масштабе $\xi_h = \hbar V_F/2h_0$

$$f_s(s) = \cos(s/\xi_h).$$

Заметим, что в выражении (5.35) не учитывается вклад остальных ветвей спектра ϵ_{\pm} , т.к. собственным функциям этих состояний в условиях резонанса соответствуют отличные от нуля квазиимпульсы $p_{\pm} = \mp Q \simeq 1/\xi_h$. Поэтому вклад этих функций в амплитуду $f_s(s)$ на правом сверхпроводящем электроде будет содержать большой фазовый множитель, зависящий от длины траектории (т.е., фактически, от длины провода L). При усреднении по различным траекториям этот фазовый множитель, как обычно, будет приводить к деструктивной интерференции и подавлению результирующего вклада в сверхток при увеличении длины L .

Применим полученное решение для анализа дальнедействующего эффекта Джозефсона в SFS структуре, показанной на рис. 5.4а, и вычислим значение синглетной компоненты аномальной функции $f_s(s)$ (5.35) на поверхности правого сверхпроводящего электрода при $s = s_R$. Учитывая, что для данной геометрии длина траектории s_R всегда равна целому числу периодов s_θ , следует положить в выражении (5.35) $\phi_m = 0$. Тогда получим следующее выражение для дальнедействующей компоненты f_s^{LR} , которая не зависит от длины траектории и, поэтому, не будет подавлена из-за деструктивной интерференции различных лучей при усреднении по различным траекториям:

$$f_s^{LR} = \sum_{m=0}^{\infty} \frac{8|H_{q_m}|^2}{(\hbar V_F q_m - 2h_x)^2 + 8|H_{q_m}|^2}. \quad (5.36)$$

Начальная точка траектории x_0 изменяется в интервале $\Delta x = 2D/\operatorname{tg}\theta$, поэтому дальнедействующая компонента первой гармоники ток–фазового соотношения имеет вид:

$$I_1^{LR} = I_{c1}^{LR} \sin \varphi = a_1 \sin \varphi \int_0^{\pi/2} d\theta \cos \theta f_s^{LR}(s_R).$$

Предполагая, что при $|H_{q_m} \rightarrow 0|$ резонансы являются достаточно узкими и слабо перекрываются друг с другом, можно аппроксимировать f_s^{LR} (5.36) суммой δ -функций и переписать выражение для критического тока I_1^{LR} в виде суммы по системе резонансных углов θ_m , определяемых из условия $\sin \theta_m = 2h_x D / \pi \hbar V_F (2m + 1)$:

$$I_{c1}^{LR} = a_1 \sum_{m \geq m^*} \frac{\sqrt{2\pi} \hbar V_F \tilde{h}(\theta_m)}{h_x^2 D} \sin^2 \theta_m, \quad (5.37)$$

где m^* – наименьшее целое число или ноль, удовлетворяющее условию $2m^* + 1 \geq D/\pi\xi_h$. В пределе $D \gg \hbar V_F / 2h_x$ резонансных углы θ_m плотно расположены в диапазоне можно заменить сумму по m интегралом, вычисляя который для $\tilde{h}/h_x = \beta_{s0} \sin \theta \cos \theta$ получим:

$$I_{c1}^{LR} \simeq a_1 \sqrt{2} \int_0^{\pi/2} d\theta \frac{\tilde{h}(\theta)}{h_x(\theta)} \cos \theta \sin \varphi \simeq a_1 \frac{\sqrt{2}}{3} \beta_{s0}. \quad (5.38)$$

На рисунке 5.6 показана зависимость амплитуды дальнедействующей компоненты первой гармоники сверхтока I_{c1}^{LR} от толщины F провода D . Осцилляции критического тока $I_{c1}^{LR}(D)$ при изменении толщины провода с периодом $\Delta D = 2\pi\xi_h$ вызваны изменением числа резонансных (брэгговских) квазиклассических траекторий, вдоль которых сдвиг фаз γ между электронной и дырочной частями волновой функции отсутствует.

Полученный эффект дальнего действия в первой гармонике ток–фазового соотношения в значительной мере является следствием особенностей конфигурации рассмотренного выше

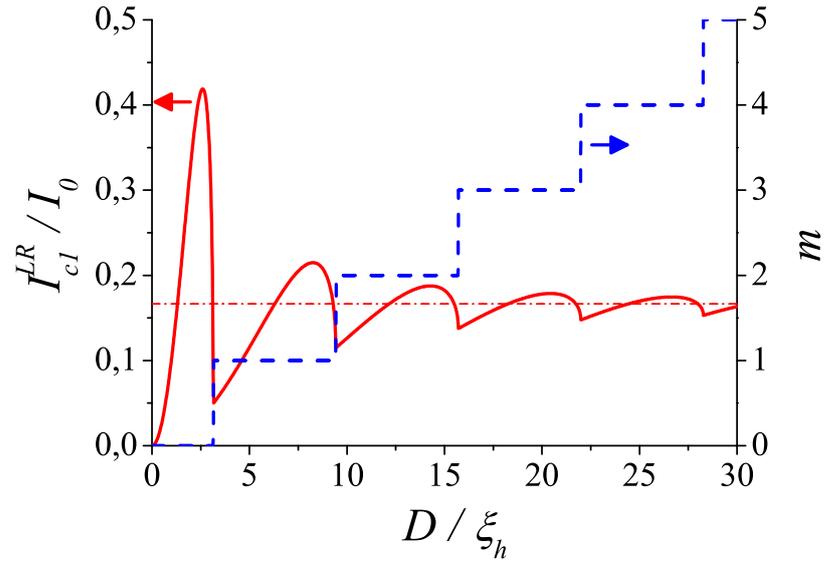


Рис. 5.6. Зависимость амплитуды дальнедействующей компоненты первой гармоники сверхтока I_{cl}^{LR} (5.37) (сплошная линия) и номера m^* (штриховая линия) от толщины F провода D . Для сравнения горизонтальной пунктирной линией показано асимптотическое значение амплитуды I_{cl}^{LR} для $D \gg \xi_h$, определяемое выражением (5.38). ($I_0 = a_1 2\sqrt{2}\beta_{s0}$)

SFS перехода, изображенного на рис. 5.4а. Для данного ("overlap") расположения сверхпроводящих контактов характерно то, что длина любой траектории s_R всегда кратна периоду s_θ , с которым меняется обменное поле вдоль траектории. Это обстоятельство приводит к появлению большого числа резонансных траекторий под углами θ_m , для которых характерно существование моды с нулевым набегом фазы γ . Понятно, однако, что существование такой дальнедействующей компоненты сверхтока должно быть весьма чувствительно как к любым нарушениям геометрии, так и к возможному беспорядку. Так в SFS структуре, показанной на рис. 5.4b, длина траектории $s_R = L/\cos\theta$ не всегда равна целому числу периодов модуляции обменного поля. Это обстоятельство приводит к тому, что набег фаз γ не обращается в нуль. К аналогичному эффекту приводит и нарушение периодичности обменного поля из-за отклонения от зеркального отражения траекторий от поверхности провода. Нарушение периодичности смешивает моды с $\epsilon = 0$ и различными квазиимпульсами, что также мешает полной компенсации набег фаз γ . Поэтому эффект дальнего действия для первой гармоники ток-фазового соотношения будет отсутствовать. Однако, как и в случае ферромагнитного бислоя, рассмотренного в разделе 5.2 можно ожидать существование дальнедействующего сверхтока для высших (четных) гармоник. Воспользуемся полученным по теории возмущений выражением для синглетной части аномальной функции Грина f_s (5.35) для геометрии

SFS перехода, показанной на рис. 5.4b. Тогда вторую гармонику ток–фазового соотношения можно записать в виде:

$$I_2 = I_{c2} \sin 2\varphi = a_2 \sin 2\varphi \int_0^{\pi/2} d\theta \cos \theta \left(2\langle f_s^2(s_R) \rangle_{y_0} - 1 \right), \quad (5.39)$$

где $\langle \dots \rangle_{y_0} = (1/D) \int_0^D \dots dy_0$ обозначает усреднение по начальной точке траектории y_0 (см. рис. 5.4b). Оставляя только слагаемые линейные по малой амплитуде $|H_{qm}|^2$ получим следующее выражение для критического тока дальнедействующей компоненты второй гармоники I_2 :

$$I_{c2}^{LR} = a_2 \sum_m \frac{\sqrt{2}\pi\hbar V_F \tilde{h}(\theta_m)}{h_x^2 D} \sin^2 \theta_m \simeq a_2 \frac{\sqrt{2}}{3} \beta_{s0}, \quad (5.40)$$

которое, как легко видеть, с точностью до замены коэффициентов $a_1 \rightleftharpoons a_2$ совпадает в аналогичным выражением для первой гармоники (5.38). Отметим, что в данном случае амплитуда второй гармоники отрицательна, поскольку $a_2 < 0$.

В данном разделе изучен дальнедействующий джозефсоновский транспорт в баллистических SFS структурах со спин–орбитальным взаимодействием и предложен "брэгговский" механизм подавления деструктивной фазовой интерференции волновых функций квазичастиц при усреднении по различным траекториям, которая приводит к быстрому затуханию сверхтока с увеличением длины структуры. Данный механизм основан на зависимости обменного поля от направления импульса квазичастицы и существует даже в том случае, когда намагниченность и обменное поле однородны в пространстве. Конверсия синглетных (затухающих) сверхпроводящих корреляций в триплетные (незатухающие) возникает в неколлинеарном обменном поле, направление которого периодически меняется при отражениях квазичастиц от поверхности ферромагнетика из-за зависимости обменного поля от направления импульса квазичастицы. Дальнедействующий сверхток всегда появляется на второй гармонике ток–фазового соотношения $I_{c2} \sin(2\varphi)$, а для отдельных конфигураций SFS структур может наблюдаться и на основной гармонике $I_{c1} \sin \varphi$. Предложенный механизм может служить объяснением наблюдений заметного сверхтока через тонкий проводник S_0 в однодоменном состоянии, когда традиционный "доменный" механизм возбуждения триплетных сверхпроводящих корреляций [69] не работает. Заметим, отсутствие затухания критического тока в тонком однородном ферромагнитном проводе было показано ранее в работе [479] для режима одномодового транспорта, когда отсутствует усреднение по различным поперечным модам, приводящее к интерференционному подавлению сверхтока. Данный одномодовый механизм существенно отличается от изучаемого здесь "брэгговского" поведением высших гармоник ток–фазового соотношения, что может служить критерием их отличия.

5.4. Синглетный джозефсоновский транспорт при рассеянии с переверотом спина в баллистических SFS структурах

В данном разделе предложен новый способ управления джозефсоновским током в гибридной структуре сверхпроводник-ферромагнетик-сверхпроводник (SFS) с баллистическим типом проводимости при помощи формирования мелкомасштабной неоднородности обменного поля \mathbf{h} в центральной части слабой связи (см. рис. 5.7). Подобная локализованная неоднородность является причиной появления дальнедействующей синглетной компоненты джозефсоновского тока и может быть создана, например, магнитным зондом обменно-силового микроскопа (MExFM) или другим источником сильно неоднородного магнитного поля, способного вызвать перемагничивание участка ферромагнитного канала с характерным размером $\sim \xi_h$. Созданная подобным "магнитным затвором" область, в которой направление обменного поля \mathbf{h} отличается от исходного, рассеивает куперовские пары, меняя их спиновую структуру.

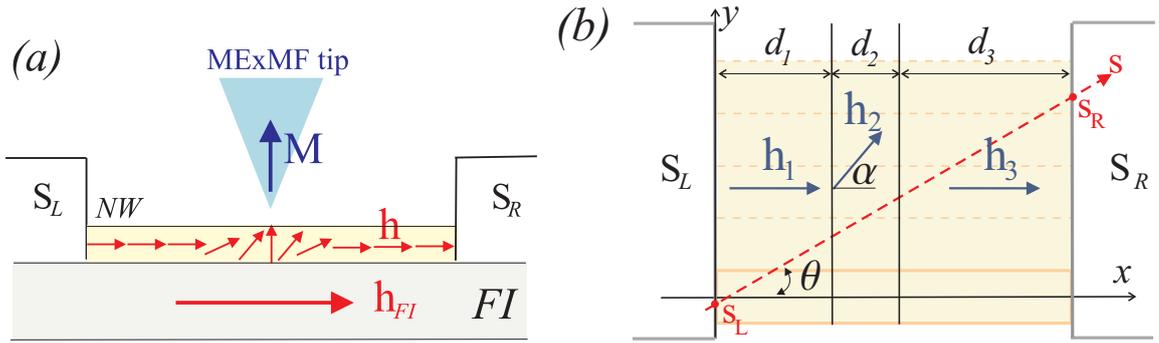


Рис. 5.7. (а) Схематичное изображение изучаемой SFS структуры: тонкий слой нормального немагнитного металла (NW) на поверхности ферромагнитного изолятора (FI), который индуцирует в металле эффективное обменное поле \mathbf{h} . Магнитный зонд \mathbf{M} перемагничивает домен в центральной части структуры, создавая неоднородность обменного поля. (б) Эквивалентный SFS переход, барьер которого состоит из трех слоев ферромагнетика со ступенчатым профилем обменного поля (5.46). Траектория квазичастиц показана штриховой линией.

Для описания процесса рассеяния куперовских пар с изменением их спинового состояния, удобно ввести новые функции $f_{\pm} = f_s \pm f_{tx}$, образованные из компонент аномальной функции Грина f (5.15). Как уже отмечалось, суммарный импульс синглетной пары $\hbar\mathbf{q} = \hbar\mathbf{k}_{\uparrow} - \hbar\mathbf{k}_{\downarrow}$ не равен нулю из-за обменного расщепления спиновых подзон ($|\mathbf{k}_{\uparrow}| > |\mathbf{k}_{\downarrow}|$ и $|\mathbf{q}| \sim 1/\xi_h$). Функции f_{\pm} описывают пары с нулевой суммарной проекцией спина на ось квантования и обращенной (инвертированной) спиновой структурой. Уравнения Эйлера (5.17) для функций f_{\pm} существенно упрощаются, если обменное поле однородно и

направлено вдоль оси квантования x :

$$\mp i\hbar V_F \partial_s f_{\pm} + 2hf_{\pm} = 0. \quad (5.41)$$

Полагая для краткости $s_L = 0$, легко получить из (5.41) значения компонент функции f на границе правого электрода ($x = d$):

$$f_{\pm}(s_R) = e^{\mp iqs_R} f_{\pm}(0), \quad f_{ty}(s_R) = f_{ty}(0) = 0, \quad (5.42)$$

где $s_R = d/\cos\theta$ определяется общей длиной структуры $d = d_1 + d_2 + d_3$ (см. рис. 5.7b). Здесь $d_{1,3} \gg \xi_h$ — длины однородно намагниченных участков ферромагнетика с одинаковым направлением обменного поля \mathbf{h} с двух сторон от рассеивающего домена d_2 (см. рис. 5.7a). Поскольку сверхпроводники предполагаются синглетными, и собственная триплетная компонента в электродах отсутствует, сверхпроводящий ток определяется интерференцией синглетной компоненты индуцируемой левым электродом $f_s(s_R) = (f_+(s_R) + f_-(s_R))/2$, и собственной синглетной функцией правого электрода. При усреднении по траекториям (углу θ) быстро осциллирующий множитель $e^{\mp id/\xi_h \cos\theta}$ в функции $f_{\pm}(s_R)$ приведет, как уже отмечалось ранее, к сильному подавлению ($\sim \xi_h/d \ll 1$) критического тока по сравнению с аналогичной SNS структурой, для которой $q = 0$ и деструктивная интерференция вкладов от различных траекторий отсутствует. Теперь легко понять, каким образом создание мелкомасштабной неоднородности обменного поля и намагниченности вблизи центра ферромагнитной слабой связи стимулирует синглетную сверхпроводимость и дальнедействующий эффект Джозефсона. После первого однородного F слоя толщиной d_1 функции f_{\pm} приобретают дополнительный фазовый множитель: $f_{\pm}(s_{d_1}) = e^{\mp iqs_{d_1}} f_s(0)$. Если неоднородность, выполняющая функции рассеивателя, отсутствует ($d_2 = 0$), то значения компонент функции f на правом электроде определяются соотношениями (5.42), и происходит сильное интерференционное "гашение" критического тока. Присутствие домена d_2 (рассеивателя) с иным неколлинеарным направлением обменного поля приводит к "запутыванию" компонент f_+ и f_- , так что в плоскости $x = d_1 + d_2$

$$f_{\pm}(s_{d_1} + s_{d_2}) = a_{\pm} e^{-iqs_{d_1}} + b_{\pm} e^{+iqs_{d_1}}, \quad (5.43)$$

где $s_{d_i} = d_i/\cos\theta$, а коэффициенты a_{\pm} и b_{\pm} зависят от параметров рассеивателя (толщины домена d_2 , угла поворота обменного поля α). На границе правого электрода получим следующие значения компонент функции f_{\pm}

$$f_{\pm}(s_R) = a_{\pm} e^{-iq(s_{d_1} \pm s_{d_3})} + b_{\pm} e^{+iq(s_{d_1} \mp s_{d_3})}. \quad (5.44)$$

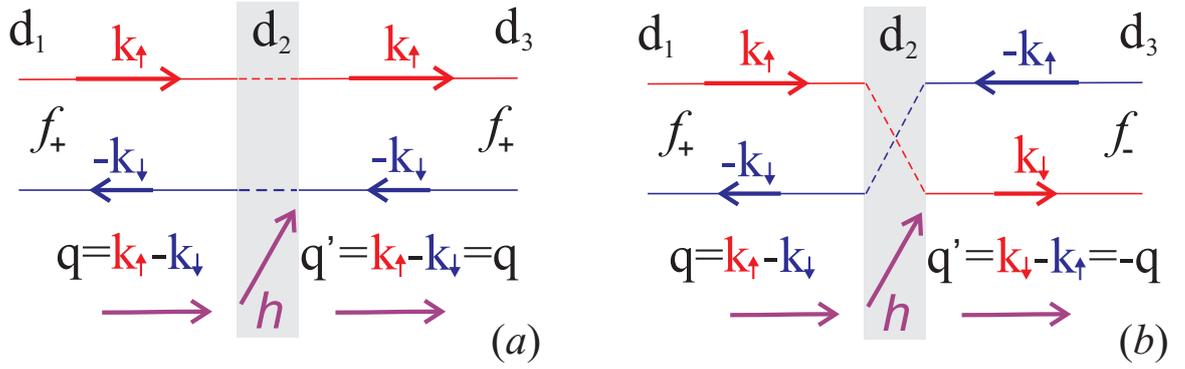


Рис. 5.8. (a) Рассеяние куперовской пары на неоднородности обменного поля \mathbf{h} без переворота спина электронов. Спиновая структура пары $\mathbf{q} = \mathbf{k}_\uparrow - \mathbf{k}_\downarrow$ остается неизменной по отношению к полю \mathbf{h} : $\mathbf{q}' = \mathbf{q}$. (b) Рассеяние куперовской пары на неоднородности обменного поля \mathbf{h} с переворотом спина электронов. Спиновая структура пары изменяется на противоположную: $\mathbf{q}' = \mathbf{k}_\downarrow - \mathbf{k}_\uparrow = -\mathbf{q}$. Рассеивающий домен с неоднородностью обменного поля \mathbf{h} выделен серым цветом.

При условии $d_1 = d_3$, т.е. при расположении домена d_2 точно в центре слабой связи, быстро осциллирующий множитель при первом или втором слагаемом исчезает. Это свидетельствует об эффекте дальнего действия, поскольку синглетная компонента

$$f_s(s_R) = \frac{1}{2} [a_+ e^{-iq(s_{d_1} + s_{d_3})} + b_- e^{+iq(s_{d_1} + s_{d_3})}] + \frac{1}{2} (a_- + b_+) \quad (5.45)$$

содержит слагаемое $(a_- + b_+)/2$, в котором "быстрая" зависимость от угла θ отсутствует. Схематично процесс рассеяния электронов, образующих куперовскую пару, на неоднородности обменного поля показан на рисунке 5.8. В зависимости от параметров домена d_2 суммарный импульс синглетной пары $\hbar\mathbf{q}$ может при таком рассеянии или остаться неизменным $\hbar\mathbf{q}' = \hbar\mathbf{q}$ (рис. 5.8a), или изменить свое направление на противоположное $\hbar\mathbf{q}' = -\hbar\mathbf{q}$ (рис. 5.8b). В первом случае ($a_- = 0, b_+ = 0$) спиновая структура пары по отношению к обменному полю \mathbf{h} не меняется ($f_\pm \rightarrow f_\pm$), и суммарный набег фаз между электронной и дырочной частями волновой функции $\gamma \approx (d_1 + d_3)/\xi_h$ оказывается большим, что приводит к сильной деструктивной интерференции электронных и дырочных состояний на характерной длине $\sim \xi_h$. Во втором случае ($a_+ = 0, b_- = 0$ – рассеяние с переворотом спина), спиновая структура синглетной пары по отношению к обменному полю изменяется на противоположную ($f_\pm \rightarrow f_\mp$), набег фаз на участках d_1 и d_3 отличаются знаком, а суммарный набег фаз $\gamma \approx (d_1 - d_3)/\xi_h$ зависит от относительного положения рассеивающего домена d_2 . При симметричном расположении рассеивателя ($d_1 \approx d_3$) суммарный набег фаз γ в ферромагнетике близок к нулю, и деструктивный эффект обменного поля для составляющей $(a_- + b_+)/2$ волновой функции $f_s(s_R)$ (5.45) мал или отсутствует. Таким образом, синглетная компонента f_s аномальной функции Грина в ферромагнетике с локализованной неоднородностью обменного поля в се-

редине структуры будут затухать на том же расстоянии $\xi_n = \sqrt{D_f/2\pi T_{c0}} \gg \xi_h$, что и в немагнитном металле. Это свидетельствует о появлении дальнедействующего джозефсоновского транспорта в рассматриваемой гибридной SFS системе. Еще раз подчеркнем, что в отличие от триплетного механизма дальнего действия [69, 70], в данном случае речь идет о стимуляции сверхтока синглетных пар.

5.4.1. Ступенчатый профиль обменного поля

Изучим более подробно дальнедействующий эффект Джозефсона в SFS структуре с индуцированной внешним полем неоднородностью намагниченности и обменного поля. Рассмотрим джозефсоновский транспорт через нормальный нанопровод (NW) на поверхности ферромагнитного изолятора (FI), который превращает немагнитный металл в эффективный ферромагнетик с однородным обменным полем $\mathbf{h} = h\mathbf{x}_0$ [463, 480]. Схематичное изображение исследуемой системы показано на рисунке 5.7а. Общая длина структуры $d = d_1 + d_2 + d_3$ предполагается большой по сравнению с длиной когерентности в ферромагнетике $\xi_h = \hbar V_F/2h$: $d \gg \xi_h$. Как и прежде, ограничимся приближением "короткого" перехода, полагая $d \ll \xi_n$, где $\xi_n = \sqrt{D_f/2\pi T_{c0}}$ – длина когерентности в нормальном металле. Магнитный зонд своим полем перемагничивает участок структуры, создавая в ней локализованную область (домен) с другим направлением обменного поля. Для простоты рассмотрим случай ступенчатого профиля обменного поля

$$h(x) = \begin{cases} h\mathbf{x}_0, & 0 \leq x \leq d_1 \quad d - d_3 \leq x \leq d \\ h(\mathbf{x}_0 \cos \alpha + \mathbf{y}_0 \sin \alpha), & d_1 \leq x \leq d_1 + d_2, \end{cases} \quad (5.46)$$

где α – угол поворота обменного поля в центральном домене d_2 (см. Рис. 5.7b). Для определения фазового набег γ между электронной и дырочной частями волновой функции воспользуемся линейризованными уравнениями Эйленберга для нулевой мацубаровской частоты (5.17) относительно квазиклассической аномальной функции Грина $\hat{f}(s) = f_s(s) + \mathbf{f}_t(s)\hat{\sigma}$ с граничными условиями $f_s(0) = 1$, $\mathbf{f}_t(0) = 0$ на левом сверхпроводящем электроде: $s = s_L = 0$. Фазовый набег $\gamma(\theta)$ для траектории под углом θ к оси x ($\cos \theta = (\mathbf{x}_0, \mathbf{n}_F)$) определяется значением синглетной части функции \hat{f} на правом сверхпроводящем электроде $s = s_R = d/\cos \theta$: $\cos \gamma = f_s(s_R)$. Используя для ступенчатого профиля обменного поля (5.46) метод трансфер-матриц (5.61, 5.63) (см. приложение 5.6.1):

$$\hat{f}(d/\cos \theta) = \hat{T}_0(d_3/\cos \theta) \otimes \hat{T}_\alpha(d_2/\cos \theta) \otimes \hat{T}_0(d_1/\cos \theta) \otimes \hat{f}_0, \quad (5.47)$$

где $\hat{f}_0 = (1, 0, 0)$, получим следующее выражение для фазового набега $\gamma(\theta)$:

$$\begin{aligned} \cos \gamma &= \cos \delta_2 \cos(\delta_1 + \delta_3) - \cos \alpha \sin \delta_2 \sin(\delta_1 + \delta_3) \\ &- \sin^2 \alpha \sin \delta_1 \sin \delta_3 (1 - \cos \delta_2). \end{aligned} \quad (5.48)$$

Выражение (5.48) удобно переписать в следующем эквивалентном виде:

$$\cos \gamma = b_1 \cos \delta_d + b_2 \sin \delta_d - b_3 \cos 2\delta_0, \quad (5.49)$$

где $\delta_i = d_i/\xi_h \cos \theta$ ($i = 1, 2, 3$), коэффициенты b_n ($n = 1, 2, 3$) не зависят от общей толщины ферромагнитного барьера

$$\begin{aligned} b_1 &= \cos^2 \delta_2 + \cos \alpha \sin^2 \delta_2 + b_3 \cos \delta_2, \\ b_2 &= \cos \delta_2 \sin \delta_2 - \cos \alpha \cos \delta_2 \sin \delta_2 + b_3 \sin \delta_2, \\ b_3 &= \sin^2 \alpha (1 - \cos \delta_2)/2, \end{aligned} \quad (5.50)$$

а величина $\delta_0 = (d_1 - d_3)/2\xi_h \cos \theta$ характеризует смещение $x_0 = (d_1 - d_3)/2$ центрального домена относительно середины структуры $x = d/2$. При усреднении по различным квазиклассическим траекториям (5.8), первые два слагаемых в выражении (5.49) дают исчезающе малый вклад из-за быстрых осцилляций $\cos \delta_d$ и $\sin \delta_d$ по углу θ . Последнее слагаемое в (5.49) не зависит от толщины структуры $d \gg \xi_h$, определяется исключительно положением и параметрами рассеивающего домена $d_2 \sim \xi_h$, и описывает дальнедействующую компоненту синглетной части функции f :

$$f_s^{LR} \equiv (\cos \gamma)^{LR} = -b_3 \cos 2\delta_0 = -\frac{1}{2} \sin^2 \alpha (1 - \cos \delta_2) \cos 2\delta_0. \quad (5.51)$$

Очевидно, что эффект дальнего действия пропадает при $d_2 \rightarrow 0$. Для $d_2 \ll \xi_h$ из уравнений Эйленбергера (5.17) легко получить по теории возмущений следующую оценку дальнедействующей составляющей синглетной функции Грина:

$$f_s^{LR} \sim (d_2/\xi_h)^2 (h_y/h)^2,$$

которая согласуется с выражением (5.51). После усреднения по траекториям (5.8) получим следующее выражение для дальнедействующей компоненты первой гармоники джозефсоновского тока:

$$I_1^{LR} = I_{c1}^{LR} \sin \varphi, \quad (5.52)$$

$$I_{c1}^{LR} = a_1 T_1, \quad T_1 = 2 \int_0^{\pi/2} d\theta \sin \theta \cos \theta (\cos \gamma)^{LR}. \quad (5.53)$$

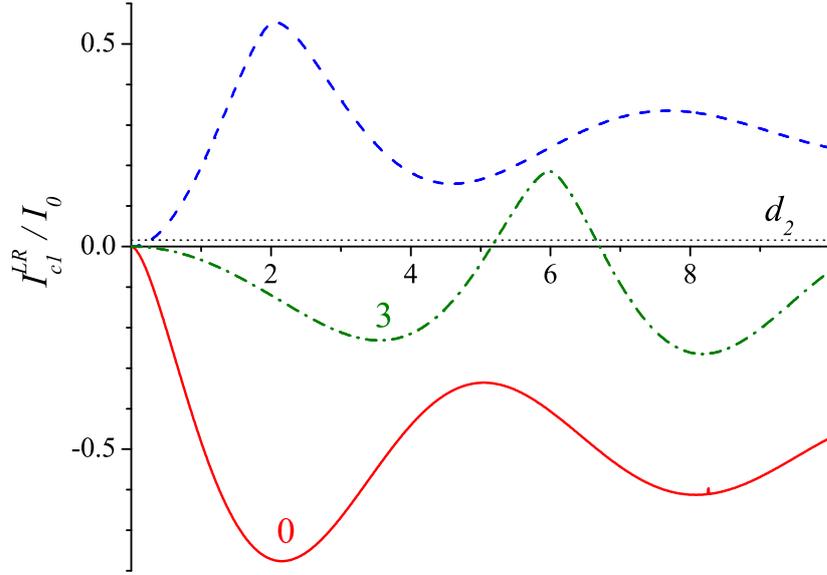


Рис. 5.9. Зависимость критического тока I_{c1}^{LR} от толщины d_2 90° -домена ($\alpha = \pi/2$) для различных значений смещения домена x_0 от центра структуры. $x_0 = 0$ - красная сплошная линия; $x_0 = \xi_h$ - синяя штриховая линия; $x_0 = 3\xi_h$ - зеленая штрих-пунктирная линия. Цифра рядом с кривой обозначает значение x_0/ξ_h . Точечной линией показано значение I_c в однородном канале ($d_2 = 0$). Здесь $T = 0.9T_c$; $d = 50\xi_h$ [$I_0 = (eT_c N/8\hbar) (\Delta/T_c)^2$].

Для тонкого домена $d_2 \ll \xi_h$, созданного в центре слабой связи ($x_0 = 0$), из выражений (5.51), (5.52), (5.55) легко получит следующую оценку критического тока SFS структуры:

$$I_{c1}^{LR} \approx \frac{I_0}{2} \left(\frac{d_2}{\xi_h} \right)^2 \ln \left(\frac{\xi_h}{d_2} \right) \sin^2 \alpha, \quad (5.54)$$

где $I_0 = (eT_c N/8\hbar) (\Delta/T_c)^2$ - критический ток SNS перехода с такой же геометрией при нулевом обменном поле ($\gamma = 0$). Легко видеть, что дальнедействующая часть джозефсоновского тока I^{LR} максимальна, если угол поворота обменного поля в домене d_2 составляет 90° ($\alpha = \pi/2$) и растет с увеличением толщины домена $\sim (d_2/\xi_h)^2$.

На рисунке 5.9 показаны зависимости критического тока I_{c1}^{LR} от толщины центрального домена d_2 для нескольких значений смещения 90° -домена относительно центра слабой связи. Амплитуда джозефсоновского тока I_1^{LR} осциллирует при изменении толщины d_2 при расположении домена точно в центре ($x_0 = 0$) и достигает своего максимума $\max\{I_{c1}^{LR}\} \simeq 0.7I_0$ при $d_2 \simeq 2.5\xi_h$. Отметим, что при таком симметричном расположении домена d_2 (сплошная кривая на рис. 5.9) амплитуда первой гармоники I_1^{LR} имеет отрицательный знак, т.е. для дальнедействующей компоненты джозефсоновского тока рассматриваемая SFS структура представляет собой π -контакт. Легко видеть, что I_{c1}^{LR} значительно превосходит значение критического тока для аналогичной SFS структуры с однородным обменным полем ($d_2 = 0$),

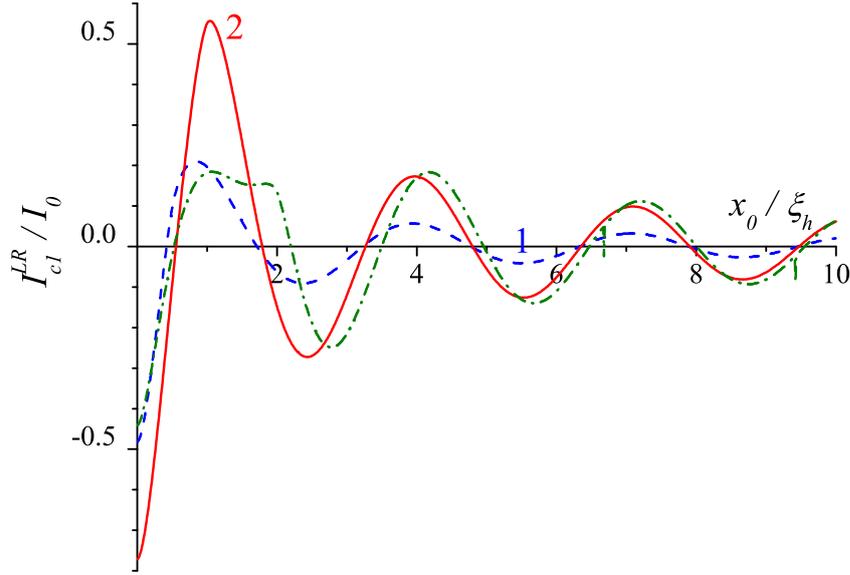


Рис. 5.10. Зависимость критического тока I_{c1}^{LR} от смещения x_0 центрального 90° -домена d_2 . $d_2 = \xi_h$ – синяя штриховая линия; $d_2 = 2\xi_h$ – красная сплошная линия; $d_2 = 4\xi_h$ – зеленая штрих-пунктирная линия. Цифра рядом с кривой обозначает значение d_2/ξ_h . Здесь $T = 0.9T_c$; $d = 50\xi_h$ [$I_0 = (eT_c N/8\hbar) (\Delta/T_c)^2$].

так что можно говорить об заметном усилении джозефсоновского транспорта при формировании мелкомасштабной неоднородности обменного поля вблизи центра слабой связи.

На рисунке 5.10 показаны зависимости критического тока I_{c1}^{LR} от смещения центрального домена x_0 относительно центра слабой связи для нескольких значений толщины 90° -домена d_2 . Как легко видеть, критический ток очень чувствителен к положению домена d_2 и заметно меняется как по величине, так и по знаку, при изменении положения домена. При смещении домена d_2 из центра структуры ($x_0 \neq 0$) наблюдается последовательность переходов контакта из 0 в π состояние и обратно. Отметим чрезвычайную чувствительность критического тока к расположению центрального домена: первое обращение в ноль коэффициента I_1^{LR} происходит уже при $x_0 \simeq 0.5\xi_h$. Таким образом, меняя положение x_0 магнитного зонда (и, тем самым, меняя положение и свойства индуцированной неоднородности обменного поля) можно добиться существенного изменения как величины, так и знака критического тока I_{c1} такой джозефсоновской связи, т.е. модифицировать ток-фазовое соотношение контакта $I(\varphi)$ в целом. При $0 - \pi$ переходе, как уже отмечалось выше, первая гармоника исчезает ($I_{c1}^{LR} = 0$), и доминирующей становится вторая гармоника ток-фазового соотношения (5.5) (см. раздел 5.3).

Для сравнения на рисунках 5.11 и 5.12 показаны зависимости дальнедействующей компоненты критического тока I_{c1}^{LR} и амплитуды I_{c1} полного джозефсоновского тока (5.5)

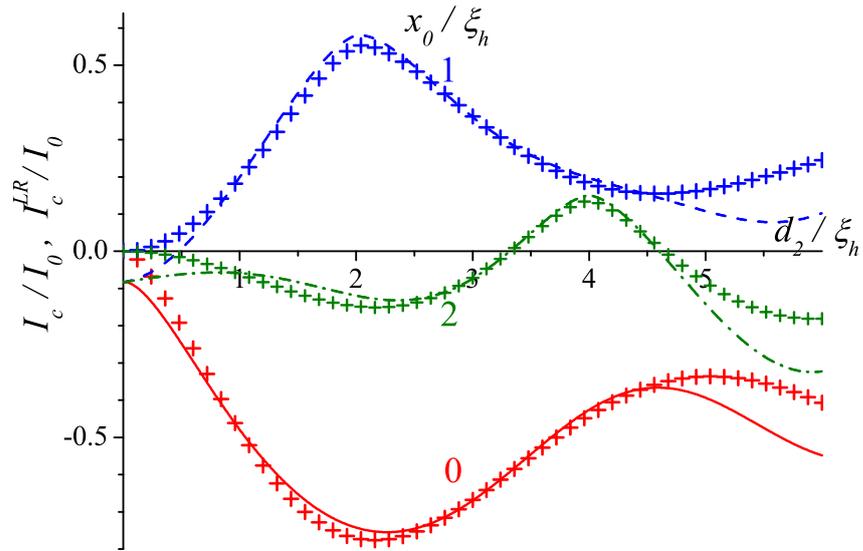


Рис. 5.11. Зависимость критического тока $I_{c1} = \max\{I_1\}$ от толщины d_2 90° -домена ($\alpha = \pi/2$) для различных значений смещения домена x_0 от центра структуры. $x_0 = 0$ - красная сплошная линия; $x_0 = \xi_h$ - синяя штриховая линия; $x_0 = 2\xi_h$ - зеленая пунктирная линия. Цифра рядом с кривой обозначает значение x_0/ξ_h . Символом + показана дальнедействующая компонента сверхтока I_{c1}^{LR} . Здесь $T = 0.9T_c$; $d = 20\xi_h$ [$I_0 = (eT_c N/8\hbar) (\Delta/T_c)^2$].

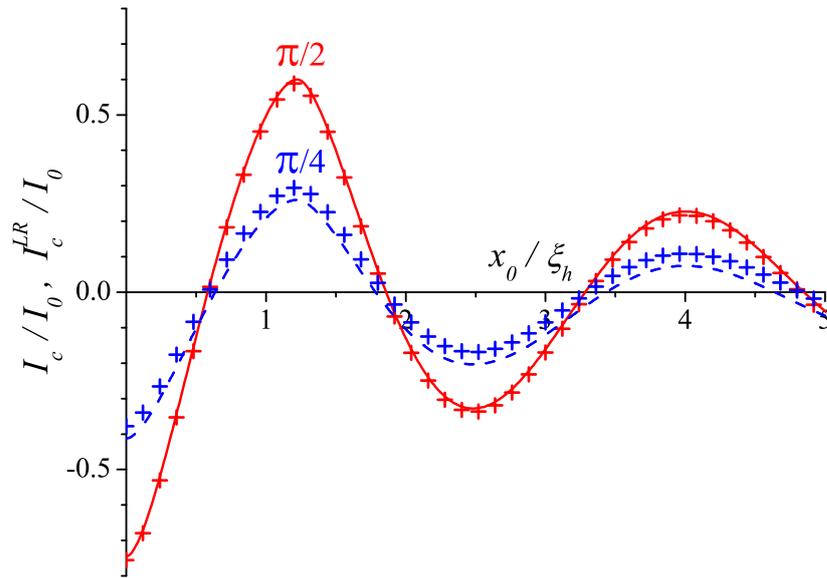


Рис. 5.12. Зависимость критического тока $I_{c1} = \max\{I_1\}$ от смещения центрального домена x_0 для различных значений угла α : $\alpha = \pi/2$ - красная сплошная линия; $\alpha = \pi/4$ - синяя штриховая линия. Символом + показана дальнедействующая компонента сверхтока I_{c1}^{LR} . Здесь $T = 0.9T_c$; $d = 20\xi_h$; $d_2 = 2.5\xi_h$, [$I_0 = (eT_c N/8\hbar) (\Delta/T_c)^2$].

от толщины d_2 и смещения x_0 магнитного домена, расположенного вблизи центра слабой SFS связи. Как легко видеть, заметные отличия между I_{c1} и I_{c1}^{LR} возникают, когда толщина внешних слоев d_1 и/или d_3 оказывается недостаточно большой ($d_1, d_3 \sim \xi_h$), так что набег фазы волновой функции на траектории $\gamma \sim (d_1 + d_3)/\xi_h \gtrsim 1$, и подавление джозефсоновского тока из-за деструктивной интерференции оказывается слабым.

Естественно, ограничиться анализом поведения только первой гармоники ток–фазового соотношения (5.5) можно в том случае, если вклад остальных высших гармоник в джозефсоновский ток мал. Поскольку для температур T , близких к критической T_c , коэффициенты a_n быстро уменьшаются с увеличением номера n ($|a_{n \geq 2}| \ll |a_1|$), гармоническое приближение обычно справедливо всюду, кроме окрестности перехода между 0 - и π - состояниями контакта, где $I_{c1} = 0$ [4]. В этом случае доминирующей становится вторая гармоника джозефсоновского тока I_2 , для которой также характерно дальнедействующее поведение. Используя соотношение $\cos(2\gamma) = 2 \cos^2 \gamma - 1$ легко получить из (5.49), (5.50) следующее выражение, члены которого не зависят от общей толщины ферромагнитного барьера d :

$$I_2^{LR} = I_{c2}^{LR} \sin 2\varphi, \quad (5.55)$$

$$I_{c2}^{LR} = 2a_2 \int_0^{\pi/2} d\theta \sin \theta \cos \theta (\cos 2\gamma)^{LR}, \quad (5.56)$$

где для $T \approx T_c$

$$a_2 = -\frac{eT_c}{384\hbar} N \left(\frac{\Delta}{T_c} \right)^4.$$

На рисунке 5.13 показаны зависимости амплитуд I_{c1}^{LR} и I_{c2}^{LR} двух первых гармоник дальнедействующей составляющей джозефсоновского тока (5.5) от смещения центрального домена x_0 . Выполненные расчеты показали, что в окрестности $0 - \pi$ перехода амплитуда второй гармоники всегда оказывается положительной ($I_2^{LR} > 0$), что соответствует скачкообразному переключению между 0 и π состояниями.

5.4.2. Плавный профиль обменного поля

Изучим как влияет плавность профиля обменного поля на эффект стимуляции синглетной сверхпроводимости в рассматриваемой SFS структуре. Используемый для решения метод трансфер–матриц можно легко обобщить на случай произвольного неколлинеарного распределения обменного поля

$$\mathbf{h} = h (\mathbf{x}_0 \cos \alpha(x) + \mathbf{y}_0 \sin \alpha(x)),$$

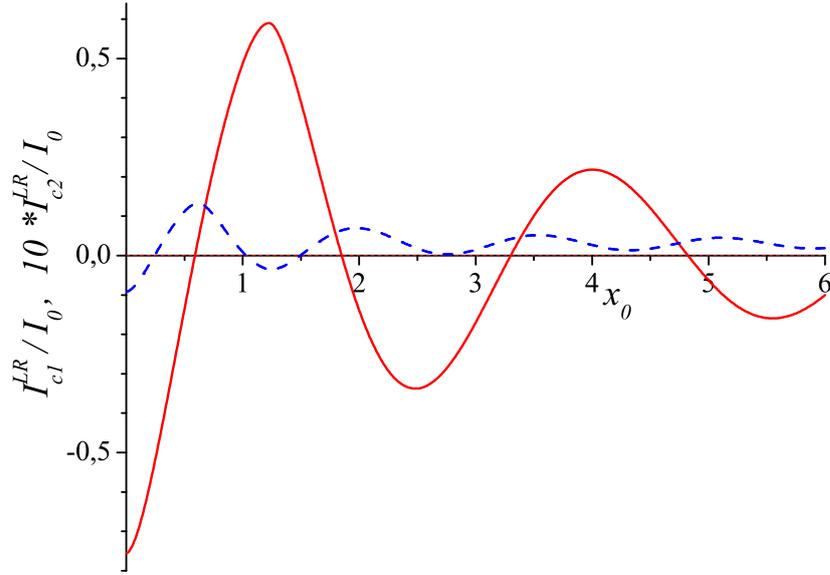


Рис. 5.13. Зависимость амплитуд I_{c1}^{LR} (красная сплошная линия) и I_{c2}^{LR} (синяя штриховая линия) двух первых гармоник дальнедействующей составляющей джозефсоновского тока от смещения центрального домена x_0 . Здесь $T = 0.9T_c$; $d = 20\xi_h$; $d_2 = 2.5\xi_h$, $\alpha = \pi/2$ [$I_0 = (eT_c N/8\hbar) (\Delta/T_c)^2$].

определяемого зависимостью угла поворота $\alpha(x)$. Разобьем ферромагнетик на N тонких слоев с толщиной $d_i = z_i - z_{i-1}$ ($i = 1 \div N$), полагая обменное поле постоянным внутри каждого из слоев. Тогда трансфер-матрица $\hat{T}_{\alpha_i}(d_i, \theta)$ устанавливает соотношения между значениями компонентами функции Грина $\hat{f}(s)$ на левой ($s_{i-1} = z_{i-1}/\cos\theta$) и правой ($s_i = z_i/\cos\theta$) границах i -слоя:

$$\hat{f}(s_i) = \hat{T}_{\alpha_i}(d_i, \theta) \hat{f}(s_{i-1}). \quad (5.57)$$

Применяя метод трансфер-матриц "слой за слоем" получим соотношение между функциями Грина на границах левого $f(0)$ и правого $f(s_R)$ сверхпроводящих электродов, соответственно:

$$\hat{f}(s_R) = \hat{T}_{\alpha_N}(d_N, \theta) \dots \hat{T}_{\alpha_2}(d_2, \theta) \hat{T}_{\alpha_1}(d_1, \theta) \hat{f}(0). \quad (5.58)$$

Для анализа влияния плавности профиля $\mathbf{h}(x)$ на эффект дальнего действия применим указанный подход и вычислим критический ток SFS структуры с 90° -доменом, профиль обменного поля в котором описывается функцией Гаусса:

$$\alpha(x) = \frac{\pi}{2} \exp\left(-\frac{(x-x_0)^2}{2w^2}\right), \quad (5.59)$$

где x_0 определяет смещение домена относительно центра слабой связи, а w – характерная ширина доменной стенки. На рисунке 5.13 показаны зависимости критического тока SFS перехода от положения 90° -домена x_0 (5.59) для нескольких значений ширины w . Нетрудно видеть, критический ток перехода практически не зависит от профиля обменного поля, если

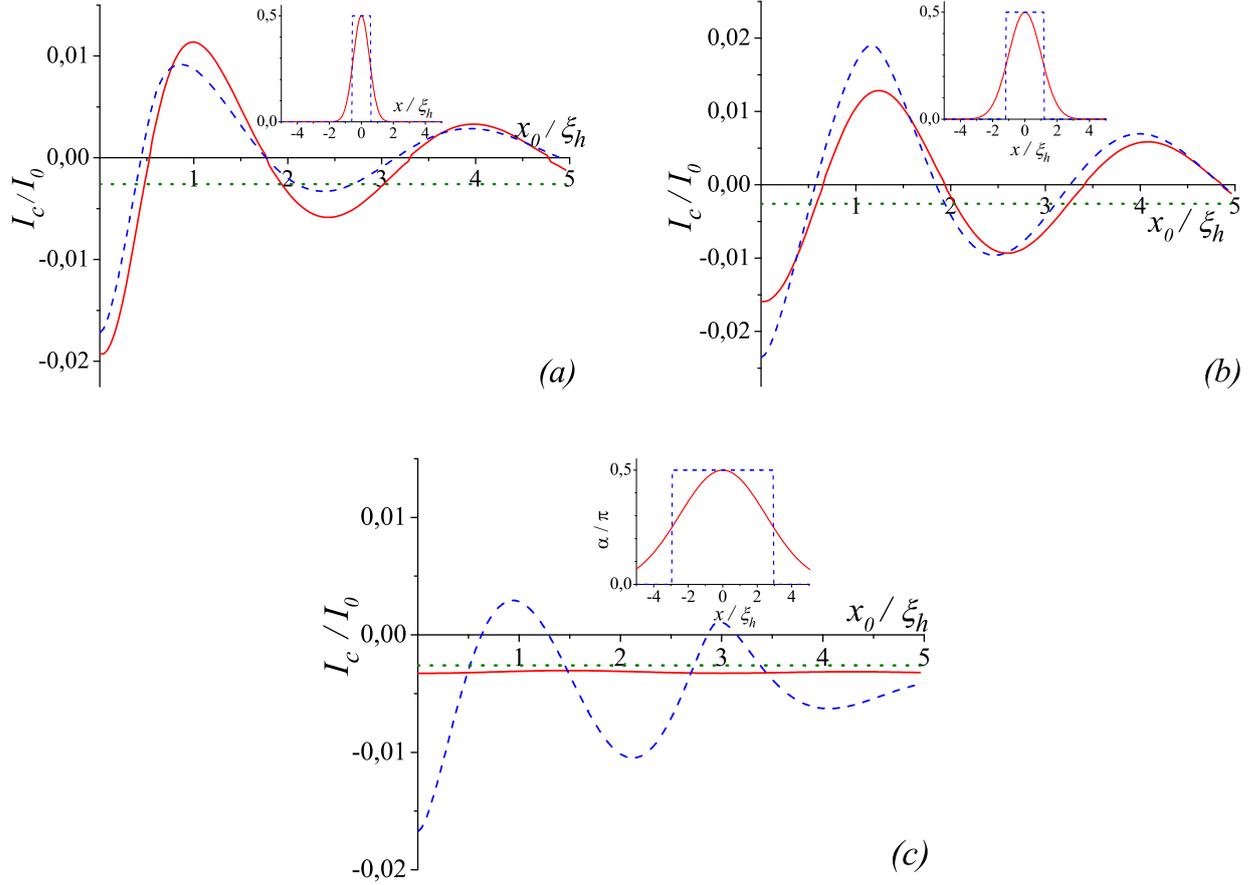


Рис. 5.14. Зависимость критического тока $I_c = \max\{I_1 + I_2\}$ от смещения x_0 центрального 90° -домена (5.59) ($\alpha = \pi/2$) для различных значения ширины доменной стенки w (красная сплошная линия) (a) $w = 1$; (b) $w = 2$; (c) $w = 5$. Для сравнения показана зависимость критического тока $I_c(x_0)$ для 90° -домена со ступенчатым профилем обменного поля (5.46) (синяя пунктирная линия). Точечной линией показана амплитуда критического тока I_c при отсутствии неоднородности ($\alpha = 0$). На вставке показана зависимость угла поворота обменного поля α в 90° -домене (5.59) (красная сплошная линия) и в соответствующем домене со ступенчатым профилем обменного поля (5.46) (синяя пунктирная линия). Здесь $d = 20\xi_h$; $T = 0.9T_c$ [$I_0 = (4eT_cN/\hbar) (\Delta/T_c)^2$].

$w \sim (2 - 3)\xi_h$. Однако в случае плавного поворота направления обменного поля ($w \gg \xi_h$) эффект стимуляции синглетного джозефсоновского транспорта в баллистическом SFS контакте пропадает.

5.4.3. Управление критическим током SFS перехода

Обсудим интересное следствие сильной зависимости критического тока I_c SFS структуры от положения магнитного зонда x_0 , используемого для формирования мелкомасштабной неоднородности обменного поля в домене d_2 . Джозефсоновская энергия такой гибридной

ной системы зависит от положения зонда и может быть записана в обычном виде: $E_J = -I_c(x_0) \cos \varphi$. Для магнитного зонда это означает формирование потенциального профиля $U(x_0) \sim E_J$, который зависит от джозефсоновской разности фаз φ на контакте: $U(x_0) \sim -I_c(x_0) \cos \varphi$. Таким образом возникает интересная возможность связать осцилляции джозефсоновского тока и механические моды магнитного зонда. С другой стороны, джозефсоновский ток через слабую связь может изменить ориентацию магнитного момента неоднородного домена под зондом. Прецессия магнитного момента приводит к модуляции критического тока перехода, что обеспечивает непосредственную связь между сверхтоком через контакт и магнитным моментом в слабой связи, подобно тому, как обсуждалось ранее в работах [470?].

Сформулируем теперь основные требования к гибридным SFS системам, в которых рассмотренный интерференционный эффект управляемого дальнего джозефсоновского транспорта может наблюдаться. (i) Прежде всего, для баллистического переноса заряда и спина требуется большая длина свободного пробега l в металле с эффективным обменным полем h ($l \gg d$). (ii) Во-вторых, спин-орбитальное взаимодействие в металле должно быть слабым. Это обеспечивает большое время спиновой релаксации τ_s по сравнению с пролетным временем: $\tau_s \gg \tau_d = d/V_F$. (iii) Наконец, эффективное обменное поле в металле должно быть достаточно сильным, чтобы создать заметное расщепление спиновых подзон: $h \gg T_c, \hbar/\tau_d$. Подходящей системой с точки зрения этих требований являются сверхпроводящие слабые связи на основе углеродных структур, таких как графен [481–483] или углеродные нанотрубки [484]. Большая длина свободного пробега ($l \sim (0.5 \div 2 \mu\text{m})$) [481] и пренебрежимо малое спин-орбитальное взаимодействие ($\sim 1 \mu\text{eV}$) [485–487] обеспечивают необходимые условия для баллистического транспорта в слоях графена [488] и углеродных нанотрубках [489]. Эффективное обменное поле h в углеродных структурах может быть создано при взаимодействии их с ферромагнитным металлом или изолятором [480, 490, 491] и оказывается достаточным для заметного расщепления спиновых подзон. Так, по оценкам [492] обменное расщепление в бислое EuO/graphene может составлять $h \sim 5 \text{ meV}$, что примерно на порядок превышает характерный энергетический масштаб щели $\Delta \sim T_c$ в обычных низкотемпературных сверхпроводниках. Для типичных значений скорости Ферми в графене $V_F \sim 10^8 \text{ sm/s}$ длина когерентности в слое графена с индуцированным обменным полем h оказывается $\xi_h = \hbar V_F / 2h \approx 100 \text{ nm}$. Данные оценки показывают возможность эффективной манипуляции джозефсоновским транспортом в углеродных SFS системах, при помощи воздействия на спиновую структуру куперовской пары.

Еще одной подходящей системой для формирования слабой SFS связи, управляемой

магнитным зондом, могут оказаться нанопровода на основе антимонида индия (InSb), которые в последнее время активно изучаются в экспериментах по обнаружению майорановских фермионов [493]. Аномально большой g -фактор ($g \simeq 50$) обеспечивает сильное зеемановское расщепление спиновых подзон, что позволяет имитировать эффективное обменное поле $h \sim 1 \div 2 \text{ meV}$ во внешнем магнитном поле $B \sim 1$. Заметим, что в отличие от экспериментов [493], внешнее магнитное поле \mathbf{B} должно быть направлено по нормали к проводу, чтобы избежать влияния спин-орбитального взаимодействия. Характерный масштаб изменения сверхпроводящего параметра порядка ξ_h оказывается в InSb сравнимым с длиной спин-орбитального рассеяния l_{SO} и длиной свободного пробега l : $\xi_h \sim l \sim l_{SO} \sim 300 \text{ nm}$. Это обеспечивает квази-баллистический режим транспорта в InSb нанопроводе с длиной d около микрометра.

Дополнительные возможности управления критическим током слабой SFS связи появляются, если использовать магнитный зонд в качестве электронного затвора, создавая на нем электрическое напряжение V_g относительно ферромагнетика [492, 494]. Для ферромагнитных барьеров с относительно слабым допированием, эффект поля вызывает заметное изменение концентрации носителей и скорости Ферми. При подходящем выборе полярности напряжения на затворе V_g , можно создать в области под зондом обедненный носителями слой. Это приведет к уменьшению скорости Ферми V_F и обменной длины $\xi_h = \hbar V_F / 2h$ в области домена d_2 , и, как следствие, увеличение ключевого параметра $\delta_2 = d_2 / \xi_h$, который определяет эффективность рассеяния с переворотом спина. Для тонких доменов ($\delta_2 \ll 1$) критический ток растет с увеличением параметра δ_2 ($I_c \sim \delta_2^2$). Таким образом, увеличение напряжения V_g и локальное снижение концентрации носителей под зондом-затвором, должно приводить к стимуляции синглетной сверхпроводимости в ферромагнитном проводе и увеличению критического тока слабой связи. Подобная нетривиальная конкуренция эффекта поля и обменного взаимодействия магнитного зонда и ферромагнитного нанопровода позволяет эффективно управлять джозефсоновским током в слабой SFS связи.

5.5. Выводы к главе

В заключение, подведем итоги главы 5, в которой изучены интерференционные механизмы, обеспечивающие дальнедействующий джозефсоновский транспорт между двумя синглетными сверхпроводниками в баллистических гибридных SFS структурах с неоднородностью обменного поля в реальном или импульсном пространстве.

- (1) Предложен и изучен новый интерференционный механизм дальнедействующего джозефсоновского транспорта в однородно намагниченном тонком ферромагнитном слое с баллистическим типом проводимости и сильным спин–орбитальным взаимодействием, из-за которого возникает зависимость обменного поля от направления импульса квазичастицы $\mathbf{h} = \mathbf{h}(\mathbf{k})$. Отражения (однократные или многократные) квазичастиц от свободной поверхности ферромагнетика изменяют направление квазиимпульса, что соответствует изменению направления эффективного обменного поля вдоль произвольной квазиклассической траектории. Такое периодически меняющееся неколлинеарное обменное поле обеспечивает эффективную взаимную конверсию синглетных (затухающих) сверхпроводящих корреляций в триплетные (незатухающие) и "брэгговский" механизм селекции квазиклассических траекторий, для которых разбаланс фаз γ между электронными и дырочными частями парной волновой функции обращается в ноль ($\gamma = 0$), а деструктивная интерференция различных лучей отсутствует. Когерентное суммирование вкладов от брэгговских траекторий обеспечивает заметную амплитуду синглетной компоненты аномальной квазиклассической функции Грина на расстояниях от SF границы, заметно превышающее длину когерентности ξ_h в ферромагнетике.
- (2) Разработан подход, основанный на использовании трансфер–матрицы, решения линеаризованных уравнений Эйленберга в ферромагнитном слое с произвольной зависимостью обменного поля вдоль квазиклассической траектории. Получены блоховские решения линеаризованных уравнений Эйленберга в ферромагнетике с неоднородным обменным полем, направление которого периодически изменяется вдоль квазиклассической траектории. Данные решения содержат дальнедействующую компоненту аномальной квазиклассической функции Грина, амплитуда которой не зависит от длины траектории и, поэтому, не будет подавлена из-за деструктивной интерференции различных лучей при усреднении по различным траекториям.
- (3) Получены простые аналитические выражения для амплитуд первой I_{c1}^{LR} и второй I_{c2}^{LR} гармоник дальнедействующей составляющей джозефсоновского тока $I^{LR}(\varphi) = I_{c1}^{LR} \sin \varphi +$

$I_{c2}^{LR} \sin(2\varphi)$ в рассматриваемой SFS структуре. Показано, что амплитуда первой гармоники I_{c1}^{LR} ток–фазового соотношения осциллирует при изменении толщины ферромагнитного слоя D . Подобные мезоскопические осцилляции особенно заметны в SFS структурах с толщиной F слоя порядка длины затухания парной волновой функции в ферромагнетике ξ_h и связаны с изменением числа резонансных брэгговских траекторий. Показано, что в баллистических системах дальнедействующий джозефсоновский ток всегда появляется на второй гармонике ток–фазового соотношения $\sim \sin(2\varphi)$, а для отдельных конфигураций SFS структур может наблюдаться и на основной гармонике $\sim \sin \varphi$. Предложенный механизм может служить объяснением аномально большой длины затухания сверхпроводящих корреляций в тонком монодоменном проводнике из кобальта (Co) [68].

- (4) Предложен способ эффективного управления дальнедействующим джозефсоновским транспортом в баллистических гибридных SFS структурах при помощи формирования в однородном ферромагнитном канале мелкомасштабной неоднородности обменного поля \mathbf{h} , которая изменяет спиновую структуру распространяющихся синглетных куперовских пар. Домен с отличным от исходного направлением намагниченности и обменного поля располагается в центральной части слабой связи на расстоянии от сверхпроводящих электродов, заметно превышающем масштаб затухания синглетной парной волновой функции в ферромагнетике. В этих условиях традиционный триплетный механизм дальнего действия [69], который основан на распространении в ферромагнетике триплетных сверхпроводящих корреляций с параллельными проекциями спинами, подавлен. Оптимальный пространственный масштаб неоднородности – несколько длин когерентности в ферромагнетике ξ_h , что обычно составляет от 10 до 100 nm . В качестве прецизионного "магнитного затвора" создающего такую локализованную неоднородность предлагается использовать зонд обменно–силового микроскопа (MExFM) или другой источник сильно неоднородного магнитного поля (субмикронные магнитные частицы или молекулярные наномангниты).
- (5) Рассмотренный синглетный механизм дальнего действия возникает, если домен с неколлинеарным направлением обменного поля вызывает рассеяние квазичастиц с переворотом спина, при котором спиновая структура синглетной куперовской пары изменяется на противоположную по отношению к исходному обменному полю. При таком рассеянии фазовые набег $\gamma_{1,2}$ между электронными и дырочными частями парной волновой функции, возникающие до и после рассеяния близки по величине, но имеют противополо-

ложный знак ($\gamma_1 \simeq -\gamma_2$), а суммарный разбаланс фаз на всей траектории $\gamma \simeq \gamma_1 + \gamma_2 \neq 0$ близок к нулю. Это обстоятельство подавляет деструктивную фазовую интерференция волновых функций квазичастиц при усреднении по различным траекториям, и создает условия для дальнедействующего синглетного джозефсоновского транспорта в баллистической SFS структуре.

- (6) Показана сильная зависимость дальнедействующей компоненты сверхтока и критического тока SFS перехода от положения и размера рассеивающего домена, что позволяет как модифицировать ток–фазовое соотношение и вольт–амперную характеристику джозефсоновского контакта, так и обеспечивает необходимую для любого наномеханического устройства связь между электронными и механическими степенями свободы такой гибридной системы.

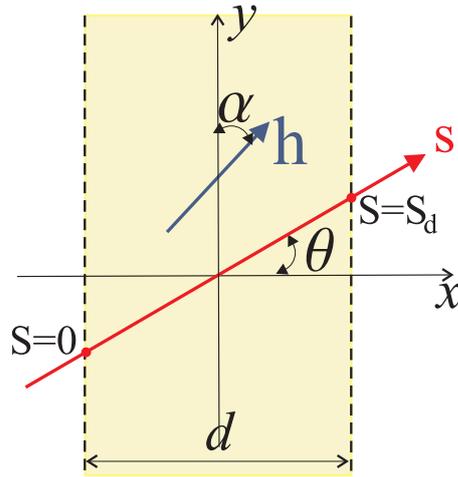


Рис. 5.15. Квазиклассическая траектория \mathbf{s} в однородном слое ферромагнетика толщиной d . Траектория направлена под углом θ к оси x , направленной по нормали к поверхности слоя ($s_d = d / \cos \theta$). Обменное поле \mathbf{h} имеет произвольное направление в плоскости (x, y) .

5.6. Приложения к главе

5.6.1. Трансфер матрица для уравнений Эйленберга

Запишем в матричном виде решение линейризованных уравнений Эйленберга в однородном ферромагнитном слое толщиной d . Без потери общности, будем считать, что произвольная квазиклассическая траектория s и обменное поле $\mathbf{h} = h(\mathbf{x}_0 \sin \alpha + \mathbf{y}_0 \cos \alpha)$ лежат в плоскости (x, y) , как показано на рис. 5.15. Линейризованные уравнения Эйленберга для нулевой мацубаровской частоты относительно квазиклассической функции $f = f_s + \mathbf{f}_t \hat{\sigma}$ имеют вид

$$-i\hbar V_F \frac{\partial}{\partial s} f_s + 2\mathbf{h}\mathbf{f}_t = 0, \quad -i\hbar V_F \frac{\partial}{\partial s} \mathbf{f}_t + 2f_s \mathbf{h} = 0, \quad (5.60)$$

где триплетная компонента \mathbf{f}_t содержит две отличные от нуля проекции $\mathbf{f}_t = (f_{tx}, f_{ty})$. Решение уравнений (5.60) на траектории \mathbf{s} удобно представить в следующей матричной форме:

$$\hat{f}(s) = \hat{T}_\alpha(s) \hat{f}(0), \quad (5.61)$$

где вектор–столбец $\hat{f}(s)$, содержит компоненты квазиклассической функции f в произвольной точке траектории s ,

$$\hat{f}(s) = \begin{pmatrix} f_s(s) \\ f_{tx}(s) \\ f_{ty}(s) \end{pmatrix}, \quad (5.62)$$

а трансфер-матрица $\hat{T}_\alpha(s)$ имеет вид:

$$\hat{T}_\alpha(s) = \begin{pmatrix} \cos(qs) & -i \cos \alpha \sin(qs) & -i \sin \alpha \sin(qs) \\ -i \cos \alpha \sin(qs) & \sin^2 \alpha + \cos^2 \alpha \cos(qs) & \sin \alpha \cos \alpha (\cos(qs) - 1) \\ -i \sin \alpha \sin(qs) & \sin \alpha \cos \alpha (\cos(qs) - 1) & \cos^2 \alpha + \sin^2 \alpha \cos(qs) \end{pmatrix}, \quad (5.63)$$

где $q \equiv 1/\xi_h = 2h/\hbar V_F$. Для однородного слоя ферромагнетика с толщиной d и произвольной траектории \mathbf{s} выражение (5.61) устанавливает соотношения между значениями функции $f_0 = f_{s0} + \mathbf{f}_{t0}\hat{\sigma}$ и $f_d = f_{sd} + \mathbf{f}_{td}\hat{\sigma}$ на левой ($s = 0$) и правой ($s = d/\cos\theta$) границах ферромагнитного слоя, соответственно:

$$\hat{f}_d = \hat{T}_\alpha(d/\cos\theta)\hat{f}_0. \quad (5.64)$$

5.6.2. Блоховские решения уравнений Эйленберга

Опишем подробно детали вычисления синглетной составляющей аномальной квазиклассической функции Грина f_s для конфигурации, показанной на рис. 5.4b). Рассмотрим линейризованные уравнения Эйленберга относительно квазиклассической функции $f = f_s + \mathbf{f}_t\hat{\sigma}$ в ферромагнетике с неоднородным обменным полем $\mathbf{h} = \mathbf{x}_0 h_x + \mathbf{y}_0 h_y(s)$

$$-i\hbar V_F \frac{\partial}{\partial s} f_s + 2\mathbf{h}\mathbf{f}_t = \epsilon(k)f_s \quad -i\hbar V_F \frac{\partial}{\partial s} \mathbf{f}_t + 2f_s \mathbf{h} = \epsilon(k)\mathbf{f}_t, \quad (5.65)$$

где $\mathbf{f}_t = (f_{tx}, f_{ty})$, x -компонента обменного поля $h_x(\theta) \simeq h_0$ предполагается постоянной вдоль траектории, которая характеризуется углом θ и точкой начала траектории $0 \leq y_0 \leq D$ на левой SF границе. Функция $h_y(s)$ является периодической с нулевым средним и может быть записана в виде ряда Фурье

$$h_y = \sum_m H_{q_m} e^{iq_m s}, \quad H_{q_m} = -i\tilde{h} \frac{2 \sin \theta}{D q_m} e^{iq_m s_0}, \quad (5.66)$$

где $q_m = \pi(2m+1)\sin\theta/D$, m – целое число, $s_0 = y_0/\sin\theta$ и \tilde{h} – амплитуда осцилляций компоненты $h_y(s)$ с периодом $2D/\sin\theta$. Здесь s – это координата вдоль траектории. Решение (5.65) можно записать в форме функций Блоха, используя следующее разложение в ряд Фурье:

$$\hat{f}(s) = e^{iks} \sum_q \hat{F}(k+q)e^{iqs}, \quad \hat{f} = \begin{pmatrix} f_s \\ f_{tx} \\ f_{ty} \end{pmatrix}, \quad \hat{F} = \begin{pmatrix} F_s \\ F_x \\ F_y \end{pmatrix}.$$

Подставляя выражения (5.66) в уравнения (5.65) получим:

$$\begin{aligned} (\hbar V_F(k+q) - \epsilon)F_s(k+q) + 2h_x F_x(k+q) + 2 \sum_{\tilde{q}} H_{q-\tilde{q}} F_y(k+\tilde{q}) &= 0, \\ (\hbar V_F(k+q) - \epsilon)F_x(k+q) + 2h_x F_s(k+q) &= 0, \\ (\hbar V_F(k+q) - \epsilon)F_y(k+q) + 2 \sum_{\tilde{q}} H_{q-\tilde{q}} F_s(k+\tilde{q}) &= 0, \end{aligned} \quad (5.67)$$

где $p = q_m$. Для случая малых амплитуд переменного поля h_y , будем решать уравнения (5.67) по теории возмущений.

Если периодическая модуляция обменного поля вдоль траектории отсутствует ($h_y = 0$), спектр $\epsilon(k)$ алгебраической системы (5.67) содержит три дисперсионные ветви :

$$\epsilon_0 = \hbar V_F(k+q), \quad \epsilon_{\pm} = \hbar V_F(k+q \pm Q), \quad (5.68)$$

где $Q = 1/\xi_h = 2h_x/\hbar V_F$. Соответствующие собственные вектора имеют вид:

$$\hat{F}_0 = \begin{pmatrix} 0 \\ 0 \\ 1 \end{pmatrix}, \quad \hat{F}_{\pm} = \begin{pmatrix} 1 \\ \pm 1 \\ 0 \end{pmatrix}. \quad (5.69)$$

По аналогии со стандартной зонной теорией твердых тел, моды (5.68) сильно взаимодействуют, если выполнены условия резонанса $\epsilon_0 = \epsilon_+ = \epsilon_-$. Такой резонанс возможен, если значение Q совпадает с одним из векторов обратной решетки q_m , который соответствует $(2m+1)$ -ой Фурье гармонике периодического потенциала (5.66). Вблизи резонанса $q_m \approx Q$ можно ограничить число гармоник в разложении (5.67), оставив только доминирующие слагаемые:

$$H_q = H_{q_m} \delta(q - q_m) + H_{q_m}^* \delta(q + q_m).$$

Это приближение соответствует выбору в уравнениях (5.67) следующих векторов обратной решетки: $q = 0, \pm q_m$. Записывая решение в виде суперпозиции этих трех резонансных гармоник

$$\hat{F}(k+q) = \Phi_0 \hat{F}_0 \delta_q + \Phi_+ \hat{F}_+ \delta_{q+q_m} + \Phi_- \hat{F}_- \delta_{q-q_m}, \quad (5.70)$$

получим следующие уравнения относительно коэффициентов A_0, A_{\pm} :

$$\begin{aligned} [(\epsilon/\hbar V_F - k) + (q_m - Q)] A_+ - \frac{2H_{q_m}^*}{\hbar V_F} A_0 &= 0, \\ [(\epsilon/\hbar V_F - k) - (q_m - Q)] A_- - \frac{2H_{q_m}}{\hbar V_F} A_0 &= 0, \\ \frac{2H_{q_m}}{\hbar V_F} A_+ + \frac{2H_{q_m}^*}{\hbar V_F} A_- - (\epsilon/\hbar V_F - k) A_0 &= 0. \end{aligned} \quad (5.71)$$

Решая эти уравнения, получим дисперсионные уравнения для трех ветвей спектра и соответствующие им собственные функции:

(i) $\epsilon_0(k) = \hbar V_F k$,

$$\hat{f}^0(s) = e^{iks} \sum_m \hat{f}_m^0(s) = e^{iks} \sum_m \begin{pmatrix} 4i(|H_{q_m}|/\hbar V_F) \cos q_m(s + s_0) \\ 4(|H_{q_m}|/\hbar V_F) \sin q_m(s + s_0) \\ (q_m - Q) \end{pmatrix}; \quad (5.72)$$

(ii) $\epsilon_{\pm}(k) = \hbar V_F \left(k \pm \sqrt{(q_m - Q)^2 + 8|H_m|^2/\hbar^2 V_F^2} \right) = \hbar V_F (k \pm \Delta k_m)$,

$$\hat{f}^{\pm}(s) = e^{iks} \sum_m \hat{f}_m^{\pm}(s) = e^{iks} \sum_m \begin{pmatrix} \pm \Delta k_m \sin q_m(s + s_0) - i \Delta q_m \cos q_m(s + s_0) \\ -\Delta q_m \sin q_m(s + s_0) \pm i \Delta k_m \cos q_m(s + s_0) \\ 2|H_{q_m}|/\hbar V_F \end{pmatrix}, \quad (5.73)$$

где $\Delta q_m = q_m - Q$. Предполагая, что резонансы достаточно узкие и слабо перекрываются друг с другом, применим граничные условия $\hat{f}_m(s=0) = (1, 0, 0)$ для каждой гармоники, являющейся суперпозицией собственных функций (5.72), (5.73):

$$\hat{f}_m(s) = C_0 \hat{f}_m^0 + C_+ \hat{f}_m^+ + C_- \hat{f}_m^-. \quad (5.74)$$

В результате получим следующие выражения для коэффициентов $C_{0,\pm}$:

$$C_0 = -\frac{2i|H_{q_m}|}{\Delta k_m^2 \hbar V_F} \cos(q_m s_0), \quad C_{\pm} = \frac{\pm \Delta k_m \sin(q_m s_0) + i \Delta q_m \cos(q_m s_0)}{2\Delta k_m^2}, \quad (5.75)$$

и амплитуды m -ой гармоники синглетной компоненты $f_s(s)$, соответствующей энергии $\epsilon = 0$:

$$f_{sm}(s) = \frac{8|H_m|^2 \cos(q_m s + \varphi_m) \cos \varphi_m (1 - \cos \Delta k_m s)}{(\hbar V_F q_m - 2h_x)^2 + 8|H_m|^2} + \cos(q_m s) \cos(\Delta k_m s) + \frac{\Delta q_m}{\Delta k_m} \sin(q_m s) \sin(\Delta k_m s),$$

где фазовый сдвиг $\varphi_m = \pi y_0(2m + 1)/D$ определяется положением точки начала траектории y_0 на левой FS границе (см. рис. 5.4b). В пределе $H_{q_m} \rightarrow 0$ выражение (5.76), естественно описывает колебания аномальной функции $f_s(s)$ в однородном ферромагнитном слое на масштабе $\xi_h = \hbar V_f/2h_0$:

$$f_{sm}(s) \approx \cos(s/\xi_h).$$

Резонансное выражение, подобное (5.76), можно получить для всех Фурье гармоник периодического потенциала (5.66). Суммируя эти выражения, можно получить решение, описывающее распределение синглетной компоненты квазиклассической функции Грина f_s в ферромагнетике в виде:

$$f_s(s) = \cos(s/\xi_h) + \sum_{m=0}^{\infty} \left[\frac{8|H_{q_m}|^2 \cos(q_m s + \phi_m) \cos \phi_m (1 - \cos \Delta k_m s)}{(\hbar V_F q_m - 2h_x)^2 + 8|H_m|^2} + \cos(q_m s) (\cos(\Delta k_m s) - \cos(\Delta q_m s)) + \sin(q_m s) \left(\frac{\Delta q_m}{\Delta k_m} \sin(\Delta k_m s) - \cos(\Delta q_m s) \right) \right]. \quad (5.76)$$

Заметим, что аналогичное выражение для синглетной компоненты f_s в ферромагнетике для конфигурации, показанной на рис. 5.4а, легко получить, полагая $\phi_m = 0$ в выражении (5.76).

Заключение

Основные результаты диссертационной работы состоят в следующем:

- (1) Построена феноменологическая теория взаимодействия вихрей в тонких пленках слоистого сверхпроводника в наклонном магнитном поле, учитывающая конкуренцию двух далекодействующих эффектов: отталкивания, вызванного полями рассеяния вихрей вне пленки, и притяжения из-за наклона вихревых линий относительно нормали к слоям или из-за деформации вихревой нити при взаимодействии с продольными слоям вихрями Джозефсона в режиме пересекающихся решеток вихрей.
- (2) Показано, что преобладание взаимного отталкивания вихрей на достаточно больших расстояниях вихрей друг от друга препятствует формированию плотных цепочек вихревых нитей с "бесконечным" числом вихрей в цепочке и качественно изменяет структуру вихревой материи, создаваемой в тонкой пленке слоистого сверхпроводника наклонным магнитным полем. Предсказано существование в слоистых сверхпроводниках нового типа вихревых структур - вихревых кластеров (молекул), представляющих собой цепочку вихревых нитей с небольшим числом $N = 2, 3, \dots$ вихрей в цепочке, и выполнены расчеты энергии когезии таких вихревых молекул. Изучены структурные фазовые переходы с изменением числа вихрей в элементарной ячейке при изменении продольной компоненты внешнего магнитного поля, которые сопровождаются заметной деформацией формы элементарной ячейки.
- (3) В квазиклассическом приближении вычислен спектр подщелевых квазичастичных возбуждений в вихре Абрикосова, захваченным протяженным дефектом в виде цилиндрической полости с поперечным размером меньшим длины когерентности при нулевой температуре ξ_0 . Показано, что нормальное отражение электронов и дырок от поверхности дефекта вызывает "разрыв" аномальной ветви Кароли-де-Жена-Матрикона энергетического спектра квазичастиц и формирование минищели Δ_m в окрестности уровня Ферми, величина которой существенно превышает расстояние $\hbar\omega_0 \sim \Delta_0/k_F\xi_0$ между соседними уровнями спектра Кароли-де-Жена-Матрикона из-за дискретности углового момента μ . При увеличении радиуса цилиндрической полости размер минищели Δ_m растет, приближаясь в значению сверхпроводящей щели Δ_0 .
- (4) Установлена связь между микроскопическими и макроскопическими проявлениями пиннинга вихря Абрикосова в цилиндрической полости: образование минищели Δ_m в спек-

тре локализованных состояний подавляет диссипацию при низких температурах $T \ll \Delta_m$, препятствуя диффузии возбуждений по состояниям аномальной ветви спектра, возникающей при движении вихря, что свидетельствует о пиннинга вихря.

- (5) Предложена и развита микроскопическая модель депиннинга (срыва) вихря Абрикосова из цилиндрической непроводящей полости с поперечным размером меньше или порядка сверхпроводящей длины когерентности ξ_0 под действием внешнего транспортного тока с плотностью j . Модель учитывает трансформацию спектра квазичастичных возбуждений в вихре, захваченном на дефекте, под действием внешнего тока. Депиннинг вихря Абрикосова сопровождается изменением топологии квазиклассических орбит с энергией Ферми и перестройкой спектра возбуждений, при которой происходит разрушение минищели в окрестности уровня Ферми и формируется непрерывная аномальная ветвь спектра.
- (6) В квазиклассическом приближении развито описание диффузных гибридных структур сверхпроводник–ферромагнетик с неодносвязной геометрией, в которых сверхпроводящая и ферромагнитная подсистемы взаимодействуют из-за эффекта близости. Изучены особенности фазового перехода гибридной системы из нормального состояния в сверхпроводящее с орбитальным моментом L , связанные с конкуренцией орбитального и обменного механизмов подавления сверхпроводимости. Показано, что обменное взаимодействие может стимулировать формирование в гибридной системе неоднородного сверхпроводящего состояния с отличным от нуля значением циркуляции фазы $2\pi L$, приводит к нарушению строгой периодичности осцилляций Литтла–Паркса $T_c(H)$ и смещению основного максимума на зависимости $T_c(H)$ в область ненулевых значений внешнего магнитного поля H .
- (7) Изучены джозефсоновские свойства композитной среды (метаматериала), состоящей из сверхпроводящих гранул, размещенных регулярно или случайно в матрице ферромагнитного металла, с характерным размером гранул порядка длины затухания сверхпроводящих корреляций в ферромагнетике. Показано, что подобный композит представляет собой распределенную сеть 0 и π джозефсоновских слабых связей, которая обладает внутренней фрустрацией, зависящей от состояния образующих ее SFS контактов. Изменение температуры гибридной системы обеспечивает переход между 0 и π состояниями контактов, что позволяет контролировать возбуждение в композитной среде спонтанных

вихревых токов.

- (8) В рамках приближения Гинзбурга–Ландау построена феноменологическая модель фазового перехода первого рода между 0 и π сверхпроводящими состояниями трехслойной гибридной SFS структуры с тонкими сверхпроводящими слоями, когда существенно подавление сверхпроводящего параметра порядка слоев из-за эффекта близости. Показано, что $0 - \pi$ переход по температуре T в такой системе сопровождается заметным скачком сверхпроводящего параметра порядка, что приводит к резкому ухудшению экранирующих свойств гибридной структуры, наблюдавшееся в экспериментах [A17].
- (9) Изучено влияние мезоскопических эффектов на условия формирования неоднородного состояния Ларкина-Овчинникова-Фульде-Феррелла (ЛОФФ) и фазовые переходы между состояниями с различным значением орбитального момента L в тонком сверхпроводящем диске, помещенном в магнитное поле произвольной ориентации и во вращающемся сверхтекучем ультрахолодном Ферми газе с искусственно созданным разбалансом населенностей двух сверхтонких состояний. Переходы между неоднородными состояниями с различным L при изменении энергии Зеемана в сверхпроводниках или разбаланса населенностей Ферми газа вызваны эффектом соизмеримости между характерным масштабом ЛОФФ неустойчивости и размером сверхпроводящего образца или потенциала ловушки, удерживающего Ферми газ. Показано, что мезоскопические эффекты подавляют квантовые осцилляции критической температуры перехода T_c системы в сверхпроводящее или сверхтекучее состояние, связанные с переключениями между ЛОФФ состояниями с различным L .
- (10) Развита теория джозефсоновского транспорта в гибридных структурах, которые состоят из короткого джозефсоновского перехода и системы однодоменных ферромагнитных частиц, формирующих неоднородное магнитное поле. Изучено влияние мелкомасштабной модуляции джозефсоновской разности фаз, создаваемой полем частиц, на критический ток контакта I_c .
- (11) Предложен механизм, объясняющий сильное влияние одиночной ферромагнитной частицы на свойства короткого джозефсоновского перехода с поперечной (overlap) геометрией образованием в магнитном поле частицы пары вихрей Абрикосова противоположного направления, которые расположены в одном из электродов контакта и формируют на масштабе размера пары вихрь–антивихрь фазовую неоднородность, изменяющую основное состояние контакта. Показана возможность создания на основе такой гибридной

ной структуры джозефсоновского контакта с равновесным значением разности фаз в основном состоянии равным π (π -контакта).

- (12) Изучены эффекты соизмеримости в гибридной системе, состоящей из короткого джозефсоновского перехода с поперечной (overlap) геометрией, помещенного в неоднородное поле квадратной решетки однородно намагниченных частиц, формирующих в электроде контакта регулярный двумерный массив пар вихрь-антивихрь. Показано, что создаваемая вихрями периодическая модуляция джозефсоновской разности фаз качественно изменяет обычную фраунгоферову зависимость критического тока контакта от внешнего магнитного поля $I_c(H)$: на кривой $I_c(H)$ возникают дополнительные резонансные пики, когда поток внешнего поля H через элементарную ячейку магнитной подсистемы, равен целому числу квантов магнитного потока Φ_0 . Получены простые условия для определения амплитуды и положения резонансных пиков соизмеримости на кривой $I_c(H)$, которые хорошо описывают результаты экспериментов.
- (13) Предложен и изучен новый интерференционный механизм дальнего действия синглетного джозефсоновского транспорта в однородно намагниченном тонком ферромагнитном слое с баллистическим типом проводимости, обменное поле в котором зависит от направления импульса квазичастицы из-за спин-орбитального взаимодействия. Периодическое изменение направления эффективного обменного поля вдоль произвольной квазиклассической траектории, возникающее из-за отражений квазичастиц от свободной поверхности ферромагнетика, обеспечивает эффективную взаимную конверсию синглетных (затухающих) сверхпроводящих корреляций в триплетные (незатухающие) и "брэгговский" механизм селекции квазиклассических траекторий, для которых разбаланс фаз между электронными и дырочными частями парной волновой функции обращается в ноль, а деструктивная интерференция различных лучей отсутствует.
- (14) Предложен способ эффективного управления синглетным дальнедействующим джозефсоновским транспортом в баллистических гибридных SFS структурах при помощи формирования центральной части однородного ферромагнитного канала мелкомасштабной неоднородности обменного поля \mathbf{h} , которая вызывает рассеяние квазичастиц с изменением спиновой структуры синглетной куперовской пары на противоположную по отношению к исходному обменному полю, подавляющее деструктивную фазовую интерференция волновых функций квазичастиц при усреднении по различным траекториям.

Представленные в диссертационной работе результаты были получены при финансовой поддержке РФФИ (гранты 00-02-16148-а, 03-02-16774-а, 05-02-19810-МФ-а, 06-02-16448-а, 09-02-00768-а, 11-02-00891-а, 13-02-97126-а), РАН (программы "Квантовая физика конденсированных сред" , "Сильно коррелированные электроны в полупроводниках, металлах, сверхпроводниках и магнитных материалах").

Список публикаций автора по теме диссертации

- A1. Samokhvalov, A. V. Vortex States Induced by Proximity Effect in Hybrid Ferromagnet-Superconductor Systems / A. V. Samokhvalov, A. Mel'nikov, A. Buzdin // Phys. Rev. B. — 2007. — Vol. 76. — P. 184519.
- A2. Samokhvalov, A. V. Little-Parks oscillations in hybrid ferromagnet-superconductor systems / A. V. Samokhvalov, A. Mel'nikov, P. Ader, A. Buzdin // Phys. Rev. B. — 2009. — Vol. 79. — P. 174502.
- A3. Samokhvalov, A. V. Fulde-Ferrell-Larkin-Ovchinnikov states and quantum oscillations in mesoscopic superconductors and superfluid ultracold Fermi gases / A. V. Samokhvalov, A. Mel'nikov, A. Buzdin // Phys. Rev. B. — 2010. — Vol. 82. — P. 174514.
- A4. Samokhvalov, A. V. Josephson current and π -state in a ferromagnet with embedded superconducting nanoparticles / A. V. Samokhvalov, A. Buzdin // Supercond.Sci.Technol. — 2011. — Vol. 24. — P. 024003.
- A5. Mel'nikov, A. S. Interference Phenomena and Long-Range Proximity Effect in Clean Superconductor-Ferromagnet Systems / A. S. Mel'nikov, A. V. Samokhvalov, S. M. Kuznetsova, A. I. Buzdin // Phys. Rev. Lett. — 2012. — Vol. 109. — P. 237006.
- A6. Samokhvalov, A. V. Stimulation of a Singlet Superconductivity in SFS Weak Links by Spin-Exchange Scattering of Cooper Pairs / A. V. Samokhvalov, A. I. Buzdin, R. I. Shekhter // Scientific Reports. — 2014. — Vol. 4. — P. 05671.
- A7. Buzdin, A. Crossover between magnetic vortex attraction and repulsion in thin films of layered superconductors / A. Buzdin, A. Mel'nikov, A. Samokhvalov et al. // Phys. Rev. B. — 2009. — Vol. 79. — P. 094510.
- A8. Samokhvalov, A. Crossover between magnetic vortex attraction and repulsion in thin films of layered superconductors / A. Samokhvalov, D. Savinov, A. Mel'nikov, A. Buzdin // Phys. Rev. B. — 2010. — Vol. 82. — P. 104511.
- A9. Mel'nikov, A. S. Electronic structure of vortices pinned by columnar defects / A. S. Mel'nikov, A. V. Samokhvalov, M. N. Zubarev // Phys. Rev. B. — 2009. — Vol. 79. — P. 134529.

- A10. Mel'nikov, A. S. Abrikosov vortex escape from a columnar defect as a topological electronic transition in vortex core / A. S. Mel'nikov, A. V. Samokhvalov // Письма в ЖЭТФ. — 2011. — Т. 94. — С. 823–827.
- A11. Самохвалов, А. В. Максимальный сверхток джозефсоновского перехода в поле магнитных частиц / А. В. Самохвалов // Письма в ЖЭТФ. — 2003. — Т. 78. — С. 822–826.
- A12. Fraerman, A. A. Commensurability effects in overlap Josephson junctions coupled with a magnetic dots array / A. A. Fraerman, S. A. Gusev, Y. N. Nozdrin et al. // Phys. Rev. B. — 2006. — Vol. 73. — P. 100503.
- A13. Vdovichev, S. N. Properties of Josephson junctions in the inhomogeneous magnetic field of a system of ferromagnetic particles / S. N. Vdovichev, B. A. Gribkov, S. A. Gusev et al. // JMMM. — 2006. — Vol. 300. — P. 202–205.
- A14. Самохвалов, А. В. Эффекты соизмеримости в туннельном джозефсоновском переходе в поле массива магнитных частиц / А. В. Самохвалов // ЖЭТФ. — 2007. — Т. 131. — С. 500–510.
- A15. Samokhvalov, A. V. Current-phase relation in a Josephson junction coupled with a magnetic dot / A. V. Samokhvalov // Phys. Rev. B. — 2006. — Vol. 80. — P. 134513.
- A16. Самохвалов, А. В. Свойства джозефсоновских переходов в неоднородном поле ферромагнитных частиц / А. В. Самохвалов, С. Н. Вдовичев, Б. А. Грибков и др. // Письма в ЖЭТФ. — 2012. — Т. 95. — С. 113–123.
- A17. Pompeo, N. Thermodynamic nature of the $0 - \pi$ quantum transition in superconductor/ferromagnet/superconductor trilayers / N. Pompeo, K. Torokhtii, C. Cirillo et al. // Phys. Rev. B. — 2014. — Vol. 90. — P. 064510.
- A18. Fraerman, A. A. Magnetization controlled effects in overlap Josephson junctions coupled with submicron magnetic dots / A. A. Fraerman, B.A.Gribkov, S. A. Gusev et al. // J. of Physics: Conference Series. — 2008. — Vol. 97. — P. 012233.
- A19. Samokhvalov, A. Attraction between pancake vortices and vortex molecules formation in the crossing lattices in thin films of layered superconductors / A. Samokhvalov, A. Mel'nikov, A. Buzdin // Phys. Rev. B. — 2012. — Vol. 85. — P. 184509.

- A20. Buzdin, A. Vortex Molecules in Thin Films of Layered Superconductors / A. Buzdin, A. Mel'nikov, A. Samokhvalov // J. Supercond. Nov. Magn. — 2013. — Vol. 26. — P. 2853—2857.
- A21. Mel'nikov, A. Topological Electronic Transitions in Vortex Cores in Type-II Superconductors / A. Mel'nikov, A. Samokhvalov, M. Silaev // J. Supercond. Nov. Magn. — 2013. — Vol. 26. — P. 2847–2850.
- A22. Samokhvalov, A. Quantum Oscillations and π -states in Multiply Connected Ferromagnet-Superconductor Hybrids / A. Samokhvalov, A. Mel'nikov, A. Buzdin // J. Supercond. Nov. Magn. — 2013. — Vol. 26. — P. 2851–2852.
- A23. Самохвалов, А. Резонансные моды короткого джозефсоновского контакта в поле магнитных частиц / А. Самохвалов // Материалы IX симпозиума "Нанозифика и нанозлектроника". — Т. 2. — 25-29 марта 2005, Нижний Новгород, 2005. — С. 389–390.
- A24. Вдовичев, С. Эффекты соизмеримости в джозефсоновском контакте в поле массива магнитных частиц / С. Вдовичев, Б. Грибков, С. Гусев и др. // Материалы IX симпозиума "Нанозифика и нанозлектроника". — Т. 2. — 25-29 марта 2005, Нижний Новгород, 2005. — С. 391–392.
- A25. Самохвалов, А. Резонансные эффекты в туннельном джозефсоновском контакте в неоднородном поле массива магнитных наночастиц / А. Самохвалов // Материалы X симпозиума "Нанозифика и нанозлектроника". — Т. 1. — 13-17 марта 2006, Нижний Новгород, 2006. — С. 142–143.
- A26. Вдовичев, С. Исследование транспортных свойств сверхпроводящих структур в неоднородном магнитном поле ферромагнитных наночастиц / С. Вдовичев, Д. Водолазов, Б. Грибков и др. // Материалы X симпозиума "Нанозифика и нанозлектроника". — Т. 1. — 13-17 марта 2006, Нижний Новгород, 2006. — С. 142–143.
- A27. Буздин, А. Вихревые состояния индуцированные эффектом близости в гибридных структурах ферромагнетик–сверхпроводник / А. Буздин, А. Мельников, А.В.Самохвалов // Труды XI международного симпозиума "Нанозифика и нанозлектроника". — Т. 1. — 10-14 марта 2007, Нижний Новгород, 2007. — С. 283–284.
- A28. Самохвалов, А. π -контакт на основе планарного джозефсоновского перехода с контролируемой фазовой неоднородностью / А. Самохвалов // Труды XII международного

- симпозиума "Нанозфизика и нанозлектроника". — Т. 1. — 10-14 марта 2008, Нижний Новгород, 2008. — С. 46–48.
- A29. Вдовичев, С. Свойства джозефсоновского контакта в неоднородном магнитном поле ферромагнитной наночастицы / С. Вдовичев, Б. Грибков, С. Гусев и др. // Труды XII международного симпозиума "Нанозфизика и нанозлектроника". — Т. 2. — 10-14 марта 2008, Нижний Новгород, 2008. — С. 374–375.
- A30. Зубарев, М. Электронная структура вихря, захваченного на протяженном дефекте в сверхпроводнике второго рода / М. Зубарев, А. Мельников, А. Самохвалов // Труды XII международного симпозиума "Нанозфизика и нанозлектроника". — Т. 2. — 10-14 марта 2008, Нижний Новгород, 2008. — С. 386–387.
- A31. Ader, J.-P. Осцилляции Литтла-Паркса в гибридных структурах ферромагнетик–сверхпроводник с эффектом близости / J.-P. Ader, А. Буздин, А. Мельников, А. Самохвалов // Труды XIII международного симпозиума "Нанозфизика и нанозлектроника". — Т. 2. — 16-20 марта 2009, Нижний Новгород, 2009. — С. 543–544.
- A32. А.В.Самохвалов. Джозефсоновский ток и π -состояние в ферромагнитном слое со сверхпроводящими наночастицами / А.В.Самохвалов, А. Буздин // Труды XIV международного симпозиума "Нанозфизика и нанозлектроника". — Т. 1. — 15-19 марта 2010, Нижний Новгород, 2010. — С. 111–112.
- A33. Мельников, А. Вихревые молекулы в тонких пленках анизотропных сверхпроводников / А. Мельников, А.В.Самохвалов, Д. Савинов, А. Буздин // Труды XIV международного симпозиума "Нанозфизика и нанозлектроника". — Т. 1. — 15-19 марта 2010, Нижний Новгород, 2010. — С. 291–292.
- A34. Мельников, А. Микроскопический сценарий депиннинга вихрей с протяженных дефектов: критерий Ландау для определения тока депиннинга / А. Мельников, А.В.Самохвалов // Труды XV международного симпозиума "Нанозфизика и нанозлектроника". — Т. 1. — 14-18 марта 2011, Нижний Новгород, 2011. — С. 169–170.
- A35. Melnikov, A. FFLO states and quantum oscillation effects in mesoscopic superconductors and superfluid ultracold Fermi gases / A. Melnikov, A. Samokhvalov, A. Buzdin // Труды XV международного симпозиума "Нанозфизика и нанозлектроника". — Vol. 1. — 14-18 марта 2011, Нижний Новгород, 2011. — P. 167–168.

- А36. А.В.Самохвалов. Особенности взаимодействия вихрей и вихревые молекулы в пластине слоистого сверхпроводника / А.В.Самохвалов, А. Мельников, А.И.Буздин // Труды XVI международного симпозиума "Нанозифика и нанозлектроника". — Т. 1. — 12-16 марта 2012, Нижний Новгород, 2012. — С. 78–79.
- А37. А.В.Самохвалов. Дальнедействующий эффект Джозефсона в чистых гибридных структурах сверхпроводник-ферромагнетик / А.В.Самохвалов, А. Мельников, А.И.Буздин // Труды XVII международного симпозиума "Нанозифика и нанозлектроника". — Т. 1. — 11-15 марта 2013, Нижний Новгород, 2013. — С. 71–72.
- А38. А.В.Самохвалов. Стимуляция джозефсоновского транспорта при рассеянии с переворотом спина в баллистических SFS структурах / А.В.Самохвалов, Р.И.Шехтер, А.И.Буздин // Труды XVIII международного симпозиума "Нанозифика и нанозлектроника". — Т. 1. — 10-14 марта 2014, Нижний Новгород, 2014. — С. 87–88.
- А39. Самохвалов, А. Максимальный ток джозефсоновского перехода в тонкой пленке в поле магнитных частиц / А. Самохвалов // Тезисы докладов. 33-е Всероссийское совещание по физике низких температур. — 17-20 июня 2003, Екатеринбург, 2006. — С. 179–180.
- А40. Вдовичев, С. Свойства планарного джозефсоновского контакта в поле магнитных наночастиц / С. Вдовичев, С. Гусев, Ю. Ноздрин и др. // Труды 34 совещания по физике низких температур (НТ-34). — 26-30 сентября 2006, Ростов-на-Дону, п.Лео, 2006. — С. 179–180.
- А41. Самохвалов, А. Резонансные моды торцевого джозефсоновского контакта в поле магнитных частиц / А. Самохвалов // Сборник расширенных тезисов Первой международной конференции "Фундаментальные проблемы высокотемпературной сверхпроводимости. — 18-22 октября 2004, Москва, ФИАН, 2004. — С. 323–324.
- А42. Вдовичев, С. Эффекты соизмеримости в джозефсоновском контакте в поле магнитных наночастиц / С. Вдовичев, С. Гусев, Ю. Ноздрин и др. // Сборник Трудов. Третья международная конференция "Фундаментальные проблемы высокотемпературной сверхпроводимости"ФПС'08. — 9-13 октября 2006, Звенигород, Москва, ФИАН, 2006. — С. 363–364.
- А43. А.В.Самохвалов. Соотношение ток-фаза в джозефсоновском переходе с контролируемой фазовой неоднородностью / А.В.Самохвалов // Сборник Трудов. Третья международная конференция "Фундаментальные проблемы высокотемпературной сверх-

- проводимости"ФПС'08. — 13-17 октября 2008, Звенигород, Москва, ФИАН, 2008. — С. 303–304.
- A44. Buzdin, A. Crossover between vortex attraction and repulsion in thin films of layered superconductors / A. Buzdin, A. Melnikov, A. Samokhvalov // Сборник Трудов. Третья международная конференция "Фундаментальные проблемы высокотемпературной сверхпроводимости"ФПС'08. — 13-17 октября 2008, Звенигород, Москва, ФИАН, 2008. — Р. 303–304.
- A45. Melnikov, A. Topological electronic transitions in vortex cores in type-II superconductors / A. Melnikov, A. Samokhvalov, M. Silaev // Сборник расширенных тезисов Четвертая международная конференция "Фундаментальные проблемы высокотемпературной сверхпроводимости"ФПС'11. — 3-7 Октября 2011, Звенигород, Москва, ФИАН, 2011. — Р. 82–84.
- A46. Buzdin, A. Vortex molecules in thin films of layered superconductors / A. Buzdin, A. Melnikov, A. Samokhvalov // Сборник расширенных тезисов Четвертая международная конференция "Фундаментальные проблемы высокотемпературной сверхпроводимости"ФПС'11. — 3-7 Октября 2011, Звенигород, Москва, ФИАН, 2011. — Р. 85–87.
- A47. Samokhvalov, A. Quantum oscillations and π -states in multiply connected ferromagnet–superconductor hybrids / A. Samokhvalov, A. Melnikov, A. Buzdin // Сборник расширенных тезисов Четвертая международная конференция "Фундаментальные проблемы высокотемпературной сверхпроводимости"ФПС'11. — 3-7 Октября 2011, Звенигород, Москва, ФИАН, 2011. — Р. 103–104.
- A48. Vdovichev, S. Commensurability effects in Josephson junctions with magnetic nanostructures / S. Vdovichev, B. Gribkov, S. Gusev et al. // Workshop on Weak Superconductivity (WWS'05). Program and Abstracts. — Sept.16-19 2005, Bratislava, Slovak Republic, 2005. — Р. 48.
- A49. Fraerman, A. A. Magnetization controlled effects in overlap Josephson junctions coupled with submicron magnetic dots / A. A. Fraerman, B.A.Gribkov, S. A. Gusev et al. // 8-th European Conference on Applied Superconductivity. Conference Program Book. — 16-20 September 2007, Brussels, Belgium, 2008. — Р. 85.

- A50. Vdovichev, S. Properties of Josephson junctions in the inhomogeneous magnetic field of a system of ferromagnetic particles / S. Vdovichev, B. Gribkov, S. Gusev et al. // Moscow International Symposium on Magnetism. Books of Abstracts. — June 25-30, 2005, Moscow, 2005. — P. 171–172.
- A51. Melnikov, A. Interference phenomena and long-range proximity effect in clean superconductor-ferromagnet systems / A. Melnikov, A. Samokhvalov, A. Buzdin // Moscow International Symposium on Magnetism MISM-2014, Program. — 29 June-3 July 2014, Moscow, 2014. — P. 64.
- A52. Melnikov, A. Interference phenomena and long-range proximity effect in SFS systems: clean and dirty limits / A. Melnikov, A. Buzdin, A. Samokhvalov et al. // III International Conference on Superconductivity and Magnetism, Program. — 28 апреля - 5 мая 2012, Stambul, 2012. — P. 64.
- A53. Buzdin, A. Interference phenomena and long-range proximity effect in superconductor/ferromagnet systems / A. Buzdin, A. Melnikov, A. Samokhvalov, R. Shekhter // 27-th International Conference on Low Temperature physics, Abstract Book. — 6-13 August 2014, Buenos Aries, Argentina, 2014. — P. 97–98.

Литература

1. Бароне, А. Эффект Джозефсона: физика и применение / А. Бароне, Д. Патерно. — Москва: Мир, 1984. — С. 640.
2. Likharev, K. K. Superconducting weak links / K. K. Likharev // Rev. Mod. Phys. — 1979. — Vol. 51. — P. 101 – 160.
3. Golubov, A. A. The current-phase relation in Josephson junctions / A. A. Golubov, M. Y. Kupriyanov, E. Il'ichev // Rev. Mod. Phys. — 2004. — Vol. 76. — P. 411 – 469.
4. Buzdin, A. I. Proximity effects in superconductor–ferromagnet heterostructures / A. I. Buzdin // Rev. Mod. Phys. — 2005. — Vol. 77. — P. 935 – 976.
5. Bergeret, F. S. Odd triplet superconductivity and related phenomena in superconductor–ferromagnet structures / F. S. Bergeret, A. F. Volkov, K. B. Efetov // Rev. Mod. Phys. — 2005. — Vol. 77. — P. 1321 – 1373.
6. Titov, M. Josephson effect in ballistic graphene / M. Titov, C. W. J. Beenakker // Phys. Rev. B. — 2006. — Vol. 74. — P. 041401–1–041401–4.
7. Heersche, H. B. Bipolar supercurrent in graphene / H. B. Heersche, P. Jarillo-Herrero, J. B. Oostinga et al. // Nature. — 2007. — Vol. 446. — P. 56–59.
8. Тарасов, М. Семейство сверхпроводниковых устройств на основе графена / М. Тарасов, Н. Линдвалл, Л. Кузьмин, А. Юргенс // Письма в ЖЭТФ. — 2011. — Т. 94. — С. 353–356.
9. Holm, R. Kontaktwiderstand Zwischen Supraleitern und Nichtsupraleitern / R. Holm, W. Meissner // Z. f. Physik. — 1932. — Bd. 74. — S. 715–735.
10. Blonder, G. E. Transition from metallic to tunneling regimes in superconducting microconstrictions: Excess current, charge imbalance, and supercurrent conversion / G. E. Blonder, M. Tinkham, T. M. Klapwijk // Phys. Rev. B. — 1982. — Vol. 25. — P. 4515–4532.
11. Pannetier, B. Andreev reflection and proximity effect / B. Pannetier, H. Courtois // J. Low Temp. Phys. — 2000. — Vol. 118. — P. 599 – 615.

12. Klapwijk, T. M. Proximity Effect From an Andreev Perspective / T. M. Klapwijk // *J. Superconductivity: Incorporating Novel Magnetism*. — 2004. — Vol. 25. — P. 593 – 611.
13. Андреев, А. Ф. Теплопроводность промежуточного состояния сверхпроводников / А. Ф. Андреев // *ЖЭТФ*. — 1964. — Т. 46. — С. 1823–1828.
14. Андреев, А. Ф. Теплопроводность промежуточного состояния сверхпроводников-II / А. Ф. Андреев // *ЖЭТФ*. — 1964. — Т. 47. — С. 2222–2228.
15. Андреев, А. Ф. Электронный спектр промежуточного состояния сверхпроводников / А. Ф. Андреев // *ЖЭТФ*. — 1965. — Т. 49. — С. 655–660.
16. Андреев, А. Ф. Электродинамика промежуточного состояния сверхпроводников / А. Ф. Андреев // *ЖЭТФ*. — 1966. — Т. 51. — С. 1510–1521.
17. Demler, E. A. Superconducting proximity effects in magnetic metals / E. A. Demler, G. B. Arnold, M. R. Beasley // *Phys. Rev. B*. — 1997. — Vol. 55. — P. 15174—15182.
18. Larkin, A. I. Inhomogeneous state of superconductors / A. I. Larkin, Y. N. Ovchinnikov // *Sov. Phys.-JETP*. — 1965. — Vol. 20. — P. 762—769.
19. Fulde, P. Superconductivity in a strong spin-exchange field / P. Fulde, R. A. Ferrell // *Phys. Rev.* — 1964. — Vol. 135. — P. A550—A563.
20. Рязанов, В. В. Эффект близости и спонтанная вихревая фаза в планарных SF-структурах / В. В. Рязанов, В. А. Обознов, А. С. Прокопьев, С. В. Дубонос // *JETP Lett.* — 2003. — Т. 77. — С. 43–47.
21. Buzdin, A. Density of states oscillations in a ferromagnetic metal in contact with a superconductor / A. Buzdin // *Phys. Rev. B*. — 2000. — Vol. 62. — P. 11377–11379.
22. Kontos, T. Inhomogeneous Superconductivity Induced in a Ferromagnet by Proximity Effect / T. Kontos, M. Aprili, J. Lesueur, X. Grison // *Phys. Rev. Lett.* — 2001. — Vol. 86. — P. 304—307.
23. Буздин, А. Критическая температура сверхрешетки ферромагнетик–сверхпроводник / А. Буздин, М.Ю.Куприянов // *Письма в ЖЭТФ*. — 1990. — Т. 52. — С. 1089 – 1091.
24. Radović, Z. Transition temperatures of superconductor-ferromagnet superlattices / Z. Radović, M. Ledvij, L. Dobrosavljević-Grujić et al. // *Phys. Rev. B*. — 1991. — Vol. 44. — P. 759 – 764.

25. Jiang, J. S. Oscillatory Superconducting Transition Temperature in Nb/Gd Multilayers / J. S. Jiang, D. Davidović, D. H. Reich, C. L. Chien // *Phys. Rev. Lett.* — 1995. — Vol. 74. — P. 314–317.
26. Mühge, T. Possible Origin for Oscillatory Superconducting Transition Temperature in Superconductor/Ferromagnet Multilayers / T. Mühge, N. N. Garif'yanov, Y. V. Goryunov et al. // *Phys. Rev. Lett.* — Vol. 77.
27. Tagirov, L. R. Proximity effect and superconducting transition temperature in superconductor/ferromagnet sandwiches / L. R. Tagirov // *Physica C.* — 1998. — Vol. 307. — P. 145–163.
28. Изюмов, Ю. А. Конкуренция сверхпроводимости и магнетизма в гетероструктурах ферромагнетик/сверхпроводник / Ю. А. Изюмов, Ю. Н. Прошин, М. Хусаинов // *УФН.* — 2002. — Т. 172. — С. 113 – 154.
29. Буздин, А. И. Осцилляции критического тока в зависимости от обменного поля и толщины ферромагнитного металла (F) в джозефсоновском контакте S-F-S / А. И. Буздин, Л. Н. Булаевский, С. В. Панюков // *Письма в ЖЭТФ.* — 1982. — Т. 35. — С. 147—148.
30. Буздин, А. И. Джозефсоновский контакт с ферромагнитной прослойкой / А. И. Буздин, М. Ю. Куприянов // *Письма в ЖЭТФ.* — 1991. — Т. 53. — С. 308—312.
31. Ryazanov, V. V. Coupling of Two Superconductors through a Ferromagnet: Evidence for a π Junction / V. V. Ryazanov, V. A. Oboznov, A. Y. Rusanov et al. // *Phys. Rev. Lett.* — 2001. — Vol. 86. — P. 2427—2430.
32. Kontos, T. Josephson Junction through a Thin Ferromagnetic Layer: Negative Coupling / T. Kontos, M. Aprili, J. Lesueur et al. // *Phys. Rev. Lett.* — 2002. — Vol. 89. — P. 137007–1—137007–4.
33. Little, W. A. Observation of Quantum Periodicity in the Transition Temperature of a Superconducting Cylinder / W. A. Little, R. D. Parks // *Phys. Rev. Lett.* — 1962. — Vol. 9. — P. 9–12.
34. Little, W. A. Fluxoid Quantization in a Multiply-Connected Superconductor / W. A. Little, R. D. Parks // *Phys. Rev.* — 1964. — Vol. 133. — P. A97–A103.

35. Н.Булаевский, Л. Сверхпроводящая система со слабой связью с током в основном состоянии / Л. Н.Булаевский, В. В. Кузий, А. А. Собянин // Письма в ЖЭТФ. — 1977. — Т. 25. — С. 314—318.
36. Bulaevskii, L. N. On possibility of the spontaneous magnetic flux in a Josephson junction containing magnetic impurities / L. N. Bulaevskii, V. V. Kuzii, A. A. Sobyenin // Solid-State Comm.
37. Ryazanov, V. V. Intrinsically frustrated superconducting array of superconductor-ferromagnet-superconductor π junctions / V. V. Ryazanov, V. A. Oboznov, A. V. Veretennikov, A. Y. Rusanov // Phys. Rev. D. — 2001. — Vol. 65. — P. 020501.
38. Bauer, A. Spontaneous Supercurrent Induced by Ferromagnetic π Junctions / A. Bauer, J. Bentner, M. Aprili et al. // Phys. Rev. Lett. — 2004. — Vol. 92. — P. 217001.
39. Frolov, S. M. Imaging spontaneous currents in superconducting arrays of π -junctions / S. M. Frolov, M. J. A. Stoutimore, T. A. Crane et al. // Nature Physics. — 2008. — Vol. 4. — P. 32–36.
40. Frolov, S. M. Josephson interferometry and Shapiro step measurements of superconductor-ferromagnet-superconductor $0-\pi$ junctions / S. M. Frolov, D. J. Van Harlingen, V. V. Bolginov et al. // Phys. Rev. B. — 2006. — Vol. 74. — P. 020503.
41. Weides, M. $0-\pi$ Josephson Tunnel Junctions with Ferromagnetic Barrier / M. Weides, M. Kemmler, E. Goldobin et al. // Phys. Rev. Lett. — 2006. — Vol. 97. — P. 247001.
42. Гинзбург, В. Л. Ферромагнитные сверхпроводники / В. Л. Гинзбург. — 1956. — Т. 31. — С. 202–210.
43. Сан-Жам, Д. Сверхпроводимость второго рода / Д. Сан-Жам, Г. Сарма, Е. Томас. — Москва: Мир, 1970. — С. 364.
44. Buzdin, A. I. Unusual behavior of superconductors near the tricritical Lifshitz point / A. I. Buzdin, M. L. Kubic // J. Low Temp. Phys. — 1984. — Vol. 54. — P. 203–213.
45. Zyuzin, A. A. Aharonov-Bohm effect in superconducting LOFF state / A. A. Zyuzin, A. Y. Zyuzin // Письма в ЖЭТФ. — 2008. — Vol. 88. — P. 147–151.
46. Zyuzin, A. A. Anomalous transition temperature oscillations in the Larkin-Ovchinnikov-Fulde-Ferrell state / A. A. Zyuzin, A. Y. Zyuzin // Phys. Rev. B. — 2009. — Vol. 79. — P. 174514.

47. Geim, A. Phase transitions in individual sub-micrometre superconductors / A. Geim, I. Grigorieva, S. Dubonos et al. // *Nature*. — 1997. — Vol. 390. — P. 259–262.
48. Chibotaru, L. Symmetry-induced formation of antivortices in mesoscopic superconductors / L. Chibotaru, A. Ceulemans, V. Bruyndoncx, V. Moshchalkov // *Nature*. — 2000. — Vol. 408. — P. 833–835.
49. Geim, A. Non-quantized penetration of magnetic field in the vortex state of superconductors / A. Geim, S. Dubonos, I. Grigorieva et al. // *Nature*. — 2000. — Vol. 407. — P. 55–57.
50. Mel'nikov, A. S. Vortex states and magnetization curve of square mesoscopic superconductors / A. S. Mel'nikov, I. M. Nefedov, D. A. Ryzhov et al. // *Phys. Rev. B*. — 2002. — Vol. 65. — P. 140503.
51. Buisson, O. Magnetization oscillations of a superconducting disk / O. Buisson, P. Gandit, R. Rammal et al. // *Phys. Lett. A*. — 1990. — Vol. 150. — P. 36–42.
52. Bruyndoncx, V. Giant vortex state in perforated aluminum microsquares / V. Bruyndoncx, J. G. Rodrigo, T. Puig et al. // *Phys. Rev. B*. — 1999. — Vol. 60. — P. 4285–4292.
53. Jadallah, H. T. Giant vortex state in perforated aluminum microsquares / H. T. Jadallah, J. Rubinstein, P. Sternberg // *Phys. Rev. Lett.* — 1999. — Vol. 82. — P. 2935–2938.
54. Lange, M. Nanoengineered Magnetic-Field-Induced Superconductivity / M. Lange, M. J. V. Bael, Y. Bruynseraede, V. V. Moshchalkov // *Phys. Rev. Lett.* — 2003. — Vol. 90. — P. 197006–1–197006–4.
55. Aladyshkin, A. Localized superconductivity and Little-Parks effect in superconductor/ferromagnet hybrids / A. Aladyshkin, D. Ryzhov, A. Samokhvalov et al. // *Phys. Rev. B*. — 2007. — Vol. 75. — P. 184519.
56. Aladyshkin, A. Y. The Little-Parks effect and multiquanta vortices in a hybrid superconductor-ferromagnet system / A. Y. Aladyshkin, A. S. Melnikov, D. A. Ryzhov // *J. Phys.: Condens. Matt.* — 2003. — Vol. 15. — P. 6591–6597.
57. Aladyshkin, A. Y. Nucleation of superconductivity and vortex matter in superconductor–ferromagnet hybrids / A. Y. Aladyshkin, A. V. Silhanek, W. Gillijns, V. V. Moshchalkov // *SUST*. — 2009. — Vol. 22. — P. 053001 – 053048.

58. Anlage, S. The physics and applications of superconducting metamaterials / S. Anlage // *J. Opt.* — 2011. — Vol. 13. — P. 024001.
59. Jung, P. Progress in superconducting metamaterials / P. Jung, A. Ustinov, S. Anlage // *SUST.* — 2011. — Vol. 27. — P. 024001.
60. Terzioglu, E. Complementary Josephson-junction devices and circuits - a possible new approach to superconducting electronics / E. Terzioglu, M. R. Beasley.
61. Ioffe, L. B. Environmentally decoupled sds-wave Josephson junctions for quantum computing / L. B. Ioffe, V. B. Geshkenbein, M. V. Feigel'man et al. // *Nature.* — 1999. — Vol. 398. — P. 679–682.
62. Yamashita, T. Superconducting π Qubit with a Ferromagnetic Josephson Junction / T. Yamashita, K. Tanikawa, S. Takahashi, S. Maekawa // *Phys. Rev. Lett.* — 2005. — Vol. 95. — P. 097001–1–097001–4.
63. Robinson, J. W. A. Controlled Injection of Spin-Triplet Supercurrents into a Strong Ferromagnet / J. W. A. Robinson, J. D. S. Witt, M. G. Blamire // *Science.* — 2010. — Vol. 329. — P. 59–61.
64. Khaire, T. S. Observation of Spin-Triplet Superconductivity in Co-Based Josephson Junctions / T. S. Khaire, M. A. Khasawneh, J. W. P. Pratt, N. O. Birge // *Phys. Rev. Lett.* — 2010. — Vol. 104. — P. 137002–1–137002–4.
65. Sosnin, I. Superconducting Phase Coherent Electron Transport in Proximity Conical Ferromagnets / I. Sosnin, H. Cho, V. T. Petrashov, A. F. Volkov // *Phys. Rev. Lett.* — 2006. — Vol. 96. — P. 157002–1–157002–4.
66. Keizer, R. S. A spin triplet supercurrent through the half-metallic ferromagnet CrO_2 / R. S. Keizer, S. T. B. Goennenwein, T. M. Klapwijk et al. // *Nature.* — 2006. — Vol. 439. — P. 825–827.
67. Giroud, M. Superconducting proximity effect in a mesoscopic ferromagnetic wire / M. Giroud, H. Courtois, K. Hasselbach et al. // *Phys. Rev. B.* — 1998. — Vol. 58. — P. R11872–R11875.
68. Wang, J. Interplay between superconductivity and ferromagnetism in crystalline nanowires / J. Wang, M. Singh, M. Tian et al. // *Nature Physics.* — 2010. — Vol. 6. — P. 389–394.

69. Bergeret, F. Long-range proximity effects in superconductor-ferromagnet structures / F. Bergeret, A. F. Volkov, K. B. Efetov // *Phys. Rev. Lett.* — 2001. — Vol. 86. — P. 4096–4099.
70. Kadigrobov, A. Quantum spin fluctuations as a source of long-range proximity effects in diffusive ferromagnet-superconductor structures / A. Kadigrobov, R. I. Shekhter, M. Jonson // *Europhys. Lett.* — 2001. — Vol. 54. — P. 394–400.
71. Fominov, Y. V. Josephson effect due to the long-range odd-frequency triplet superconductivity in SFS junctions with Neel domain walls / Y. V. Fominov, A. F. Volkov, K. B. Efetov // *Phys. Rev. B.* — 2007. — Vol. 75. — P. 104509.
72. Buzdin, A. I. Domain walls and long-range correlations in SFS Josephson junctions / A. I. Buzdin, A. S. Melnikov, N. G. Pugach // *Phys. Rev. B.* — 2011. — Vol. 83. — P. 144515.
73. Silaev, M. A. Possibility of a long-range proximity effect in a ferromagnetic nanoparticle / M. A. Silaev // *Phys. Rev. B.* — 2009. — Vol. 79. — P. 184505.
74. Kalenkov, M. Longrange proximity effects in superconductor-ferromagnet structures / M. Kalenkov, A. D. Zaikin, V. Petrashov // *Phys. Rev. Lett.* — 2011. — Vol. 107. — P. 087003.
75. Linder, J. Signatures of retroreflection and induced triplet electron-hole correlations in ferromagnet-s-wave-superconductor structures / J. Linder, A. Sudbo // *Phys. Rev. B.* — 2007. — Vol. 76. — P. 134509.
76. Eschrig, M. Triplet supercurrents in clean and disordered half-metallic ferromagnets / M. Eschrig, T. Lofwander // *Nature Physics.* — 2008. — Vol. 4. — P. 138–143.
77. Bergeret, F. S. Singlet-Triplet Conversion and the Long-Range Proximity Effect in Superconductor-Ferromagnet Structures with Generic Spin Dependent Fields / F. S. Bergeret, I. V. Tokatly // *Phys. Rev. Lett.* — 2013. — Vol. 110. — P. 117003–1—117003–6.
78. Абрикосов, А. А. О магнитных свойствах сверхпроводников второй группы / А. А. Абрикосов // *ЖЭТФ.* — 1957. — Т. 32. — С. 1442–1452.
79. Шмидт, В. Вихри в сверхпроводниках второго рода / В. Шмидт, Г. Мкртчян // *УФН.* — 1974. — Т. 112. — С. 459–490.

80. Горьков, Л. Движение вихрей и электросопротивление сверхпроводников второго рода в магнитном поле / Л. Горьков, Н. Копнин // УФН. — 1975. — Т. 116. — С. 413–448.
81. Brandt, E. The flux-line lattice in superconductors / E. Brandt // Rep. Prog. Phys. — 1995. — Vol. 58. — P. 1465–1594.
82. Kopnin, N. Vortex dynamics and mutual friction in superconductors and Fermi superfluids / N. Kopnin // Rep. Prog. Phys. — 2002. — Vol. 65. — P. 1633–1678.
83. Абрикосов, А. А. Основы теории металлов / А. А. Абрикосов. — Москва: Наука, ????
84. де Жен, П. Сверхпроводимость металлов и сплавов / П. де Жен. — Москва: Мир, 1968. — С. 280.
85. Хюбенер, Р. П. Структуры магнитных потоков в сверхпроводниках / Р. П. Хюбенер. — Москва: Машиностроение, 1984.
86. Kopnin, N. B. Theory of Nonequilibrium Superconductivity / N. B. Kopnin. — Oxford: Clarendon Press, 2001.
87. Lawrence, W. Theory of Layer Structure Superconductors / W. Lawrence, S. Doniach // Twelfth International Conference on Low Temperature Physics / Ed. by E. Kanda. — Kyoto: Academic Press of Japan, 1971. — Vol. 44. — P. 361–362.
88. Булаевский, Л. Н. Магнитные свойства слоистых сверхпроводников со слабым взаимодействием между слоями / Л. Н. Булаевский // jetpr. — 1973. — Т. 64. — С. 2241–2247.
89. Булаевский, Л. Сверхпроводимость и электронные свойства слоистых соединений / Л. Булаевский // УФН. — 1975. — Т. 116. — С. 449–483.
90. Bulaevskii, L. N. Vortices in layered superconductors with Josephson coupling / L. N. Bulaevskii, M. Ledvij, V. G. Kogan // Phys. Rev. B. — 1992. — Vol. 46. — P. 366–380.
91. Blatter, G. Vortices in high-temperature superconductors / G. Blatter, M. V. Feigel'man, V. B. Geshkenbein et al. // Rev. Mod. Phys. — 1994. — Vol. 66. — P. 1125–1388.
92. Koshelev, A. Vortex-chain phases in layered superconductors / A. Koshelev // Phys. Rev. B. — 2005. — Vol. 71. — P. 174507.
93. Koshelev, A. Josephson vortex lattice in layered superconductors / A. Koshelev, M. Dodgson // ЖЭТФ. — 2013. — Vol. 144. — P. 519–551.

94. А.И.Буздин. Особенности проникновения наклонных вихрей в слоистые сверхпроводники / А.И.Буздин, А.И.Симонов // Письма в ЖЭТФ. — 1990. — Т. 51. — С. 168—171.
95. Grishin, A. M. Magnetic field inversion and vortex chains in anisotropic superconductors / A. M. Grishin, A. Y. Martynovich, S. V. Yampolskii // ЖЭТФ. — 1990. — Т. 70. — С. 1089–1098.
96. Kogan, V. G. Interaction of vortices in uniaxial superconductors / V. G. Kogan, N. Nakagawa, S. L. Thiemann // Phys. Rev. B. — 1990. — Vol. 42. — P. 2631–2634.
97. Buisson, O. Surface effects in vortex patterns of uniaxial superconductors / O. Buisson, G. Carneiro, M. Doria // Physica C. — 1991. — Vol. 185–189. — P. 1465–1466.
98. Buzdin, A. I. Magnetization of anisotropic superconductors in the tilted magnetic field / A. I. Buzdin, A. Y. Simonov // Physica C. — 1991. — Vol. 175. — P. 143–155.
99. Campbell, L. Vortex lattice structures in uniaxial superconductors / L. Campbell, M. Doria, V. Kogan // Phys. Rev. B. — 1988. — Vol. 38. — P. 2439–2443.
100. Ivlev, B. I. Vortex-chain states and critical currents in anisotropic high- T_c superconductors / B. I. Ivlev, N. B. Kopnin // Phys. Rev. B. — 1991. — Vol. 44. — P. 2747–2750.
101. Bending, S. Vortex chains in anisotropic superconductors / S. Bending, M. J. Dodgson // J. Phys.: Condens. Matter. — 2005. — Vol. 17. — P. R955—R993.
102. Koshelev, A. Crossing Lattices, Vortex Chains, and Angular Dependence of Melting Line in Layered Superconductors / A. Koshelev // Phys. Rev. Lett. — 1999. — Vol. 83. — P. 187–190.
103. Koshelev, A. Josephson vortices and solitons inside pancake vortex lattice in layered superconductors / A. Koshelev // Phys. Rev. B. — 2003. — Vol. 68. — P. 094520.
104. Gammel, P. Images of the vortex chain state in untwinned $YBa_2Cu_3O_{7-\delta}$ crystals / P. Gammel, D. Bishop, J. Rice, D. Ginsberg // Phys. Rev. Lett. — 1992. — Vol. 68. — P. 3343–3346.
105. Tonomura, A. Observation of Structures of Chain Vortices Inside Anisotropic High- T_c Superconductors / A. Tonomura, H. Kasai, O. Kamimura et al. // Phys. Rev. Lett. — 2002. — Vol. 88. — P. 237001.

106. Hess, H. Scanning-tunneling-microscopy study of distortion and instability of inclined flux-line-lattice structures in the anisotropic superconductor 2H-NbSe₂ / H. Hess, C. Murray, J. Waszczak // Phys. Rev. Lett. — 1992. — Vol. 69. — P. 2138–2141.
107. Matsuda, T. Oscillating Rows of Vortices in Superconductors / T. Matsuda, O. Kamimura, H. Kasai et al. — 2001. — Vol. 294. — P. 2136–2138.
108. Grigorenko, A. A one-dimensional chain state of vortex matter / A. Grigorenko, S. Bending, T. Tamegai et al. // Nature. — 2001. — Vol. 414. — P. 728–731.
109. Grigorenko, A. Visualization of Interacting Crossing Vortex Lattices in the Presence of Quenched Disorder / A. Grigorenko, S. Bending, A. Koshelev et al. // Phys. Rev. Lett. — 2002. — Vol. 89. — P. 217003.
110. Bolle, C. Observation of a commensurate array of flux chains in tilted flux lattices in Bi-Sr-Ca-Cu-O single crystals / C. Bolle, P. Gammel, D. Grier et al. // Phys. Rev. Lett. — 1991. — Vol. 66. — P. 112–115.
111. Grigorieva, I. Vortex-chain state in Bi₂Sr₂CaCu₂O_{8+δ}: Experimental evidence for coexistence of two vortex orientations / I. Grigorieva, J. Steeds, G. Balakrishnan, D. Paul // Phys. Rev. B. — 1995. — Vol. 51. — P. 3765–3771.
112. Tokunaga, M. Direct observations of the vortex chain state in Bi₂Sr₂CaCu₂O_{8+y} by Bitter decoration / M. Tokunaga, T. Tamegai, Y. Fasano, F. de la Cruz // Phys. Rev. B. — 2003. — Vol. 67. — P. 134501.
113. Vlasko-Vlasov, V. Decoration of Josephson vortices by pancake vortices in Bi₂Sr₂CaCu₂O_{8+d} / V. Vlasko-Vlasov, A. Koshelev, U. Welp et al. // Phys. Rev. B. — 2002. — Vol. 66. — P. 014523.
114. Tokunaga, M. Visualization of vortex chains in Bi₂Sr₂CaCu₂O_{8+y} by magneto-optical imaging / M. Tokunaga, M. Kobayashi, Y. Tokunaga, T. Tamegai // Phys. Rev. B. — 2002. — Vol. 66. — P. 060507.
115. Yasugaki, M. Magneto-optical observations of crossing-lattice state in Bi₂Sr₂CaCu₂O_{8+y} / M. Yasugaki, K. Itaka, M. Tokunaga et al. // Phys. Rev. B. — 2002. — Vol. 65. — P. 212502.
116. Pearl, J. Current distribution in superconducting films carrying quantized fluxoids / J. Pearl // Appl. Phys. Lett. — 1964. — Vol. 5. — P. 65–66.

117. Мартынович, А. Магнитные вихри в пластине слоистого сверхпроводника / А. Мартынович // ЖЭТФ. — 1994. — Т. 105. — С. 912–927.
118. Bulaevskii, L. Angular dependence of c-axis plasma frequency and critical current in Josephson-coupled superconductors at high fields / L. Bulaevskii, M. Maley, H. Safar, D. Dominguez // Phys. Rev. B. — 1996. — Vol. 53. — P. 6634–6637.
119. Caroli, C. Bound Fermion States on a Vortex Line in a Type II Superconductor / C. Caroli, P. G. de Gennes, J. Matricon // Phys. Lett. — 1964. — Vol. 9. — P. 307–309.
120. Gygi, F. Self-consistent electronic structure of a vortex line in a type-II superconductor / F. Gygi, M. Schluter // Phys. Rev. B. — 1991. — Vol. 43. — P. 7609–7621.
121. Hess, H. F. Scanning-Tunneling-Microscope Observation of the Abrikosov Flux Lattice and the Density of States near and inside a Fluxoid / H. F. Hess, R. B. Robinson, R. C. Dynes et al. // Phys. Rev. Lett. — 1989. — Vol. 62. — P. 214–216.
122. Fischer, O. Scanning tunneling spectroscopy of high-temperature superconductors / O. Fischer, M. Kugler, I. Maggio-Aprile et al. // Rev. Mod. Phys. — Vol. 79.
123. Hess, H. F. Scanning-Tunneling-Microscope Observation of the Abrikosov Flux Lattice and the Density of States near and inside a Fluxoid / H. F. Hess, R. B. Robinson, R. C. Dynes et al. // Phys. Rev. Lett. — 1989. — Vol. 62. — P. 214–216.
124. Thuneberg, E. V. Pinning of a Vortex Line to a Small Defect in Superconductors / E. V. Thuneberg, J. Kurkijarvi, D. Rainer // Phys. Rev. Lett. — 1982. — Vol. 48. — P. 1853–1856.
125. Thuneberg, E. V. Elementary-flux-pinning potential in type-II superconductors / E. V. Thuneberg, J. Kurkijarvi, D. Rainer // Phys. Rev. B. — 1984. — Vol. 29. — P. 3913–3923.
126. Eilenberger, G. Transformation of Gorkov's Equation for Type II Superconductors into Transport-Like Equations / G. Eilenberger // Z. f. Physik. — 1968. — Vol. 214. — P. 195–213.
127. Ларкин, А. И. Квазиклассический метод в теории сверхпроводимости / А. И. Ларкин, Ю. Н. Овчинников // ЖЭТФ. — 1968. — Vol. 55. — P. 2262–2272.
128. Thuneberg, E. V. Elementary pinning potential in type-II superconductors near H_{c2} / E. V. Thuneberg // J. Low Temp. Phys. — 1984. — Vol. 57. — P. 415–440.

129. Thuneberg, E. V. Nucleation of superconductivity around weakly scattering defects / E. V. Thuneberg // J. Low Temp. Phys. — 1986. — Vol. 62. — P. 27–37.
130. Friesen, M. Microscopic theory of vortex pinning: Impurity terms in the Ginzburg-Landau free energy / M. Friesen, P. Muzikar // Phys. Rev. B. — 1986. — Vol. 53. — P. R11953—R11956.
131. Tanaka, Y. Theory of Superconducting Quantum Dot under Magnetic Field / Y. Tanaka, S. Kashiwaya, H. Takayanagi // Jpn. J. Appl. Phys. — 1995. — Vol. 34. — P. 4566–4568.
132. Eschrig, M. Vortex core structure and dynamics in layered superconductors / M. Eschrig, D. Rainer, J. A. Sauls // Vortices in unconventional superconductors and superfluids.
133. Volovik, G. E. Vortex motion in fermi-superfluids and Callan–Harvey effect / G. E. Volovik // Письма в ЖЭТФ. — 1993. — Vol. 57. — P. 233–237.
134. Larkin, A. I. Resistance of layered superclean superconductors at low temperatures / A. I. Larkin, Y. N. Ovchinnikov // Phys. Rev. B. — 1998. — Vol. 57. — P. 5457—5465.
135. Rosenstein, B. Microwave absorption in the cores of Abrikosov vortices pinned by artificial insulator inclusion / B. Rosenstein, I. Shapiro, E. Deutch, B. Y. Shapiro // Phys. Rev. B. — 2011. — Vol. 84. — P. 134521.
136. Боголюбов, Н. Н. О новом методе в теории сверхпроводимости / Н. Н. Боголюбов // ЖЭТФ. — 1958. — Т. 34. — С. 58–65.
137. Rowell, J. M. Magnetic Field Dependence of the Josephson Tunnel Current / J. M. Rowell // Phys. Rev. Lett. — 1963. — Vol. 11. — P. 200–202.
138. Aladyshkin, A. Y. Influence of ferromagnetic nanoparticles on the critical current of Josephson junction / A. Y. Aladyshkin, A. A. Fraerman, S. A. Gusev et al. — 2003. — Vol. 258-259. — P. 406–408.
139. Вдовичев, С. Н. Свойства джозефсоновских контактов в неоднородном магнитном поле системы ферромагнитных частиц / С. Н. Вдовичев, Б. А. Грибков, С. А. Гусев и др. // Письма в ЖЭТФ. — 2004. — Т. 80. — С. 758–762.
140. Harlingen, D. J. V. Phase-sensitive tests of the symmetry of the pairing state in the high-temperature superconductors: Evidence for $d_{x^2-y^2}$ symmetry / D. J. V. Harlingen // Rev. Mod. Phys. — 1995. — Vol. 67. — P. 515–535.

141. Hilgenkamp, H. Grain boundaries in high- T_c superconductors / H. Hilgenkamp, J. Mannhart, B. Mayer // *Rev. Mod. Phys.* — 2002. — Vol. 74. — P. 485–549.
142. Tsuei, C. C. Pairing symmetry in cuprate superconductors / C. C. Tsuei, J. R. Kirtley // *Rev. Mod. Phys.* — 2000. — Vol. 72. — P. 969–1016.
143. Della Rocca, M. L. Ferromagnetic $0 - \pi$ Junctions as Classical Spins / M. L. Della Rocca, M. Aprili, T. Kontos et al. // *Phys. Rev. Lett.* — 2005. — Vol. 94. — P. 197003.
144. Hilgenkamp, H. Implications of $d_{x_2-y_2}$ symmetry and faceting for the transport properties of grain boundaries in high- T_c superconductors / H. Hilgenkamp, J. Mannhart, B. Mayer // *Phys. Rev. B.* — 1996. — Vol. 53. — P. 14586–14593.
145. Mints, R. G. Josephson junctions with alternating critical current density / R. G. Mints, V. G. Kogan // *Phys. Rev. B.* — 1997. — Vol. 55. — P. R8682—R8684.
146. Smilde, H. J. H. d-Wave-Induced Josephson Current Counterflow in $\text{YBa}_2\text{Cu}_3\text{O}_7/\text{Nb}$ Zigzag Junctions / H. J. H. Smilde, Ariando, D. H. A. Blank et al. // *Phys. Rev. Lett.* — 2002. — Vol. 88. — P. 057004.
147. Scharinger, S. Magnetic field dependence of the critical current in $\text{YBa}_2\text{Cu}_3\text{O}_{7-\delta}/\text{Au}/\text{Nb}$ ramp-zigzag Josephson junctions / S. Scharinger, M. Turad, A. Stohr et al. // *Phys. Rev. B.* — 2012. — Vol. 86. — P. 144531.
148. Mints, R. G. Self-generated flux in Josephson junctions with alternating critical current density / R. G. Mints // *Phys. Rev. B.* — 1998. — Vol. 57. — P. R3221—R3224.
149. Goldibin, E. Semifluxons in long Josephson $0-\pi$ -junctions / E. Goldibin, D. Koelle, R. Kleiner // *Phys. Rev. B.* — 2002. — Vol. 66. — P. 100508.
150. Mints, R. G. Observation of Splintered Josephson Vortices at Grain Boundaries in $\text{YBa}_2\text{Cu}_3\text{O}_{7-\delta}$ / R. G. Mints, I. Papiashvili, J. R. Kirtley et al. // *Phys. Rev. Lett.* — 2002. — Vol. 89. — P. 067004.
151. Hilgenkamp, H. Ordering and manipulation of the magnetic moments in large-scale superconducting π -loop arrays / H. Hilgenkamp, Ariando, H. J. H. Smilde et al. // *Nature.* — 2003. — Vol. 422. — P. 50–53.
152. Gürlich, C. Visualizing supercurrents in ferromagnetic Josephson junctions with various arrangements of 0 and π segments / C. Gürlich, S. Scharinger, M. Weides et al. // *Phys. Rev. B.* — 2010. — Vol. 81. — P. 094502.

153. Goldobin, E. Fractional vortex in asymmetric $0-\pi$ long Josephson junctions / E. Goldobin, R. Kleiner, D. Koelle // *Phys. Rev. B.* — 2013. — Vol. 87. — P. 224501–1–.
154. Buzdin, A. Periodic alternating $0-$ and π -junction structures as realization of φ -Josephson junctions / A. Buzdin, A. E. Koshelev // *Phys. Rev. B.* — 2003. — Vol. 67. — P. 220504.
155. Frolov, S. M. Flip-Flopping Fractional Flux Quanta / S. M. Frolov, M. J. A. Stoutimore, T. A. Crane et al. // *Science.* — 2006. — Vol. 312. — P. 1495–1497.
156. Feofanov, A. K. Implementation of superconductor/ferromagnet/superconductor π -shifters in superconducting digital and quantum circuits / A. K. Feofanov, V. A. Oboznov, V. V. Bol'ginov et al. // *Nature Physics.* — 2010. — Vol. 6. — P. 593—597.
157. Goldobin, E. Josephson Junction with a Magnetic-Field Tunable Ground State / E. Goldobin, D. Koelle, R. Kleiner, R. G. Mints // *Phys. Rev. Lett.* — 2011. — Vol. 107. — P. 227001–1–227001–4.
158. Sickinger, H. Experimental Evidence of a π Josephson Junction / H. Sickinger, A. Lipman, M. Weides et al. // *Phys. Rev. Lett.* — 2012. — Vol. 109. — P. 107002–1–107002–5.
159. Hebard, A. F. Diagnostics with series-connected Josephson tunnel junctions / A. F. Hebard, R. H. Eick // *J. Appl. Phys.* — 1978. — Vol. 49. — P. 338—343.
160. Miller, S. L. Critical currents of cross-type superconducting-normal-superconducting junctions in perpendicular magnetic fields / S. L. Miller, K. R. Biaga, J. R. Clem, D. K. Finnemore // *Phys. Rev. B.* — 1985. — Vol. 31. — P. 2684—2693.
161. Голубов, А. А. Влияние одиночных абрикосовских вихрей на свойства туннельных джозефсоновских переходов / А. А. Голубов, М. Ю. Куприянов // *ЖЭТФ.* — 1987. — Т. 92. — С. 1512—1523.
162. Golubov, A. A. Theoretical investigation of Josephson tunnel junctions with spatially inhomogeneous superconducting electrodes / A. A. Golubov, M. Y. Kupriyanov // *J. Low Temp. Phys.* — 1988. — Vol. 70. — P. 83—130.
163. Фистуль, М. В. Критический ток джозефсоновских контактов со случайно расположенными абрикосовскими вихрями / М. В. Фистуль // *Письма в ЖЭТФ.* — 1988. — Т. 49. — С. 95—98.

164. Фистуль, М. В. Критический ток джозефсоновских контактов с абрикосовскими вихрями / М. В. Фистуль // Письма в ЖЭТФ. — 1990. — Т. 52. — С. 823—825.
165. Fistul, M. V. Abrikosov vortices in long Josephson junctions / M. V. Fistul, G. F. Giuliani // Phys. Rev. B. — 1998. — Vol. 58. — P. 9348—9353.
166. Hyun, O. B. Motion of a single superconducting vortex / O. B. Hyun, J. R. Clem, D. K. Finnemore // Phys. Rev. B. — 1989. — Vol. 40. — P. 175—181.
167. Lisitskiy, M. P. Fiske steps and Abrikosov vortices in Josephson tunnel junctions / M. P. Lisitskiy, M. V. Fistul // Phys. Rev. B. — 2010. — Vol. 81. — P. 184505—184505—8.
168. Golod, T. Detection of the Phase Shift from a Single Abrikosov Vortex / T. Golod, A. Rydh, V. M. Krasnov // Phys. Rev. Lett. — 2010. — Vol. 104. — P. 227003—1—227003—4.
169. Chang, J. Magnetic state control of ferromagnetic nanodots by magnetic force microscopy probe / J. Chang, V. L. Mironov, B. A. Gribkov et al. // J. Appl. Phys. — Vol. 100.
170. Кемпбелл, А. Критические токи в сверхпроводниках / А. Кемпбелл, Д. Иветс. — Москва: Наука, 1975. — С. 332.
171. Ullmaier, H. Irreversible properties of type-II superconductors / H. Ullmaier. — Berlin: Springer-Verlag, 1975. — P. 165.
172. Joynt, R. The superconducting phases of UPt₃ / R. Joynt, L. Taillefer // Rev. Mod. Phys. — 2002. — Vol. 74. — P. 235—294.
173. Mel'nikov, A. Phase transitions in vortex lattices of hexagonal exotic superconductors / A. Mel'nikov // Sov. Phys.—JETP. — 1992. — Vol. 74. — P. 1059—1070.
174. Houzet, M. Influence of the paramagnetic effect on the vortex lattice in 2D superconductors / M. Houzet, A. I. Buzdin // Europhys. Lett. — 2000. — Vol. 50. — P. 375—381.
175. Houzet, M. Structure of the vortex lattice in the Fulde-Ferrell-Larkin-Ovchinnikov state / M. Houzet, A. I. Buzdin // Phys. Rev. B. — 2001. — Vol. 63. — P. 184521.
176. Балацкий, А. В. Магнитные свойства анизотропных сверхпроводников второго рода / А. В. Балацкий, Л. И. Бурлачков, Л. П. Горьков // ЖЭТФ. — 1986. — Т. 90. — С. 1478—1486.

177. Буздин, А. Органические сверхпроводники / А. Буздин, Л. Булаевский // УФН. — 1984, language = russian,. — Vol. 144. — P. 415—437.
178. Koshelev, A. Tilted and Crossing Vortex Chains in Layered Superconductors / A. Koshelev // J. Low Temp. Phys. — 2005. — Vol. 139. — P. 111–125.
179. Buzdin, A. Electromagnetic interaction of vortices in layered superconducting structures / A. Buzdin, D. Feinberg // J. Phys. (Paris). — 1990. — Vol. 51. — P. 1971–1978.
180. Artemenko, S. Structure of 2D vortex in a layered high-Tc superconductor / S. Artemenko, A. Kruglov // Phys. Lett. A. — 1990. — Vol. 143. — P. 485–488.
181. Clem, J. Two-dimensional vortices in a stack of thin superconducting films: A model for high-temperature superconducting multilayers / J. Clem // Phys. Rev. B. — 1991. — Vol. 43. — P. 7837–7846.
182. Bulaevskii, L. Vortex lattice of highly anisotropic layered superconductors in strong, parallel magnetic fields / L. Bulaevskii, J. Clem // Phys. Rev. B. — 1991. — Vol. 44. — P. 10234–10234.
183. Huse, D. Magnetic-flux patterns on the surface of a type-II superconductor / D. Huse // Phys. Rev. B. — 1992. — Vol. 46. — P. 8621–8623.
184. Bulaevskii, L. Vortices in layered superconductors with Josephson coupling / L. Bulaevskii, M. Ledvij, V. Kogan // Phys. Rev. B. — 1992. — Vol. 46. — P. 366–380.
185. Savel'ev, S. London theory of the crossing vortex lattice in highly anisotropic layered superconductors / S. Savel'ev, J. Mirkovic, K. Kadowaki // Phys. Rev. B. — 2001. — Vol. 64. — P. 094521.
186. Buzdin, A. Attraction between Pancake Vortices in the Crossing Lattices of Layered Superconductors / A. Buzdin, I. Baladie // Phys. Rev. Lett. — 2002. — Vol. 88. — P. 147002.
187. Dodgson, M. Phase transitions in isolated vortex chains / M. Dodgson // Phys. Rev. B. — 2002. — Vol. 66. — P. 014509.
188. Brandt, E. Tilted and curved vortices in anisotropic superconducting films / E. Brandt // Phys. Rev. B. — 1993. — Vol. 48. — P. 6699–6702.
189. Pudikov, V. Peculiarity of vortex interaction near the surface in highly layered superconductors / V. Pudikov // Physica C. — 1993. — Vol. 212. — P. 155–163.

190. Pe, T. Magnetic coupling of two-dimensional pancake vortex lattices in a finite the two outermost layers / T. Pe, M. Benkraouda, J. R. Clem // Phys. Rev. B. — 1997. — Vol. 55. — P. 6636–6636.
191. Clem, J. Two-dimensional vortices in a stack of thin superconducting films: A model for high-temperature superconducting multilayers / J. Clem // Phys. Rev. B. — 1991. — Vol. 43. — P. 7837–7846.
192. Тинкхам, М. Введение в сверхпроводимость / М. Тинкхам. — Москва: Атомиздат, 1980.
193. Clem, J. Viscous flux motion in a Josephson-coupled layer model of high- T_c superconductors / J. Clem, M. Coffey // Phys. Rev. B. — 1990. — Vol. 42. — P. 6209–6216.
194. Benkraouda, M. Instability of a tilted vortex line in magnetically coupled layered superconductors / M. Benkraouda, J. R. Clem // Phys. Rev. B. — 1996. — Vol. 53. — P. 438–442.
195. Uprety, K. K. Simple model for the dc flux transformer in layered superconductors with Josephson coupling / K. K. Uprety, D. Dominguez // Phys. Rev. B. — 1995. — Vol. 51. — P. 5955–5964.
196. T. Pe, M. B. Model calculations for the current-voltage characteristics of moving two-dimensional pancake pancake lattices in a finite stack of thin superconducting thin films with transport currents in the top layer / M. B. T. Pe, J. R. Clem // Phys. Rev. B. — 1997. — Vol. 56. — P. 8289–8297.
197. Lopez, D. Three-dimensional vortex flow in LSCO and YBCO through pseudo dc flux transformer measurements / D. Lopez, E. Rodriguez, G. Nieva et al. // Physica B. — 1994. — Vol. 194-196. — P. 1977–1978.
198. Safar, H. Observation of a nonlocal conductivity in the mixed state of $YBa_2Cu_3O_{7-\delta}$: Experimental evidence for a vortex line liquid / H. Safar, P. L. Gammel, D. A. Huse et al.
199. Eltsev, Y. Transition from intact to short decoupled vortices in the vortex liquid of $YBa_2Cu_3O_{7-\delta}$ / Y. Eltsev, W. Holm, O. Rapp // Phys. Rev. B. — 1994. — Vol. 49. — P. 12333–12336.
200. Eltsev, Y. Vortex liquid in single-crystal $YBa_2(Cu_{1-x}Fe_x)_3O_{7-\delta}$ of varying anisotropy / Y. Eltsev, O. Rapp // Phys. Rev. B. — 1995. — Vol. 51. — P. 9419–9422.

201. Giaever, I. Flux pinning and flux-flow resistivity in magnetically coupled superconducting films / I. Giaever // *Phys. Rev. Lett.* — 1965. — Vol. 15. — P. 825–827.
202. Giaever, I. Flux pinning and flux-flow resistivity in magnetically coupled superconducting films / I. Giaever // *Phys. Rev. Lett.* — 1966. — Vol. 16. — P. 460–462.
203. Шмидт, В. В. Введение в физику сверхпроводников / В. В. Шмидт. — Москва: МЦНМО, 2000.
204. Koshelev, A. Slowing down the Josephson vortex lattice in $\text{Bi}_2\text{Sr}_2\text{CaCu}_2\text{O}_{8+\delta}$ with pancake vortices / A. Koshelev, Y. Latyshev, M. Konczykowski // *Phys. Rev. B.* — 2006. — Vol. 74. — P. 104509.
205. De Col, A. Surface melting of the vortex lattice in layered superconductors: Density functional theory / A. De Col, G. I. Menon, V. B. Geshkenbein, G. Blatter // *Phys. Rev. B.* — 2007. — Vol. 75. — P. 184532.
206. Mirkovic, J. Stepwise Behavior of Vortex-Lattice Melting Transition in Tilted Magnetic Fields in Single Crystals of $\text{Bi}_2\text{Sr}_2\text{CaCu}_2\text{O}_{8+\delta}$ / J. Mirkovic, S. Savel'ev, E. Sugahara, K. Kadowaki // *Phys. Rev. Lett.* — 2001. — Vol. 86. — P. 886–889.
207. Mirkovic, J. Anisotropy of vortex-liquid and vortex-solid phases in single crystals of $\text{Bi}_2\text{Sr}_2\text{CaCu}_2\text{O}_{8+\delta}$: Violation of the scaling law / J. Mirkovic, S. Savel'ev, E. Sugahara, K. Kadowaki // *Phys. Rev. B.* — 2002. — Vol. 66. — P. 132505.
208. Konczykowski, M. Composite to Tilted Vortex Lattice Transition in $\text{Bi}_2\text{Sr}_2\text{CaCu}_2\text{O}_{8+\delta}$ in Oblique Fields / M. Konczykowski, C. van der Beek, A. Koshelev et al. // *Phys. Rev. Lett.* — 2006. — Vol. 97. — P. 237005.
209. Кемпбел, А. Критические токи в сверхпроводниках / А. Кемпбел, Д. Иветс. — Москва: Мир, 1975.
210. Yang, P. Nanorod-superconductor composites: A pathway to materials with high critical current densities / P. Yang, C. M. Lieber // *Science.* — 1996. — Vol. 273. — P. 1836–1840.
211. Peurla, M. Effects of nanocrystalline target and columnar defects on flux pinning in pure and BaZrO_3 -doped $\text{YBa}_2\text{Cu}_3\text{O}_6$ films in fields up to 30 T / M. Peurla, H. Huhtinen, M. A. Shakhov et al. // *Phys. Rev. B.* — 2007. — Vol. 75. — P. 184524–1–184524–6.

212. Hebard, A. F. Critical currents in Al films with a triangular lattice of $1\ \mu\text{m}$ holes / A. F. Hebard, A. T. Fiory, S. Somekh // IEEE Trans. Magn. — 1977. — Vol. 1. — P. 589–592.
213. Baert, M. Composite flux-line lattices stabilized in superconducting films by a regular array of artificial defects / M. Baert, V. V. Metlushko, R. Jonckheere et al. // Phys. Rev. Lett. — 1995. — Vol. 74. — P. 3269–3272.
214. Civale, L. Defect independence of the irreversibility line in proton-irradiated Y-Ba-Cu-O crystals / L. Civale, A. D. Marwick, M. W. McElfresh et al. // Phys. Rev. Lett. — 1990. — Vol. 65. — P. 1164–1167.
215. Civale, L. Vortex confinement by columnar defects in YBa₂Cu₃O₇ crystals: enhanced pinning / A. D. Marwick, T. K. Worthington et al. // Phys. Rev. Lett. — 1991. — Vol. 67. — P. 648–651.
216. Bean, C. P. Surface barrier in type-II superconductors / C. P. Bean, J. D. Livingston // Phys. Rev. Lett. — 1971. — Vol. 12. — P. 14–16.
217. Zeldov, E. Geometrical Barriers in high-temperature superconductors / E. Zeldov, A. I. Larkin, V. B. Geshkenbein et al. // Phys. Rev. Lett. — 1994. — Vol. 73. — P. 1428–1431.
218. Clem, J. R. Gibbs free-energy barrier against irreversible magnetic flux entry into a superconductor / J. R. Clem, R. P. Huebener, D. E. Gallus // J. Low Temp. Phys. — 1973. — Vol. 12. — P. 449–477.
219. Genenko, Y. Magnetic self-field entry into a current-carrying type-II superconductor / Y. Genenko // Phys. Rev. B. — 1994. — Vol. 49. — P. 6950–6957.
220. Genenko, Y. Surface barrier effect on magnetization of a current-carrying type-II superconductor / Y. Genenko, H. Freyhardt.
221. Genenko, Y. A. Magnetic self-field entry into a current-carrying type-II superconductor. III. General criterion of penetration for an external field of arbitrary direction / Y. A. Genenko, A. V. Snezhko, P. Troche et al. // Phys. Rev. B. — Vol. 57.
222. Samokhvalov, A. V. Expanding vortex rings in a current-carrying superconducting cylinder / A. V. Samokhvalov // Physica C. — 1998. — Vol. 308. — P. 74–84.

223. Buzdin, A. Electromagnetic pinning of vortices on different types of defects / A. Buzdin, M. Daumens // *Physica C*. — 1998. — Vol. 294. — P. 257–269.
224. Koshelev, A. E. Suppression of surface barriers in superconductors by columnar defects / A. E. Koshelev, V. M. Vinokur // *Phys. Rev. B*. — Vol. 64.
225. Aladyshkin, A. What is the best gate for vortex entry into type-II superconductor? / A. Aladyshkin, A. Mel'nikov, I. Shereshevsky, I. Tokman // *Physica C*. — 1999. — Vol. 361. — P. 67–72.
226. Vodolazov, D. Y. Effect of surface defects of the first vortex entry in type-II superconductors / D. Y. Vodolazov // *Phys. Rev. B*. — 2000. — Vol. 62. — P. 8691–8694.
227. Галайко, В. П. Образование вихревых зародышей в сверхпроводниках второго рода / В. П. Галайко // *ЖЭТФ*. — 1966. — Т. 50. — С. 1322–1326.
228. Петухов, Б. Скорость проникновения магнитного потока в сверхпроводники второго рода / Б. Петухов, В. Чечеткин // *ЖЭТФ*. — 1973. — Т. 65. — С. 1653 – 1657.
229. Koshelev, A. Thermally activated penetration of magnetic flux through a surface barrier in high- T_c superconductors / A. Koshelev // *Physica C*. — 1992. — Vol. 191. — P. 219 – 223.
230. Burlachkov, L. Magnetic relaxation over the Bean-Livingston surface barrier / L. Burlachkov // *Phys. Rev. B*. — Vol. 47.
231. Самохвалов, А. В. Поверхностный барьер для вихревой петли в сверхпроводниках второго рода / А. В. Самохвалов // *ЖЭТФ*. — 1995. — Т. 108. — С. 1091–1104.
232. Kozlov, V. A. Stabilization of toroidal Abrikosov vortex in a nonuniform superconductor / V. A. Kozlov, A. V. Samokhvalov // *J. of Supercond.* — 1993. — Vol. 6. — P. 63–68.
233. Лихарев, К. Л. Образование смешанного состояния в плоских сверхпроводящих пленках / К. Л. Лихарев // *Известия ВУЗов, Радиофизика*. — 1971. — Т. 14. — С. 919–925.
234. Huebener, R. Образование смешанного состояния в плоских сверхпроводящих пленках / R. Huebener, R. Kampwirth, J. Clem // *J. Low Temp. Phys.* — 1972. — Vol. 6. — P. 275–285.
235. Kogan, V. Pearl's vortex near the film edge / V. Kogan // *Phys. Rev. B*. — 1994. — Vol. 49. — P. 15874–15878.

236. Samokhvalov, A. V. Vortex loops entry into type-II superconductors / A. V. Samokhvalov // *Physica C*. — 1996. — Vol. 259. — P. 337–348.
237. Konczykowski, M. Evidence for surface barriers and their effect on irreversibility and lower-critical-field measurements in Y-Ba-Cu-O crystals / M. Konczykowski, L. I. Burlachkov, Y. Yeshurun, F. Holtzberg // *Phys. Rev. B*. — Vol. 43.
238. Marchevsky, M. Flux Droplet Formation in NbSe₂ Single Crystals Observed by Decoration / M. Marchevsky, L. A. Gurevich, P. H. Kes, J. Aarts // *Phys. Rev. Lett.* — Vol. 75.
239. Kim, Y. C. Surface barriers, irreversibility line, and pancake vortices in an aligned HgBa₂Ca₂Cu₃O_{8+δ} superconductor / Y. C. Kim, J. R. Thompson, D. K. Christen et al. // *Phys. Rev. B*. — Vol. 52.
240. Lyard, L. Geometrical barriers and lower critical field in MgB₂ single crystals / L. Lyard, T. Klein, J. Marcus et al. // *Phys. Rev. B*. — Vol. 70.
241. Мкртчян, Г. Взаимодействие между полостью и вихрем в сверхпроводнике второго рода. / Г. Мкртчян, В. Шмидт // *ЖЭТФ*. — 1971. — Т. 61. — С. 367–372.
242. Nordborg, H. Interaction between a vortex and a columnar defect in the London approximation / H. Nordborg, V. M. Vinokur // *Phys. Rev. B*. — 2000. — Vol. 62. — P. 12408–12412.
243. Buzdin, A. Electromagnetic pinning of vortices by non-superconducting defects and their influence on screening / A. Buzdin, D. Feinberg // *Physica C*. — 1996. — Vol. 256. — P. 303–311.
244. Buzdin, A. Electrostatic analogies in the problems of vortex–defect interactions / A. Buzdin, M. Daumens // *Physica C*. — 2000. — Vol. 332. — P. 108–114.
245. Bespalov, A. A. Abrikosov vortex pinning on a cylindrical cavity inside the vortex core: formation of a bound state and depinning / A. A. Bespalov, A. S. Melnikov // *Supercond. Sci. Technol.* 26 085014. — 2013. — Vol. 26. — P. 085014.
246. Buzdin, A. I. Multiple-quanta vortices at columnar defects / A. I. Buzdin // *Phys. Rev. B*. — 1993. — Vol. 47. — P. 11416–11419.
247. Silhanek, A. V. Experimental determination of the number of flux lines trapped by microholes in superconducting samples / A. V. Silhanek, S. Raedts, M. J. V. Bael, V. V. Moshchalkov // *Phys. Rev. B*. — 2004. — Vol. 70. — P. 054515–1–054515–5.

248. Schweigert, V. A. Vortex Phase Diagram for Mesoscopic Superconducting Disks / V. A. Schweigert, F. M. Peeters, P. S. Deo // *Phys. Rev. Lett.* — Vol. 81.
249. Karapetrov, G. Direct Observation of Geometrical Phase Transitions in Mesoscopic Superconductors by Scanning Tunneling Microscopy / G. Karapetrov, J. Fedor, M. Iavarone et al. // *Phys. Rev. Lett.* — 2005. — Vol. 95. — P. 167002—167005.
250. Grigorieva, I. V. Pinning-Induced Formation of Vortex Clusters and Giant Vortices in Mesoscopic Superconducting Disks / I. V. Grigorieva, W. Escoffier, V. R. Misko et al. // *Phys. Rev. Lett.* — 2007. — Vol. 99. — P. 147003–1–147003–4.
251. Bezryadin, A. Phase transitions in a superconducting thin film with a single circular hole / A. Bezryadin, A. Buzdin, B. Pannetier // *Phys. Rev. A.* — 1994. — Vol. 195. — P. 373—379.
252. Maurer, S. M. Vortex pinning by cylindrical defects in type-II superconductors: Numerical solutions to the Ginzburg-Landau equations / S. M. Maurer, N.-C. Yeh, T. A. Tombrello // *Phys. Rev. B.* — 1996. — Vol. 54. — P. 15372—15379.
253. Maurer, S. M. Numerical calculation of the vortex-columnar-defect interaction and critical currents in extreme type-II superconductors — a two-dimensional model based on the Ginzburg-Landau approximation / S. M. Maurer, N.-C. Yeh, T. A. Tombrello // *J. Phys. Cond. Mat.* — 1998. — Vol. 10. — P. 7429—7443.
254. Priour, D. J. Deformation and depinning of superconducting vortices from artificial defects: A Ginzburg-Landau study / D. J. Priour, Jr., H. A. Fertig // *Phys. Rev. B.* — 2003. — Vol. 67. — P. 054504–1–054504–9.
255. Rosenstein, B. Maximal persistent current in a type-II superconductor with an artificial pinning array at the matching magnetic field / B. Rosenstein, I. Shapiro, B. Y. Shapiro // *Phys. Rev. B.* — 2010. — Vol. 81. — P. 064507–1–064507–8.
256. Лифшиц, Е. М. Теоретическая физика. т. 9, Статистическая физика, ч. 2 / Е. М. Лифшиц, Л. П. Питаевский. — Москва: Наука, 1978. — С. 448.
257. Hess, H. F. Vortex-core structure observed with a scanning tunneling microscope / H. F. Hess, R. B. Robinson, J. V. Waszczak // *Phys. Rev. Lett.* — 1990. — Vol. 64. — P. 2711—2714.
258. Kohen, A. Probing the Superfluid Velocity with a Superconducting Tip: The Doppler Shift Effect / A. Kohen, T. Proslir, T. Cren et al. // *Phys. Rev. Lett.* — 2011. — Vol. 97. — P. 027001–1–027001–5.

259. Lowell, J. Mixed-state thermal conductivity of type II superconductors / J. Lowell, J. B. Sousa // J. Low Temp. Phys. — 1970. — Vol. 3. — P. 65—87.
260. Vinen, W. F. Ultrasonic absorption and thermal conduction in the mixed state of type-II superconductors / W. F. Vinen, E. M. Forgan, C. E. Gough, M. J. Hood // Physica (Utrecht). — 1971. — Vol. 55. — P. 94—113.
261. Kramer, L. Core Structure and Low-Energy Spectrum of Isolated Vortex Lines in Clean Superconductors at $T \ll T_c$ / L. Kramer, W. Pesch // Z. f. Physik. — 1974. — Vol. 269. — P. 59–64.
262. Volovik, G. E. The Universe in a Helium Droplet / G. E. Volovik. — Oxford: Clarendon Press, 2003. — P. 530.
263. Kopnin, N. B. Enhanced vortex heat conductance in mesoscopic superconductors / N. B. Kopnin, A. S. Mel'nikov, V. I. Pozdnyakova et al. // Phys. Rev. B. — 2007. — Vol. 75. — P. 024514–1–024514–11.
264. Mel'nikov, A. S. Intervortex quasiparticle tunneling and electronic structure of multi-vortex configurations in type-II superconductors / A. S. Mel'nikov, M. A. Silaev // Письма в ЖЭТФ. — 2006. — Vol. 83. — P. 675–680.
265. Mel'nikov, A. S. Electronic structure and heat transport in multivortex configurations in mesoscopic superconductors / A. S. Mel'nikov, D. A. Ryzhov, M. A. Silaev // Phys. Rev. B. — 2008. — Vol. 78. — P. 064513.
266. Kopnin, N. B. Giant oscillations of energy levels in mesoscopic superconductors / N. B. Kopnin, A. S. Mel'nikov, V. I. Pozdnyakova et al. // Phys. Rev. Lett. — 2005. — Vol. 95. — P. 197002–197005.
267. Beenakker, C. Josephson current through a superconducting quantum point contact shorter than the coherence length / C. Beenakker, H. van Houten // Phys. Rev. Lett. — 1991. — Vol. 66. — P. 3056–3059.
268. Beenakker, C. Universal limit of critical-current fluctuations in mesoscopic Josephson junctions / C. Beenakker // Phys. Rev. Lett. — 1991. — Vol. 67. — P. 3836–3839.
269. Hoogenboom, B. W. Shape and motion of vortex cores in $\text{Bi}_2\text{Sr}_2\text{CaCu}_2\text{O}_{8+\delta}$ / B. W. Hoogenboom, M. Kugler, B. Revaz et al. // Phys. Rev. B. — 2000. — Vol. 62. — P. 9179–9185.

270. Guillamon, I. Superconducting Density of States and Vortex Cores of $2H - NbS_2$ / I. Guillamon, H. Suderow, S. Vieira et al. // *Phys. Rev. Lett.* — 2008. — Vol. 101. — P. 166407—166410.
271. Cren, T. Vortex Fusion and Giant Vortex States in Confined Superconducting Condensates / T. Cren, L. Serrier-Garcia, F. Debontridder, D. Roditchev // *Phys. Rev. Lett.* — 2011. — Vol. 107. — P. 097202–1–097202–5.
272. Mel'nikov, A. S. Mesoscopic superconductor as a ballistic quantum switch / A. S. Mel'nikov, V. M. Vinokur // *Nature*. — 2002. — Vol. 415. — P. 60–62.
273. Mel'nikov, A. S. Quasiparticle excitations and ballistic transport in the mixed state of mesoscopic superconductors / A. S. Mel'nikov, V. M. Vinokur // *Phys. Rev. B*. — 2002. — Vol. 65. — P. 224514.
274. Gygi, F. Electronic tunneling into an isolated vortex in a clean type-II superconductor / F. Gygi, M. Schluter // *Phys. Rev. B*. — 1990. — Vol. 41. — P. 822–825.
275. Воловик, Г. Е. Бесщелевые фермионные возбуждения на вихрях в сверхтекучих жидкостях и сверхпроводниках / Г. Е. Воловик // *Письма в ЖЭТФ*. — 1989. — Т. 49. — С. 343–346.
276. Lifshits, I. Об аномалиях электронных характеристик металла в области больших давлений / I. Lifshits // *ЖЭТФ*. — 1960. — Vol. 38. — P. 1569–1573.
277. Blanter, Y. The theory of electronic topological transitions / Y. Blanter, M. Kaganov, A. Pantsulaya, A. Varlamov // *Phys. Reports*. — 1994. — Vol. 245. — P. 159–257.
278. Volovik, G. E. Vortex core anomaly from the gapless fermions in the core / G. E. Volovik // *Письма в ЖЭТФ*. — 1993. — Vol. 58. — P. 444–449.
279. Lyuksyutov, I. F. Ferromagnet–superconductor hybrids / I. F. Lyuksyutov, V. Pokrovsky.
280. Schildermans, N. Different regimes of nucleation of superconductivity in mesoscopic superconductor/ferromagnet hybrids / N. Schildermans, A. Y. Aladyshkin, A. V. Silhanek et al. // *Phys. Rev. B*. — 2008. — Vol. 77. — P. 214519–1–214519–4.
281. Clogston, A. M. Upper limit for the critical field in hard superconductors / A. M. Clogston // *Phys. Rev. Lett.* — 1962. — Vol. 9. — P. 266—267.

282. Chandrasekhar, B. S. A note on the maximum critical field of high-field superconductors / B. S. Chandrasekhar // *Appl. Phys. Lett.* — 1962. — Vol. 1. — P. 7–8.
283. Matsuda, Y. Fulde–Ferrell–Larkin–Ovchinnikov State in Heavy Fermion Superconductors / Y. Matsuda, H. Shimahara // *J. Phys. Soc. Jpn.* — 2007. — Vol. 76. — P. 051005–1 – 051005–16.
284. Uji, S. Vortex Dynamics and the Fulde-Ferrell-Larkin-Ovchinnikov State in a Magnetic-Field-Induced Organic Superconductor / S. Uji, T. Terashima, M. Nishimura et al. // *Phys. Rev. Lett.* — 2006. — Vol. 97. — P. 157001.
285. Buzdin, A. I. Superconductor-ferromagnet structures / A. I. Buzdin, B. Bujicic, M. Y. Kupriyanov // *Sov. Phys.–JETP.* — 1992. — Vol. 74. — P. 124–128.
286. Beyer, R. Emerging evidence for FFLO states in layered organic superconductors (Review Article) / R. Beyer, J. Wosnitza // *Low Temp. Phys.* — 2013. — Vol. 39. — P. 225–231.
287. Mayaffre, H. Evidence of Andreev bound states as a hallmark of the FFLO phase in $\kappa - (BEDT-TTF)_2Cu(NCS)_2$ / H. Mayaffre, S. Kramer, M. Horvatic et al. // *Nature Physics.* — 2014. — Vol. 10. — P. 928–932.
288. Буздин, А. И. Критическая температура сверхрешетки ферромагнетик-сверхпроводник / А. И. Буздин, М. Ю. Куприянов // *Письма в ЖЭТФ.* — 1990. — Т. 52. — С. 1089–1091.
289. Radovic, Z. Transition temperatures of superconductor–ferromagnet superlattices / Z. Radovic, M. Ledvij, L. Dobrosavljevic-Grujic et al. // *Phys. Rev. B.* — 1991. — Vol. 44. — P. 759–764.
290. Khusainov, M. G. Possibility of periodically reentrant superconductivity in ferromagnet/superconductor layered structures / M. G. Khusainov, Y. N. Proshin // *Phys. Rev. B.* — 1997. — Vol. 56. — P. R14283–R14286.
291. Sidorenko, A. Oscillations of the critical temperature in superconducting Nb/Ni bilayers / A. Sidorenko, V. I. Z. and A.A. Prepelitsa, C. Helbig et al. // *Ann. Phys.* — 2003. — Vol. 12. — P. 37–50.
292. Garifullin, I. A. Re-entrant superconductivity in the superconductor/ferromagnet V/Fe layered system / I. A. Garifullin, D. A. Tikhonov, N. N. Garif'yanov et al. // *Phys. Rev. B.* — Vol. 66. — P. 020505.

293. Zdravkov, V. Reentrant Superconductivity in Nb/Cu_{1-x}Ni_x Bilayers / V. Zdravkov, A. Sidorenko, G. Obermeier et al. // Phys. Rev. Lett. — 2006. — Vol. 97. — P. 057004.
294. Zdravkov, V. I. Reentrant superconductivity in superconductor/ferromagnetic-alloy bilayers / V. I. Zdravkov, J. Kehrlé, G. Obermeier et al. // Phys. Rev. B. — 2010. — Vol. 82. — P. 054517.
295. Boden, K. M. Proximity-induced density-of-states oscillations in a superconductor/strong-ferromagnet system / K. M. Boden, W. P. Pratt, N. O. Birge // Phys. Rev. B. — 2011. — Vol. 84. — P. 020510.
296. Oh, S. A superconductive magnetoresistive memory element using controlled exchange interaction / S. Oh, D. Youm, M. R. Beasley // Appl. Phys. Lett. — 1997. — Vol. 71. — P. 2376–2378.
297. Suszka, A. K. Domain-wall-induced magnetoresistance in pseudo-spin-valve/superconductor hybrid structures / A. K. Suszka, F. S. Bergeret, A. Berger // Phys. Rev. B. — 2012. — Vol. 85. — P. 024529–1–024529–6.
298. Tagirov, L. Low-Field Superconducting Spin Switch Based on a Superconductor /Ferromagnet Multilayer / L. Tagirov // Phys. Rev. Lett. — 1999. — Vol. 83. — P. 2058–2061.
299. Buzdin, A. I. Spin-orientation-dependent superconductivity in S/F/S structures / A. I. Buzdin, A. V. Vedyayev, N. V. Ryzhanova // Europhys. Lett. — 1999. — Vol. 48. — P. 686—691.
300. Gu, J. Y. Magnetization-Orientation Dependence of the Superconducting Transition Temperature in the Ferromagnet-Superconductor-Ferromagnet System: CuNi/Nb/CuNi / J. Y. Gu, C.-Y. You, J. S. Jiang et al. // Phys. Rev. Lett. — 2002. — Vol. 89. — P. 267001.
301. Lemberger, T. Superfluid density of superconductor-ferromagnet bilayers / T. Lemberger, I. Hetel, A. Hauser, F. Yang // J. Appl. Phys. — 2008. — Vol. 103. — P. 07C701(3).
302. Houzet, M. Magnetic screening properties of superconductor-ferromagnet bilayers / M. Houzet, J. Meyer // Phys. Rev. B. — 2009. — Vol. 80. — P. 012505(4).
303. Bergeret, F. Josephson current in superconductor-ferromagnet structures with a nonhomogeneous magnetization / F. Bergeret, A. F. Volkov, K. B. Efetov // Phys. Rev. B. — 2001. — Vol. 64. — P. 134506.

304. Asano, Y. Unconventional Surface Impedance of a Normal-Metal Film Covering a Spin-Triplet Superconductor Due to Odd-Frequency Cooper Pairs / Y. Asano, A. A. Golubov, Y. V. Fominov, Y. Tanaka // *Phys. Rev. Lett.* — Vol. 107.
305. Yokoyama, T. Anomalous Meissner Effect in a Normal-Metal–Superconductor Junction with a Spin-Active Interface / T. Yokoyama, Y. Tanaka, N. Nagaosa // *Phys. Rev. Lett.* — Vol. 106.
306. Mironov, S. Vanishing Meissner effect as a Hallmark of in-Plane Fulde-Ferrell-Larkin-Ovchinnikov Instability in Superconductor–Ferromagnet Layered Systems / S. Mironov, A. Mel’nikov, A. Buzdin // *Phys. Rev. Lett.* — Vol. 109.
307. Oboznov, V. A. Thickness Dependence of the Josephson Ground States of Superconductor–Ferromagnet-Superconductor Junctions / V. A. Oboznov, V. V. Bolginov, A. K. Feofanov et al. // *Phys. Rev. Lett.* — 2006. — Vol. 96. — P. 197003.
308. Buzdin, A. Peculiar properties of the Josephson junction at the transition from 0 to π state / A. Buzdin // *Phys. Rev. B.* — 2005. — Vol. 72. — P. 100501.
309. Houzet, M. Superharmonic Josephson relation at 0 – π –junction transition / M. Houzet, V. Vinokur, F. Pistolesi // *Phys. Rev. B.* — 2005. — Vol. 72. — P. 220506.
310. Goldobin, E. Josephson junctions with second harmonic in the current-phase relation: Properties of φ –junctions / E. Goldobin, D. Koelle, R. Kleiner, A. Buzdin // *Phys. Rev. B.* — 2007. — Vol. 76. — P. 224523.
311. Tollis, S. First-order phase transitions in ferromagnetic/superconducting/ferromagnetic trilayers / S. Tollis // *Phys. Rev. B.* — 2004. — Vol. 69. — P. 104532.
312. Barsic, P. H. First-order phase transitions in ferromagnet/superconductor layered structures / P. H. Barsic, O. T. Valls, K. Halterman // *Phys. Rev. B.* — 2006. — Vol. 73. — P. 144514.
313. Barsic, P. H. Thermodynamics and phase diagrams of layered superconductor/ferromagnet nanostructures / P. H. Barsic, O. T. Valls, K. Halterman // *Phys. Rev. B.* — 2007. — Vol. 75. — P. 104502.
314. Cretinon, L. Scanning tunneling spectroscopy of the superconducting proximity effect in a diluted ferromagnetic alloy / L. Cretinon, A. K. Gupta, H. Sellier et al. // *Phys. Rev. B.* — 2005. — Vol. 72. — P. 024511–1–024511–6.

315. Faure, M. Properties of superconductor/ferromagnet structures with spin-dependent scattering / M. Faure, A. I. Buzdin, A. A. Golubov, M. Y. Kupriyanov // *Phys. Rev. B.* — 2006. — Vol. 73. — P. 064505.
316. Buzdin, A. Theoretical description of ferromagnetic π junctions near the critical temperature / A. Buzdin, I. Baladie // *Phys. Rev. B.* — 2003. — Vol. 67. — P. 184519.
317. Weides, M. High quality ferromagnetic 0 and π Josephson tunnel junctions / M. Weides, M. Kemmler, E. Goldobin et al. // *Appl. Phys. Lett.* — 2006. — Vol. 89. — P. 122511.
318. Свидзинский, А. В. Пространственно-неоднородные задачи теории сверхпроводимости / А. В. Свидзинский. — Москва: Наука, 1982. — С. 312.
319. Usadel, L. Generalized Diffusion Equation for Superconducting Alloys / L. Usadel // *Phys. Rev. Lett.* — 1970. — Vol. 25. — P. 507—509.
320. Kupriyanov, M. Y. Influence of boundary transparency on the critical current of "dirty"SS'S structures / M. Y. Kupriyanov, V. F. Lukichev // *Sov. Phys.-JETP.* — 1988. — Vol. 67. — P. 1163–1168.
321. Fominov, Y. V. Nonmonotonic critical temperature in superconductor/ferromagnet bilayers / Y. V. Fominov, N. M. Chtchelkatchev, A. A. Golubov // *Phys. Rev. B.* — 2002. — Vol. 66. — P. 014507.
322. Krivoruchko, V. N. Inhomogeneous magnetism induced in a superconductor at a superconductor-ferromagnet interface / V. N. Krivoruchko, E. A. Koshina // *Phys. Rev. B.* — 2002. — Vol. 66. — P. 014521.
323. Bergeret, F. S. Induced ferromagnetism due to superconductivity in superconductor-ferromagnet structures / F. S. Bergeret, A. F. Volkov, K. B. Efetov // *Phys. Rev. B.* — 2004. — Vol. 69. — P. 174504.
324. Ландау, Л. Д. Квантовая механика. Нерелятивистская теория / Л. Д. Ландау, Е. М. Лифшиц. — Москва: Наука, 1989. — С. 768.
325. Tollis, S. First-order phase transitions in ferromagnetic/superconducting/ferromagnetic trilayers / S. Tollis // *Phys. Rev. B.* — 2004. — Vol. 69. — P. 104532.
326. Abramowitz, M. Handbook of Mathematical Functions / M. Abramowitz, I. A. Stegun. — U.S. GPO, Washington, DC: Natl. Bur. Stand. Appl. Math. Ser. No. 55, 1965. — P. 294.

327. Lange, M. Magnetostatic interactions between magnetic arrays and superconducting thin films / M. Lange, M. J. V. Bael, Y. Bruynseraede, V. V. Moshchalkov. — 1993. — Vol. 126. — P. 622–625.
328. Uji, S. Magnetic-field-induced superconductivity in a two-dimensional organic conductor / S. Uji, H. Shinagawa, T. Terashima et al. // *Nature*. — 2001. — Vol. 410. — P. 908–910.
329. Balicas, L. Superconductivity in an Organic Insulator at Very High Magnetic Fields / L. Balicas, J. S. Brooks, K. Storr et al. // *Phys. Rev. Lett.* — 2001. — Vol. 87. — P. 067002.
330. Jaccarino, V. Ultra-High-Field Superconductivity / V. Jaccarino, M. Peter // *Phys. Rev. Lett.* — 1962. — Vol. 9. — P. 290—292.
331. Karminskaya, T. Y. Josephson effect in superconductor/ferromagnet structures with a complex weak-link region / T. Y. Karminskaya, A. A. Golubov, M. Y. Kupriyanov, A. S. Sidorenko // *Phys. Rev. B*. — 2010. — Vol. 81. — P. 214518–1—214518–13.
332. Golikova, T. E. Double proximity effect in hybrid planar superconductor-(normal metal/ferromagnet)-superconductor structures / T. E. Golikova, F. Hubler, D. Beckmann et al. // *Phys. Rev. B*. — 2012. — Vol. 86. — P. 064416–1—064416–5.
333. Tessmer, S. H. Probing the Superconducting Proximity Effect in NbSe₂ by Scanning Tunneling Microscopy / S. H. Tessmer, M. B. Tarlie, D. J. V. Harlingen et al. // *Phys. Rev. Lett.* — 1996. — Vol. 77. — P. 924—927.
334. Orlando, T. P. Critical fields, Pauli paramagnetic limiting, and material parameters of Nb₃Sn and V₃Si / T. P. Orlando, E. J. M. Jr., S. Foner, M. R. Beasley // *Phys. Rev. B*. — 1979. — Vol. 19. — P. 4545—4561.
335. Stewart, G. R. Heavy-fermion systems / G. R. Stewart // *Rev. Mod. Phys.* — 1984. — Vol. 56. — P. 755 – 787.
336. Deutscher, G. Proximity effects in Superconductivity / G. Deutscher, P. G. de Gennes. — New York: Dekker, 1969. — P. 1005–1034.
337. Buzdin, A. π -junction realization due to tunneling through a thin ferromagnetic layer / A. Buzdin // *Письма в ЖЭТФ*. — 2003. — Vol. 78. — P. 1073—1076.
338. Коршунов, С. Фазовые переходы в двумерных системах с непрерывным вырождением / С. Коршунов // *УФН*. — 2006. — Т. 176. — С. 233—274.

339. Gruenberg, L. W. Fulde-Ferrell Effect in Type-II Superconductors / L. W. Gruenberg, L. Gunther // *Phys. Rev. Lett.* — 1966. — Vol. 16. — P. 996—998.
340. Асламазов, Л. Влияние примесей на существование неоднородного состояния в ферромагнитном сверхпроводнике / Л. Асламазов // *ЖЭТФ.* — 1969. — Vol. 55. — P. 1477–1482.
341. Takada, S. Superconductivity in a Molecular Field. II: Stability of Fulde-Ferrel Phase / S. Takada // *Prog.Theor.Phys.* — 1970. — Vol. 43. — P. 27 – 38.
342. Buzdin, A. Vortex structures in small superconducting disks / A. Buzdin, J. Brison // *Phys. Lett. A.* — 1990. — Vol. 196. — P. 267–271.
343. Zwierlein, M. W. Fermionic Superfluidity with Imbalanced Spin Populations / M. W. Zwierlein, A. Schirotzek, C. H. Schunck, W. Ketterle // *Science.* — 2006. — Vol. 311. — P. 492—496.
344. Zwierlein, M. W. Vortices and superfluidity in a strongly interacting Fermi gas / M. W. Zwierlein, J. R. Abo-Shaer, A. Schirotzek et al. // *Nature.* — 2005. — Vol. 435. — P. 1047–1051.
345. Kubic, M. L. Rotating Larkin-Ovchinnikov-Fulde-Ferrell state of the two-dimensional ultracold Fermi superfluid gas: Reentrant behavior of the critical angular velocity / M. L. Kubic, A. Sedrakian, D. H. Rischke // *Phys. Rev. B.* — 2009. — Vol. 80. — P. 043610.
346. Buzdin, A. I. Generalized Ginzburg-Landau theory for nonuniform FFLO superconductors / A. I. Buzdin, H. Kachkachi // *Phys. Lett. A.* — 1997. — Vol. 225. — P. 341–348.
347. Burkhardt, H. Fulde-Ferrell-Larkin-Ovchinnikov state in layered superconductors / H. Burkhardt, D. Rainer // *Annalen der Physik.* — 1994. — Vol. 3. — P. 181–184.
348. Ye, F. Imbalanced superfluid state in an annular disk / F. Ye, Y. Chen, Z. D. Wang, F. C. Zhang // *J. Phys.: Condensed Matter.* — 2009. — Vol. 21. — P. 355701–355709.
349. Tokman, I. D. Pinning of a vortex lattice on magnetic inhomogeneities in a thin superconducting film (type-IIsuperconductor) / I. D. Tokman // *Phys. Lett. A.* — 1992. — Vol. 166. — P. 412–416.
350. Vrelez, M. Superconducting vortex pinning with artificial magnetic nanostructures / M. Vrelez, J. I. Martiñan, J. E. Villegas et al. — 2008. — Vol. 320. — P. 2547–2562.

351. Bulaevskii, L. N. Magnetic pinning in superconductor–ferromagnet multilayers / L. N. Bulaevskii, E. M. Chudnovsky, M. P. Maley // *Appl. Phys. Lett.* — 2000. — Vol. 76. — P. 2394–2396.
352. Беспятых, Ю. И. Возникновение спонтанной структуры вихрей в двухслойной системе ферромагнетик–сверхпроводник второго рода / Ю. И. Беспятых, В. Василевский // *ФТТ.* — 2001. — Т. 43. — С. 215–221.
353. Laiho, R. Penetration of vortices into the ferromagnet/type-II superconductor bilayer / R. Laiho, E. Lahderanta, E. B. Sonin, K. B. Traito // *Phys. Rev. B.* — 2001. — Vol. 67. — P. 144522–1–144522–7.
354. Erdin, S. Topological instability in a ferromagnet-superconducting bilayer / S. Erdin, I. F. Lyuksyutov, V. Pokrovsky, V. M. Vinokur // *Phys. Rev. Lett.* — 2002. — Vol. 88. — P. 017001–1–017001–4.
355. Genkin, G. M. Magnetization of the ferromagnetic–superconductor structures / G. M. Genkin, V. V. Skuzovatkin, I. D. Tokman. — 1994. — Vol. 130. — P. 51–56.
356. Sonin, E. B. Domain structure of superconducting ferromagnets / E. B. Sonin // *Phys. Rev. B.* — 2002. — Vol. 66. — P. 100504–1–100504–4.
357. Bulaevskii, L. N. Ferromagnetic film on a superconducting substrate / L. N. Bulaevskii, E. M. Chudnovsky // *Phys. Rev. B.* — 2000. — Vol. 63. — P. 012502–1–012502–3.
358. Daumens, M. Equilibrium domain structure in a ferromagnetic film coated by a superconducting film / M. Daumens, Y. Ezzahri // *Phys. Lett. A.* — 2003. — Vol. 306. — P. 344–347.
359. Helseth, L. T. Interaction between superconducting films and magnetic nanostructures / L. T. Helseth // *Phys. Rev. B.* — 2002. — Vol. 66. — P. 104508–.
360. Vlasko-Vlasov, V. Domain structure and magnetic pinning in ferromagnetic/superconducting hybrids / V. Vlasko-Vlasov, U. Welp, W. Kwok et al. // *Phys. Rev. B.* — 2010. — Vol. 82. — P. 100502–1–100502–4.
361. Vlasko-Vlasov, V. Domain structure and magnetic pinning in ferromagnetic/superconducting hybrids / V. Vlasko-Vlasov, A. Buzdin, A. Melnikov et al. // *Phys. Rev. B.* — 2012. — Vol. 85. — P. 064505–1–064505–15.

362. Martin, J. I. Flux pinning in a superconductor by an array of submicrometer magnetic dots / J. I. Martin, M. Velez, J. Nogues, I. K. Schuller // *Phys. Rev. Lett.* — 1997. — Vol. 79. — P. 1929–1932.
363. Martin, J. I. Temperature dependence and mechanisms of vortex pinning by periodic arrays of Ni dots in Nb films / J. I. Martin, M. Velez, A. Hoffmann, I. K. Schuller // *Phys. Rev. B.* — 2000. — Vol. 62. — P. 9110–9116.
364. Villegas, J. E. Vortex phases in superconducting Nb thin films with periodic pinning / J. E. Villegas, E. M. Gonzalez, Z. Sefrioui et al. // *Phys. Rev. B.* — 2005. — Vol. 72. — P. 174512–1–174512–6.
365. Bael, M. J. V. Ferromagnetic pinning arrays / M. J. V. Bael, L. V. Look, M. Lange et al. — 2002. — Vol. 369. — P. 97–105.
366. Morgan, D. J. Asymmetric flux pinning in a regular array of magnetic dipoles / D. J. Morgan, J. B. Ketterson // *Phys. Rev. Lett.* — 1998. — Vol. 80. — P. 3614–3617.
367. Morgan, D. J. Fluxon pinning by artificial magnetic arrays / D. J. Morgan, J. B. Ketterson // *J. Low Temp. Phys.* — 2001. — Vol. 122. — P. 37–73.
368. Bael, M. J. V. Magnetic properties of submicron Co islands and their use as artificial pinning centers / M. J. V. Bael, K. Temst, V. V. Moshchalkov, Y. Bruynseraede // *Phys. Rev. B.* — 1999. — Vol. 59. — P. 14674–1–14674–9.
369. Autler, S. H. Fluxoid pinning in superconductors by a periodic array of magnetic particles / S. H. Autler // *J. Low Temp. Phys.* — 1972. — Vol. 9. — P. 241–253.
370. Lyuksyutov, I. F. Magnetization controlled superconductivity in a film with magnetic dots / I. F. Lyuksyutov, V. Pokrovsky // *Phys. Rev. Lett.* — 1998. — Vol. 81. — P. 2344–2347.
371. Otani, Y. Magnetostatic interactions between magnetic arrays and superconducting thin films / Y. Otani, B. Pannetier, J. P. Nozieres, D. Givord. — 1993. — Vol. 126. — P. 622–625.
372. Buzdin, A. I. Domain wall superconductivity in ferromagnetic superconductors / A. I. Buzdin, A. S. Melnikov // *Phys. Rev. B.* — 2003. — Vol. 67. — P. 020503–1–020503–4.
373. Aladyshkin, A. Y. Domain-wall superconductivity in hybrid superconductor–ferromagnet structures / A. Y. Aladyshkin, A. I. Buzdin, A. A. Fraerman et al. // *Phys. Rev. B.* — 2003. — Vol. 68. — P. 184508–.

374. Werner, R. Domain-wall and reverse-domain superconducting states of a Pb thin-film bridge on a ferromagnetic BaFe₁₂O₁₉ single crystal / R. Werner, A. Y. Aladyshkin, S. Guenon et al. // Phys. Rev. B. — 2011. — Vol. 84. — P. 020505–1–020505–4.
375. Aladyshkin, A. Y. Crossover between different regimes of inhomogeneous superconductivity in superconductor-ferromagnet bilayers / A. Y. Aladyshkin, J. Fritzsche, R. Kramer et al. // Phys. Rev. B. — 2011. — Vol. 84. — P. 094523–1–094523–?
376. Сонин, Э. Б. Подавление сверхпроводимости (слабая связь) доменной стенкой в двухслойной пленке сверхпроводник-ферромагнетик / Э. Б. Сонин // Письма в ЖТФ. — 1988. — Т. 14. — С. 1641–1644.
377. Clinton, T. W. Mesoscopic magnetoquenched superconducting valve / T. W. Clinton, M. Johnson // Appl. Phys. Lett. — 1997. — Vol. 70. — P. 1170–1172.
378. Clinton, T. W. Nonvolatile switchable Josephson junctions / T. W. Clinton, M. Johnson // J. Appl. Phys. — 1999. — Vol. 85. — P. 1637–1643.
379. Schwartz, B. B. Dissipation in type-II superconductors via the a.c. Josephson effect / B. B. Schwartz // Phys. Lett. — 1966. — Vol. 20. — P. 350–351.
380. Kulik, I. Motion of Abrikosov Lines in an Electric Field and the Energy Dissipation Mechanism in Homogeneous Superconductors / I. Kulik // Sov. Phys.–JETP. — 1966. — Vol. 23. — P. 1077–1084.
381. Kozlov, V. A. The simulation of the high frequency response of the magnetically coupled type-II superconducting films / V. A. Kozlov, A. V. Samokhvalov // Physica C. — 1994. — Vol. 235-240. — P. 2011–2012.
382. Козлов, В. А. Электромагнитное излучение при движении вихрей в магнитно-связанных сверхпроводящих пленках / В. А. Козлов, А. В. Самохвалов // ЖЭТФ. — 1998. — Т. 113. — С. 1319–1338.
383. Kozlov, V. A. Emission of radiation by vortex arrays motion in DC transformer / V. A. Kozlov, A. V. Samokhvalov // Physics and Materials Science of Vortex States, Flux Pinning and Dynamics. — 1999.
384. Gilabert, A. New Josephson-like effect in a superconducting transformer / A. Gilabert, I. K. Schuller, V. V. Moshchalkov, . Y. Bruynseraede // Appl. Phys. Lett. — 1994. — Vol. 64. — P. 2885–2887.

385. Aladyshkin, A. Y. Formation of bound vortex-antivortex pairs and their depinning in mesoscopic cross-film cryotrons / A. Y. Aladyshkin, I. Nefedov, A. S. Aladyshkina, I. A. Shereshevsky // *Physica C*. — 2012. — Vol. 479. — P. 98–101.
386. Aladyshkin, A. Y. Mesoscopic cross-film cryotrons: Vortex trapping and dc-Josephson-like oscillations of the critical current / A. Y. Aladyshkin, G. W. Ataklti, W. Gillijns et al. // *Phys. Rev. B*. — 2011. — Vol. 83. — P. 144509–1–144509–7.
387. McLaughlin, D. W. Perturbation analysis of fluxon dynamics / D. W. McLaughlin, A. C. Scott // *Phys. Rev. A*. — 1978. — Vol. 18. — P. 1652–1680.
388. Серпученко, И. Л. Экспериментальное наблюдение тонкой структуры на ВАХ длинных джозефсоновских переходов с решеткой неоднородностей / И. Л. Серпученко, А. В. Устинов // *Письма в ЖЭТФ*. — 1987. — Т. 46. — С. 435–437.
389. Голубов, А. А. Динамика джозефсоновского вихря в длинном переходе с неоднородностями: теория и эксперимент / А. А. Голубов, И. Л. Серпученко, А. В. Устинов // *ЖЭТФ*. — 1988. — Т. 94. — С. 297–310.
390. Маломед, В. А. Пиннинг цепочки джозефсоновских вихрей в периодически-неоднородных переходах: теория и эксперимент / В. А. Маломед, А. В. Устинов // *Физ. низк. темп.* — 1989. — Т. 15. — С. 1128–1137.
391. Itzler, M. A. Flux pinning in large Josephson junctions with columnar defects / M. A. Itzler, M. Tinkham // *Phys. Rev. B*. — 1995. — Vol. 51. — P. 435–445.
392. Kemmler, M. Magnetic interference patterns in $0-\pi$ superconductor/insulator/ferromagnet/superconductor Josephson junctions: Effects of asymmetry between 0 and π regions / M. Kemmler, M. Weides, M. Weiler et al. // *Phys. Rev. B*. — 2010. — Vol. 81. — P. 054522–1–054522–8.
393. Moshe, M. Maximum supercurrent in Josephson junctions with alternating critical current density / M. Moshe, C. W. Schneider, G. Bensusky, R. G. Mints // *Phys. Rev. B*. — 2007. — Vol. 76. — P. 174518—.
394. Josephson, B. D. Supercurrents through barriers / B. D. Josephson // *Adv. Phys.* — 1965. — Vol. 14. — P. 419–451.
395. Лихарев, К. К. Введение в динамику джозефсоновских переходов / К. К. Лихарев. — Москва: Наука, 1985. — С. 319.

396. Ustinov, A. V. Fluxon insertion into annular Josephson junctions / A. V. Ustinov // Appl. Phys. Lett. — 2002. — Vol. 80. — P. 3153—3155.
397. Goldibin, E. Dynamics of Semifluxons in Nb Long Josephson $0-\pi$ Junctions / E. Goldibin, A. Sterck, T. Gaber et al. // Phys. Rev. Lett. — 2004. — Vol. 92. — P. 057005-1—057005-4.
398. Вдовичев, С. Н. Торцевые джозефсоновские переходы с прослойкой из нитрида кремния / С. Н. Вдовичев, А. Ю. Климов, Ю. Н. Ноздрин, В. В. Рогов // Письма в ЖТФ. — 2004. — Т. 30. — С. 52–56.
399. Fraerman, A. A. Rectangular lattices of permalloy nanoparticles: Interplay of single-particle magnetization distribution and interparticle interaction / A. A. Fraerman, S. A. Gusev, L. A. Mazo et al. // Phys. Rev. B. — 2002. — Vol. 65. — P. 064424-1—064424-5.
400. Chang, J. / J. Chang, V. L. Mironov, B. A. Gribkov et al.
401. Miller, S. L. Critical currents of cross-type superconducting-normal-superconducting junctions in perpendicular magnetic fields / S. L. Miller, K. R. Biagi, J. R. Clem, D. K. Finnemore // Phys. Rev. B. — 1985. — Vol. 31. — P. 12843—12847.
402. Hyun, O. B. Elementary pinning force for a superconducting vortex / O. B. Hyun, D. K. Finnemore, L. Schwartzkopf, J. R. Clem // Phys. Rev. Lett. — 1987. — Vol. 58. — P. 599—617.
403. Breitwisch, M. Magnetic state control of ferromagnetic nanodots by magnetic force microscopy probe / M. Breitwisch, D. K. Finnemore // Phys. Rev. B. — 2000. — Vol. 62. — P. 671–677.
404. Hyun, O. B. Motion of a single superconducting vortex / O. B. Hyun, J. R. Clem, D. K. Finnemore // Phys. Rev. B. — 1989. — Vol. 40. — P. 175—181.
405. Qiang Li, J. R. C. Nucleation and motion of an isolated Abrikosov vortex / J. R. C. Qiang Li, D. K. Finnemore // Phys. Rev. B. — 1991. — Vol. 43. — P. 2843—12847.
406. Josephson, B. D. Possible new effects in superconductive tunnelling / B. D. Josephson // Phys. Lett. — 1962. — Vol. 1. — P. 251–253.
407. Baselmans, J. J. A. Reversing the direction of the supercurrent in a controllable Josephson junction / J. J. A. Baselmans, A. F. Morpurgo, B. J. van Wees, T. M. Klapwijk // Nature. — 1999. — Vol. 397. — P. 43–45.

408. Goldibin, E. Josephson junctions with second harmonic in the current-phase relation: Properties of φ -junctions / E. Goldibin, D. Koelle, R. Kleiner, A. Buzdin // Phys. Rev. B. — 2007. — Vol. 76. — P. 224523.
409. Buzdin, A. Direct Coupling Between Magnetism and Superconducting Current in the Josephson φ_0 Junction / A. Buzdin // Phys. Rev. Lett. — 2008. — Vol. 101. — P. 107005.
410. Ustinov, A. V. Rapid single-flux quantum logic using π -shifters / A. V. Ustinov, V. K. Kaplunenko // J. Appl. Phys. — 2003. — Vol. 94. — P. 5405–5407.
411. Tsuei, C. C. d-Wave pairing symmetry in cuprate superconductors - fundamental implications and potential applications / C. C. Tsuei, J. R. Kirtley // Physica C. — 2002. — Vol. 367. — P. 1–8.
412. Ortlepp, T. Flip-Flopping Fractional Flux Quanta / T. Ortlepp, Ariando, O. Mielke et al. // Science. — 2006. — Vol. 312. — P. 1495–1497.
413. Иванченко, Ю. М. / Ю. М. Иванченко, Т. К. Соболева // ФТТ. — 1990. — Т. 32. — С. 2029—.
414. Melnikov, A. S. Experimental investigation of a local mixed state induced by a small ferromagnetic particle in Y-Ba-Cu-O films: Extremely low energy barrier for formation of vortex-antivortex pairs / A. S. Melnikov, Y. N. Nozdrin, I. D. Tokman, P. P. Vysheslavtsev // Phys. Rev. B. — 1998. — Vol. 58. — P. 11672—11675.
415. Kogan, V. G. Josephson junction in a thin film / V. G. Kogan, V. V. Dobrovitski, J. R. Clem et al. // Phys. Rev. B. — 2001. — Vol. 63. — P. 144501–1—144501–9.
416. Gu, J. Properties of niobium superconducting bridges prepared by electron-beam lithography and ion implantation / J. Gu, W. Cha, K. Gamo, S. Namba // J. Appl. Phys. — 1979. — Vol. 50. — P. 6437—6442.
417. Humphreys, R. G. YBa₂Cu₃O₇ thin film grain boundary junctions in a perpendicular magnetic field / R. G. Humphreys, J. A. Edwards // Physica C. — 1993. — Vol. 210. — P. 42–54.
418. Лихарев, К. К. Образование смешанного состояния в плоских сверхпроводящих пленках / К. К. Лихарев // Изв.Вузov Радиофизика. — 1971. — Т. 14. — С. 919–925.

419. Uchida, N. Flux trapping in Josephson tunnel junctions / N. Uchida, K. Enpuku, Y. Matsugaki et al. // *J. Appl. Phys.* — 1983. — Vol. 54. — P. 5287—5292.
420. Bael, M. V. Local Observation of Field Polarity Dependent Flux Pinning by Magnetic Dipoles / M. V. Bael, J. Bekaert, K. Temst et al. // *Phys. Rev. Lett.* — 2001. — Vol. 86. — P. 155—158.
421. Chang, J. Magnetic state control of ferromagnetic nanodots by magnetic force microscopy probe / J. Chang, V. L. Mironov, B. A. Gribkov et al. // *J. Appl. Phys.* — 2006. — Vol. 100. — P. 104304-1–104304-7.
422. Fraerman, A. A. Magnetization reversal of a nanoscale ferromagnetic disk placed above a superconductor / A. A. Fraerman, I. R. Karetnikova, I. M. Nefedov et al. // *Phys. Rev. B.* — 2005. — Vol. 71. — P. 094416.
423. Milosevic, M. V. Vortex pinning in a superconducting film due to in-plane magnetized ferromagnets of different shapes: The London approximation / M. V. Milosevic, F. M. Peeters // *Phys. Rev. B.* — 2004. — Vol. 69. — P. 104522-1—104522-10.
424. Barone, A. Effect of boundary conditions upon the phase distribution in two-dimensional Josephson junctions / A. Barone, F. Esposito, K. K. Likharev et al. // *J. Appl. Phys.* — 1982. — Vol. 53. — P. 5802–5809.
425. Ландау, Л. Д. Механика / Л. Д. Ландау, Е. М. Лифшиц. — Москва: Физматлит, 2004. — С. 224.
426. Заславский, Г. Введение в нелинейную физику: От маятника до турбулентности и хаоса / Г. Заславский, Р. Сагдеев. — Москва: Наука, 1988. — С. 368.
427. Balents, L. Commensurability effects in large Josephson junctions / L. Balents, S. H. Simon // *Phys. Rev. B.* — 1995. — Vol. 51. — P. 6515—6525.
428. Itzler, M. Equivalent phenomena for commensurate vortex states and zero field in a modulated sine-Gordon system / M. Itzler, M. Tinkham // *Phys. Rev. B.* — 1995. — Vol. 51. — P. 9411–9414.
429. Полянин, А. Справочник по линейным уравнениям математической физики / А. Полянин. — Москва: Физматлит, 2001. — С. 414.

430. Fraerman, A. Magnetic force microscopy of helical states in multilayer nanomagnets / A. Fraerman, B. Gribkov, S. Gusev et al. // J. Appl. Phys. — 2008. — Vol. 103. — P. 073916.
431. Khabipov, M. A single flux quantum circuit with a ferromagnet-based Josephson π -junction / M. Khabipov, D. Balashov, F. Maibaum et al. // Supercond. Sci. Technol. — 2012. — Vol. 23. — P. 045032.
432. de Gennes, P. G. Boundary Effects in Superconductors / P. G. de Gennes // Rev. Mod. Phys. — 1964. — Vol. 36. — P. 225 – 237.
433. Falk, D. S. Superconductors with plane boundaries / D. S. Falk // Phys. Rev. — 1963. — Vol. 132. — P. 1576—1590.
434. Silvert, W. Spatial Dependence of Pair Correlation Functions in Nonhomogeneous Superconductors / W. Silvert // Rev. Mod. Phys. — 1964. — Vol. 36. — P. 251 — 253.
435. McMillan, W. L. Theory of Superconductor-Normal-Metal Interfaces / W. L. McMillan // Phys. Rev. — Vol. 175.
436. Beenakker, C. W. J. Random-matrix theory of quantum transport / C. W. J. Beenakker // Rev. Mod. Phys. — 1997. — Vol. 69. — P. 731 – 808.
437. Pannetier, B. Andreev reflection and proximity effect / B. Pannetier, H. Courtois // J. Low Temp. Phys. — 2000. — Vol. 118. — P. 599—616.
438. de Jong, M. J. M. Andreev reflection in ferromagnet-superconductor junctions / M. J. M. de Jong, C. W. J. Beenakker // Phys. Rev. Lett. — 1995. — Vol. 74. — P. 1657 – 1660.
439. Chiang, Y. N. Manifestation of coherent and spin-dependent effects in the conductance of ferromagnets adjoining a superconductor / Y. N. Chiang, O. G. Shevchenko, R. N. Kolenov // Low Temp. Phys. — 2007. — Vol. 33. — P. 314–320.
440. Bulaevskii, L. N. Coexistence of superconductivity and magnetism. Theoretical predictions and experimental results / L. N. Bulaevskii, A. I. Buzdin, M. L. Kubic, S. V. Panjukov // Adv. Phys. — 1985. — Vol. 34. — P. 175 – 261.
441. Saxena, S. S. Superconductivity on the border of itinerant-electron ferromagnetism in UGe₂ / S. S. Saxena, P. Agarwal, K. Ahilan et al. // Nature. — 2000. — Vol. 406. — P. 587–592.

442. Aoki, D. Coexistence of superconductivity and ferromagnetism in URhGe / D. Aoki, A. Huxley, E. Ressouche et al. // *Nature*. — 2001. — Vol. 413. — P. 613–615.
443. Huy, N. T. Superconductivity on the Border of Weak Itinerant Ferromagnetism in UCoGe / N. T. Huy, A. Gasparini, D. E. de Nijs et al. // *Phys. Rev. Lett.* — 2007. — Vol. 99. — P. 067006.
444. Lazar, L. SuperconductorXferromagnet proximity effect in Fe/Pb/Fe trilayers / L. Lazar, K. Westerholt, H. Zabel et al. // *Phys. Rev. B*. — 2000. — Vol. 61. — P. 3711—3722.
445. Sidorenko, A. S. Oscillations of the critical temperature in superconducting Nb/Ni bilayers / A. S. Sidorenko, V. I. Zdravkov, A. A. Prepelitsa et al. // *Ann. Phys.* — 2003. — Vol. 12. — P. 37—50.
446. Blanter, Y. M. Supercurrent in long SFFS junctions with antiparallel domain configuration / Y. M. Blanter, F. W. J. Hekking // *Phys. Rev. B*. — 2004. — Vol. 69. — P. 024525–1–024525–7.
447. Champel, T. $0-\pi$ Transitions in a Superconductor/Chiral Ferromagnet/Superconductor Junction Induced by a Homogeneous Cycloidal Spiral / T. Champel, T. Löfwander, M. Eschrig // *Phys. Rev. Lett.* — 2007. — Vol. 100. — P. 077003.
448. Ivanov, D. A. Minigap in superconductor-ferromagnet junctions with inhomogeneous magnetization / D. A. Ivanov, Y. V. Fominov // *Phys. Rev. B*. — 2006. — Vol. 73. — P. 2145241–1—214524–6.
449. Champel, T. Switching superconductivity in superconductor/ferromagnet bilayers by multiple-domain structures / T. Champel, M. Eschrig // *Phys. Rev. B*. — 2005. — Vol. 71. — P. 220506–1—220506–4.
450. Champel, T. Effect of an inhomogeneous exchange field on the proximity effect in disordered superconductor-ferromagnet hybrid structures / T. Champel, M. Eschrig // *Phys. Rev. B*. — 2005. — Vol. 72. — P. 054523–1—054523–11.
451. Crouzy, B. Josephson current in a superconductor-ferromagnet-superconductor junction with in-plane ferromagnetic domains / B. Crouzy, S. Tollis, D. A. Ivanov // *Phys. Rev. B*. — 2007. — Vol. 76. — P. 134502.
452. Houzet, M. Long range triplet Josephson effect through a ferromagnetic trilayer / M. Houzet, A. Buzdin // *Phys. Rev. B*. — 2007. — Vol. 76. — P. 060504(4).

453. Alidoust, M. Spin-polarized Josephson current in superconductor/ferromagnet/superconductor junctions with inhomogeneous magnetization / M. Alidoust, J. Linder, G. Rashedi et al. // *Phys. Rev. B.* — 2010. — Vol. 81. — P. 014512.
454. Volkov, A. F. Odd spin-triplet superconductivity in a multilayered superconductor-ferromagnet Josephson junction / A. F. Volkov, K. B. Efetov // *Phys. Rev. B.* — 2010. — Vol. 81. — P. 144522.
455. Volkov, A. F. / A. F. Volkov, F. S. Bergeret, j . . p . . v . . p . . n . . y . . l . . e. K. B. Efetov, title = Odd Triplet Superconductivity in Superconductor-Ferromagnet Multilayered Structures.
456. Klose, C. Optimization of Spin-Triplet Supercurrent in Ferromagnetic Josephson Junctions / C. Klose, T. S. Khaire, Y. Wang et al. // *Phys. Rev. Lett.* — 2012. — Vol. 108. — P. 127002–1—127002–5.
457. Crouzy, B. Josephson current in a superconductor-ferromagnet junction with two noncollinear magnetic domains / B. Crouzy, S. Tollis, D. A. Ivanov // *Phys. Rev. B.* — 2007. — Vol. 75. — P. 054503.
458. Pajovic, Z. Josephson coupling through ferromagnetic heterojunctions with noncollinear magnetizations / Z. Pajovic, M. Bozovic, Z. Radovic et al. // *Phys. Rev. B.* — 2006. — Vol. 74. — P. 184509.
459. Tollis, B. C. S. Josephson current in a superconductor-ferromagnet-superconductor junction with in-plane ferromagnetic domains / B. C. S. Tollis, D. A. Ivanov // *Phys. Rev. B.* — 2007. — Vol. 75. — P. 054503–1–054503–7.
460. Trifunovic, L. Long-Range Superharmonic Josephson Current / L. Trifunovic // *Phys. Rev. Lett.* — 2011. — Vol. 107. — P. 047001–1—047001–4.
461. Trifunovic, L. Josephson effect and spin-triplet pairing correlations in SF₁F₂S junctions / L. Trifunovic, Z. Popovic, Z. Radovic // *Phys. Rev. B.* — 2011. — Vol. 84. — P. 064511–1—064511–7.
462. Richard, C. Superharmonic long-range triplet current in a diffusive Josephson junction / C. Richard, M. Houzet, J. S. Meyer. — 2013. — [arXiv:cond-mat/1303-1022](https://arxiv.org/abs/cond-mat/1303-1022).
463. Xiong, Y. M. Spin-resolved tunneling studies of the exchange field in EuS/Al bilayers / Y. M. Xiong, S. Stadler, P. Adams, G. Catelani // *Phys. Rev. Lett.* — 2011. — Vol. 106. — P. 247001.

464. Hamaya, K. Kondo effect in a semiconductor quantum dot coupled to ferromagnetic electrodes / K. Hamaya, M. Kitabatake, K. Shibata et al. // *Appl. Phys. Lett.* — 2007. — Vol. 91. — P. 232105–1–232105–3.
465. Pasupathy, A. N. The Kondo effect in the presence of ferromagnetism / A. N. Pasupathy, R. C. Bialczak, J. Martinek et al. // *Science*. — 2004. — Vol. 306. — P. 86–89.
466. Kadigrobov, A. Giant lasing effect in magnetic nanoconductors / A. Kadigrobov, Z. Ivanov, T. Claeson et al. // *Europhys. Lett.* — 2004. — Vol. 67. — P. 948–954.
467. Blencowe, M. P. Nanoelectromechanical systems / M. P. Blencowe. — 2005. — [arXiv:cond-mat/0502566v1](https://arxiv.org/abs/cond-mat/0502566v1).
468. Shekhter, R. I. Nonequilibrium and quantum coherent phenomena in the electromechanics of suspended nanowires / R. I. Shekhter, F. Santandrea, G. Sonne et al. // *ФНТ*. — 2009. — Vol. 35. — P. 841 – 861.
469. Shekhter, R. I. Nanoelectromechanics of shuttle devices / R. I. Shekhter, L. Y. Gorelik, I. V. Krive et al. — 2013. — [arXiv:cond-mat/1303.0740v1](https://arxiv.org/abs/cond-mat/1303.0740v1).
470. Kanschelle, F. Magnetic Moment Manipulation by a Josephson Current / F. Kanschelle, A. Buzdin // *Phys. Rev. Lett.* — 2009. — Vol. 102. — P. 017001.
471. Kanschelle, F. Nonsinusoidal current-phase relation in strongly ferromagnetic and moderately disordered SFS junctions / F. Kanschelle, J. Cayssol, A. I. Buzdin // *Phys. Rev. B*. — 2008. — Vol. 78. — P. 134505–1—134505–6.
472. Куприянов, М. Стационарные свойства квазидвумерных джозефсоновских слабых связей / М. Куприянов, В. Лукичев, А. Орликовский // *Микроэлектроника*. — 1986. — Т. 15. — С. 328–332.
473. Куприянов, М. Влияние эффекта близости в электродах и прозрачности границ на стационарные свойства чистых джозефсоновских SNS-структур / М. Куприянов, В. Лукичев // *Труды института общей физики*. — 1988. — Т. 14. — С. 160–170.
474. Choy, T.-P. Majorana fermions emerging from magnetic nanoparticles on a superconductor without spin-orbit coupling / T.-P. Choy, J. M. Edge, A. R. Akhmerov, C. W. J. Beenakker // *Phys. Rev. B*. — 2011. — Vol. 84. — P. 195442.

475. Kjaergaard, M. Majorana fermions in superconducting nanowires without spin-orbit coupling / M. Kjaergaard, K. Wölms, K. Flensberg // *Phys. Rev. B.* — 2012. — Vol. 85. — P. 020503.
476. Alicea, J. New directions in the pursuit of Majorana fermions in solid state systems / J. Alicea. — 2012. — [arXiv:cond-mat/1202.1293](https://arxiv.org/abs/cond-mat/1202.1293).
477. Leijnse, M. Introduction to topological superconductivity and Majorana fermions / M. Leijnse, K. Flensberg. — 2012. — [arXiv:cond-mat/1206.1736](https://arxiv.org/abs/cond-mat/1206.1736).
478. Beenaker, C. Search for Majorana fermions in Superconductors / C. Beenaker. — 2012. — [arXiv:cond-mat/1112.1950](https://arxiv.org/abs/cond-mat/1112.1950).
479. Konschelle, F. Long-range singlet proximity effect in ferromagnetic nanowires / F. Konschelle, J. Cayssol, A. I. Buzdin // *Phys. Rev. B.* — 2010. — Vol. 82. — P. 180509–1—180509–4.
480. Li, C. Unipolar supercurrent through graphene grafted with Pt-porphyrins: signature of gate-tunable magnetism / C. Li, K. Komatsu, G. Clave et al. — 2013. — [arXiv:cond-mat/1304.7089](https://arxiv.org/abs/cond-mat/1304.7089).
481. Novoselov, K. S. Electric Field Effect in Atomically Thin Carbon Films / K. S. Novoselov, A. K. Geim, S. V. Morozov et al. // *Science.* — 2004. — Vol. 306. — P. 666–669.
482. Novoselov, K. S. Two-dimensional gas of massless Dirac fermions in graphene / K. S. Novoselov, A. K. Geim, S. V. Morozov et al. // *Nature.* — 2005. — Vol. 438. — P. 197–200.
483. Zheng, Y. Experimental observation of the quantum Hall effect and Berry's phase in graphene / Y. Zheng, Y.-W. Tan, H. L. Stormer, P. Kim // *Nature.* — 2005. — Vol. 438. — P. 201–204.
484. Iijima, S. Helical microtubeles of graphitic carbon / S. Iijima // *Nature.* — 1991. — Vol. 354. — P. 56–58.
485. Huertas-Hernando, D. Spin-orbit coupling in curved graphene, fullerenes, nanotubes, and nanotube caps / D. Huertas-Hernando, F. Guinea, A. Brataas // *Phys. Rev. B.* — 2006. — Vol. 74. — P. 155426.
486. Min, H. Intrinsic and Rashba spin-orbit interactions in graphene sheets / H. Min, J. E. Hill, N. A. Sinitsyn et al. // *Phys. Rev. B.* — 2006. — Vol. 74. — P. 165310.

487. Kuemmeth, F. Coupling of spin and orbital motion of electrons in carbon nanotubes / F. Kuemmeth, S. Ilani, D. C. Ralph, P. L. McEuen // *Nature*. — 2008. — Vol. 452. — P. 448–452.
488. Grushina, A. L. A ballistic pn junction in suspended graphene with split bottom gates / A. L. Grushina, D.-K. Ki, A. F. Morpurgo // *Appl. Phys. Lett.* — 2013. — Vol. 102. — P. 223102.
489. Biercuk, M. J. Electrical Transport in Single Wall Carbon Nanotubes / M. J. Biercuk, S. Ilani, C. M. Marcus, P. L. McEuen // *Topics Appl. Physics*, A. Jorio, G. Dresselhaus and M. S. Dresselhaus, Eds: *Carbon Nanotubes*. — Vol. 111. — Springer Verlag, Berlin Heidelberg, 2008. — P. 455–493.
490. Weissker, U. Carbon Nanotubes Filled with Ferromagnetic Materials / U. Weissker, S. Hampel, A. Leonhardt, B. Buchner // *Materials*. — 2010. — Vol. 3. — P. 4387–4427.
491. A. Candini. Graphene Spintronic Devices with Molecular Nanomagnets / A. Candini, S. Klyatskaya, M. Ruben et al. // *Nano Letters*. — 2010. — Vol. 11. — P. 2634–2639.
492. Haugen, H. Spin transport in proximity-induced ferromagnetic graphene / H. Haugen, D. Huertas-Hernando, A. Brataas // *Phys. Rev. B*. — 2008. — Vol. 77. — P. 115406.
493. Mourik, V. Signatures of Majorana Fermions in Hybrid Superconductor-Semiconductor Nanowire Devices / V. Mourik, K. Zuo, S. M. Frolov et al. // *Science*. — 2012. — Vol. 336. — P. 1003–1007.
494. Semenov, Y. G. Spin field effect transistor with a graphene channel / Y. G. Semenov, K. W. Kim, J. M. Zavada // *Appl. Phys. Lett.* — 2007. — Vol. 91. — P. 153105.